

Κυματομηχανική Α1

E1. Αν το δυναμικό, ϕ , και η ροϊκή συνάρτηση, ψ , ορίζονται σε Καρτεσιανές συντεταγμένες ως προς τις ταχύτητες u και v :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \text{ και } v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad : \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ και } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

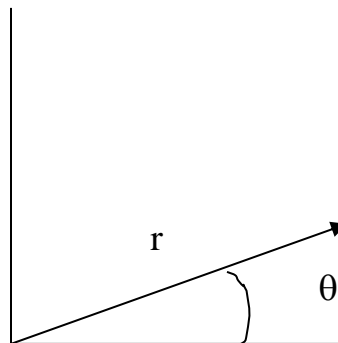
Δείξτε ότι οι γραμμές του δυναμικού ($\phi = \text{constant}$) είναι κάθετες στις γραμμές ($\psi = \text{constant}$).

Αν το δυναμικό δίνεται από $\phi = Ax + B$ (A και B σταθερές), τι είδους ροή αντιπροσωπεύει; Βρείτε μία έκφραση για τη ροϊκή συνάρτηση ψ , και σχεδιάστε το παραγόμενο πεδίο ροής (γραμμές με constant ϕ και ψ).

E2. Σε πολικές συντεταγμένες το δυναμικό, ϕ , και η ροϊκή συνάρτηση, ψ , δίνονται από:

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad \text{και} \quad u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \text{π.χ}$$

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad \text{και} \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$



όπου (u_r, u_θ) είναι οι συνιστώσες της ταχύτητας στην (r, θ) διεύθυνση αντίστοιχα.

Αν η ροϊκή συνάρτηση, ψ , δίνεται από $\psi = \frac{A\theta}{2\pi}$, τι είδους ροή περιγράφεται;

Ποια η φυσική σημασία του A ? (Σημ: Θεωρήστε την εξίσωση της συνέχειας). Ποια είναι η αντίστοιχη έκφραση για το δυναμικό ϕ ; Σχεδιάστε το παραγόμενο πεδίο ροής.