

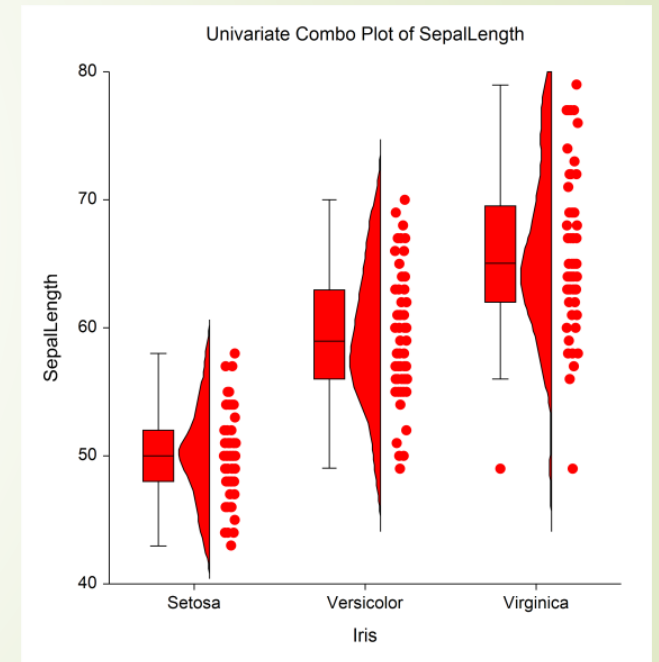


Η απλή ανάλυση διακύμανσης

One-way ANOVA

Εισαγωγή

- ▶ Γενίκευση του t-test για τη σύγκριση περισσότερων των 2 μέσων τιμών ταυτόχρονα.
- ▶ ANOVA: ANalysis Of VAriance
- ▶ Για να αποφανθούμε κατά πόσο διαφέρουν, στατιστικά σημαντικά ή όχι, οι k σε πλήθος μέσες τιμές, χρησιμοποιούμε το λόγο F, ο οποίος κατασκευάζεται με τη βοήθεια του πίνακα της ANOVA.
- ▶ $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$.



Ο πίνακας ANOVA

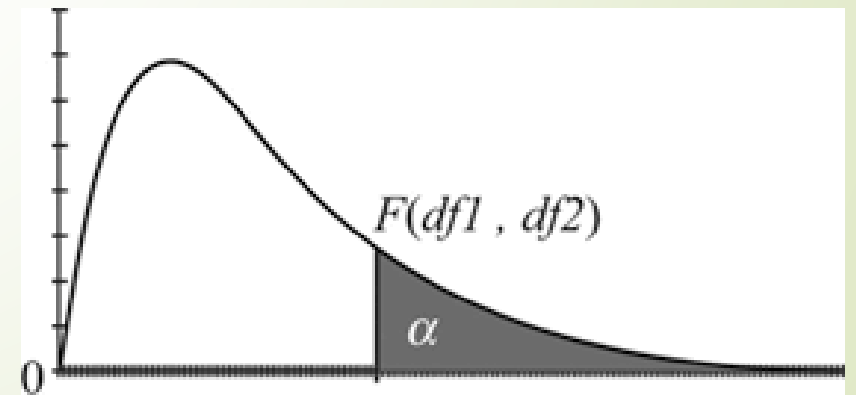
ΠΗΓΗ	Β.Ε.	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ	ΜΕΣΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ	F	P-value
Μεταχειρίσεις	k-1	Μεταξύ των ομάδων (ΑΤΜ)	$ΑΤΜ / (k-1) = ΜΤΜ$	$F = ΜΤΜ / ΜΤΕ$	$F \sim F_{\alpha; k, n-k}$
Σφάλμα	n-k	Εντός των ομάδων (ΑΤΕ)	$ΑΤΕ / (n-k) = ΜΤΕ$		
Σύνολο	n-1	Άθροισμα			

One-way ANOVA Table

Source of Variance	Degree of Freedom (df)	Sum Square (SS)	Mean Square (MS)	F-ratio
Between Groups (Treatment)	k-1	$SSB = \sum_{j=1}^k \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{n}$ $SSB = \sum_{j=1}^k n_j (\bar{X}_j - \bar{X}_t)^2$	$MSB = \frac{SSB}{k-1}$	$F = \frac{MSB}{MSW}$
Within Groups (Error)	n-k	$SSW = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}^2 - \sum_{j=1}^k \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right)$ $SSW = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$	$MSW = \frac{SSW}{n-k}$	
Total	n-1	$SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}$ $SST = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_t)^2$		

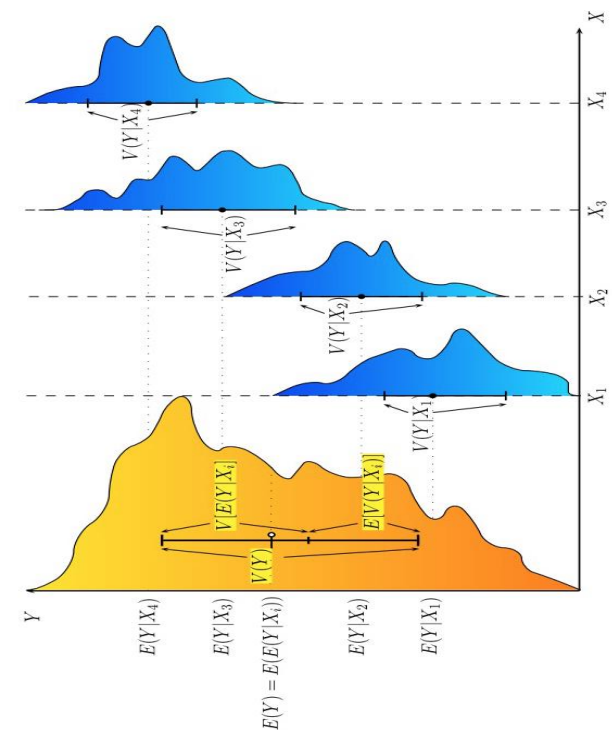
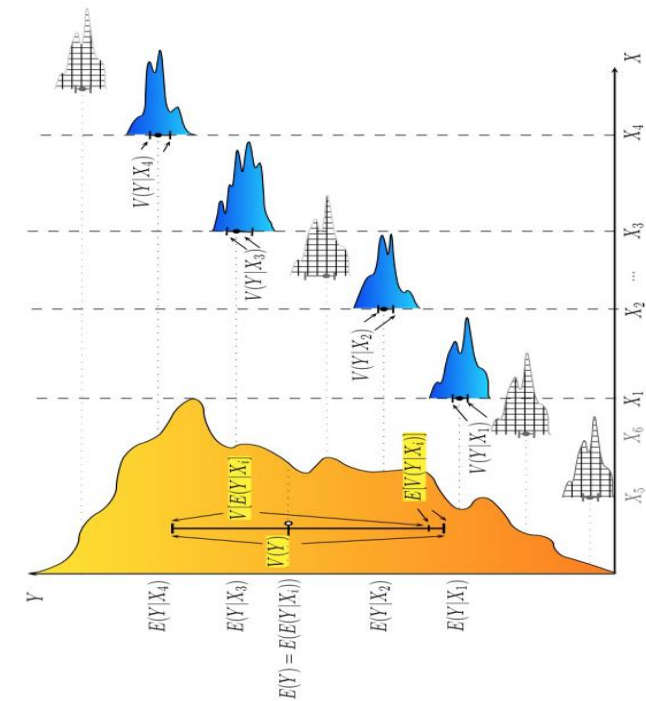
• $SST = SSB + SSW$

k: number of groups n: number of samples
df: degree of freedom



Trivia

- ▶ Όταν το F είναι 'μεγάλο' τότε οι μ.τ. των υπό σύγκριση επεμβάσεων διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.
- ▶ Όταν το F είναι 'μικρό', δεν διαφέρουν.
- ▶ Χρησιμοποιούμε ANOVA αντί για πολλαπλά t-test:
 - ▶ Για να αποφύγουμε τις (k ανά 2) σε πλήθος δυνατές συγκρίσεις αν αποφανθούμε υπέρ της H_0 .
 - ▶ Για να αποφύγουμε την αύξηση της πιθανότητας εσφαλμένης απόφασης (πληθωρισμός α για πολλαπλές ανεξάρτητες συγκρίσεις).





Έλεγχοι post-hoc

- ▶ Πώς συνεχίζω όταν αποφασίζω υπέρ της H_a ;
- ▶ Γίνονται όλες οι ανά 2 συγκρίσεις (ή όλες οι απαραίτητες) και συμπεραίνουμε με ασφάλεια πού εντοπίζονται οι στατιστικά σημαντικές διαφορές (υπό την H_a).
- ▶ Λειτουργούν όπως το t-test (συγκρίσεις 2 μ.τ.) διορθώνοντας το επίπεδο σημαντικότητας.
- ▶ Συνήθεις έλεγχοι: Fisher LSD, Tukey HSD, Duncan, Sidak, Scheffé, Dunnett κλπ.

Χρήση Fisher's LSD

Group	ybar	s	n			
1	71.2	4.9	10			
2	79.9	5.1	10			
3	75.2	5.2	10			
4	82.3	5.3	10			
ANOVA						
		DF	SS	MS	F	p-value
Between groups		3	419.2	182.21	6.45	0.0013
Within groups (Error)		36	959.58	26.65		
Total		39	1378.78			

$$LSD_{A,B} = t_{0.05/2,DFW} \sqrt{MSW(1/n_A + 1/n_B)}$$

$$LSD = 2.028 \sqrt{(26.65 * (2/10))} = 4.68.$$



Εργαστήριο

Ο διάλογος one-way ANOVA στο SPSS