Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

Ενότητα 3: Στατιστική και πιθανοτική ανάλυση υδρομετεωρολογικών μεταβλητών - Ασκήσεις

Καθ. Αθανάσιος Λουκάς
Εργαστήριο Υδρολογίας και Ανάλυσης Υδατικών Συστημάτων
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πολυτεχνική Σχολή

ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΠΑΝΑΦΟΡΑΣ - ΔΙΑΚΙΝΔΥΝΕΥΣΗ

Παράδειγμα**:** *α) Διώρυγα εκτροπής σχεδιάζεται να λειτουργήσει κατά την περίοδο κατασκευής φράγματος, η οποία εκτιμάται σε 5 χρόνια. Ποια πρέπει να είναι η περίοδος επαναφοράς της πλημμύρας σχεδιασμού, ώστε η διακινδύνευση να μην υπερβαίνει το 10%; β) Πόση είναι η διακινδύνευση αν ένα έργο σχεδιαστεί με περίοδο επαναφοράς ίση με τη διάρκεια ζωής του;*

Λύση

α) $R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \rightarrow T = \frac{1}{1-(1-R)^{1/n}} \rightarrow T = \frac{1}{1-(1-0.10)^{\frac{1}{5}}} \rightarrow T = 47.9 \cong 48$ έτη

Στρογγυλεύουμε για περίοδο επαναφοράς T = 50 έτη.

β) Αν δεχτούμε ότι η διάρκεια ζωής του έργου είναι αρκετά μεγάλη (≥ 50 χρόνια), τότε από την προσεγγιστική σχέση παίρνουμε $R = 1 - e^{-1} = 0.632 = 63.2\%$. Διαφορετικά η διακινδύνευση υπολογίζεται από την κανονική εξίσωση

(*Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-0.5*(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

Συνάρτηση Κατανομής

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} x dx$$

Όρια εμπιστοσύνης

$$x_{(T)max} = x_{(T)} + z_{(1+\alpha)/2} S_T$$

$$x_{(T)min} = x_{(T)} - z_{(1+\alpha)/2} S_T$$

$$S_T = \delta \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$$

$$\delta = \sqrt{1 + \frac{K_{(T)}^2}{2}}$$

$$K_{(T)} = Z_{(1-1/T)}$$

$\boldsymbol{S_T}$ η τυπική απόκλιση του x_T

$\boldsymbol{Z_{(1+\alpha)/2}}$ η μεταβλητή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής όταν το επίπεδο είναι ***α%***

$\hat{\sigma}$ η τυπική απόκλιση του δείγματος

N ο αριθμός των παρατηρήσεων του δείγματος

Βήματα Προσαρμογής Κανονικής Κατανομής

1. Εύρεση στατιστικών χαρακτηριστικών δείγματος (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).
2. Κατάταξη δείγματος σε φθίνουσα σειρά και αρίθμηση των παρατηρήσεων.
3. Προσδιορισμός Περιόδου Επαναφοράς από τον τύπο του Weibull $T=(N+1)/m$.
4. Υπολογισμός πιθανότητας μη υπέρβασης $F = 1-1/T$ (εμπειρική).
5. Εύρεση τυποποιημένης μεταβλητής Z από πίνακα για κάθε F.
6. Εκτίμηση τιμών μεταβλητής από τα Z. $$X = \bar{x} + Z * S_x$$
7. Σχεδίαση θεωρητικής κατανομής και δείγματος με τα Z στον οριζόντιο άξονα.
8. Έλεγχος x^2 ή/και Kolmogorov-Smirnov για την καταλληλότητα της κατανομής.

Βήματα Προσαρμογής Κατανομής EVI (Gumbel) (μέθοδος ροπών)

1. Εύρεση στατιστικών χαρακτηριστικών δείγματος (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).
2. Υπολογισμός παραμέτρων α και c. $a = 1{,}282 / S_x$ $\quad c = \bar{x} - 0{,}45 S_x$
3. Κατάταξη δείγματος σε φθίνουσα σειρά και αρίθμηση των παρατηρήσεων.
4. Προσδιορισμός Περιόδου Επαναφοράς από τον τύπο του Weibull T=(N+1)/m.
5. Υπολογισμός πιθανότητας μη υπέρβασης F = 1-1/T (εμπειρική).
6. Εύρεση για κάθε F=1-1/T της τιμής του x απευθείας από τον τύπο της θεωρητικής κατανομής Gumbel.

$$x = \bar{x} - S_x \{0{,}45 + 0{,}7797 \ln[\ln(T) - \ln(T-1)]\}$$

7. Σχεδίαση θεωρητικής κατανομής και δείγματος με την ποσότητα –ln(lnT-ln(T-1)).
8. Έλεγχος x^2 ή/και K-S για την καταλληλότητα της κατανομής.

ΟΡΙΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ EVI (Gumbel) (μέθοδος ροπών)

1. Επιλέγεται το επίπεδο σημαντικότητας (significance level, α) (συνήθως α=5%)
2. Βρίσκονται η μεταβλητή $Z_{1-\alpha/2}$ της τυποποιημένης κανονικής κατανομής για αθροιστική πιθανότητα μεταξύ των ορίων 1-α.
3. Υπολογίζεται η τυπική απόκλιση των τιμών της κατανομής EVI (Gumbel) από τον τύπο:

$$S_T = \delta \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$$

όπου: $\hat{\sigma}$ είναι η τυπική απόκλιση του δείγματος μεγέθους N παρατηρήσεων και

$$\delta = \sqrt{1 + 1.3 \cdot K_T + 1.1 \cdot K_T^{\ 2}}$$

4. Υπολογίζονται τα όρια εμπιστοσύνης (Confidence Limits) της Θεωρητικής κατανομής Gumbel
   - Άνω Όριο : $$X_{T,\max} = X_T + Z_{1-\alpha/2} \cdot S_T$$
   - Κάτω Όριο: $$X_{T,\min} = X_T - Z_{1-\alpha/2} \cdot S_T$$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ EVI (GUMBEL) ΜΕΓΙΣΤΩΝ

$$x_u = c - \frac{\ln(-\ln u)}{\lambda}$$

Εκτίμηση Παραμέτρων

$$\lambda = \frac{\pi}{\sqrt{6}\, s_X} = \frac{1}{0.78\, s_X}$$

$$c = \bar{x} - \frac{\gamma}{\lambda} = \bar{x} - \frac{0.577}{\lambda} = \bar{x} - 0.45\, s_X$$

$$\lambda = \frac{\dfrac{1}{0.78} - \dfrac{1.57}{(n+1)^{0.65}}}{s_X}$$

$$c = \bar{x} - \frac{0.577 - \dfrac{0.53}{(n+2.5)^{0.74}}}{\lambda}$$

(Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

Τυπολόγιο της κατανομής Gumbel μεγίστων.

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας	$f_X(x) = \lambda\, \mathrm{e}^{-\lambda(x-c) - \mathrm{e}^{-\lambda(x-c)}}$
Συνάρτηση κατανομής	$F_X(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{-\lambda(x-c)}}$
Τιμές μεταβλητής	$-\infty < x < \infty$ (συνεχής)
Παράμετροι	c: παράμετρος θέσης $\lambda > 0$: παράμετρος κλίμακας
Μέση τιμή	$\mu_X = c + \frac{\gamma}{\lambda} = c + \frac{0.5772}{\lambda}$
Διασπορά	$\sigma_X^2 = \frac{\pi^2}{6\lambda^2} = \frac{1.645}{\lambda^2}$
Τρίτη κεντρική ροπή	$\mu_X^{(3)} = \frac{2.404}{\lambda^3}$
Τέταρτη κεντρική ροπή	$\mu_X^{(4)} = \frac{14.6}{\lambda^4}$
Συντελεστής ασυμμετρίας	$C_{s_X} = 1.1396$
Συντελεστής κύρτωσης	$C_{k_X} = 5.4$
Πιθανότερη τιμή	$x_{\mathrm{p}} = c$
Διάμεσος τιμή	$x_{0.5} = c - \frac{\ln(-\ln 0.5)}{\lambda} = c + \frac{0.3665}{\lambda}$

Κατανομή μεγίστων EVI (Gumbel)

Παράδειγμα*: *Στον Πίνακα δίνεται το δείγμα των μέγιστων ημερήσιων παροχών (σε m^3/s) ενός ποταμού. Ζητείται η προσαρμογή της κατανομής Gumbel (μεγίστων), καθώς και η εκτίμηση της μέγιστης παροχής εκατονταετίας.*

Υδρολ. έτος	Μέγιστη παροχή	Υδρολ. έτος	Μέγιστη παροχή	Υδρολ. έτος	Μέγιστη παροχή
1970-71	884	1977-78	365	1984-85	317
1971-72	305	1978-79	502	1985-86	374
1972-73	215	1979-80	381	1986-87	188
1973-74	378	1980-81	387	1987-88	192
1974-75	176	1981-82	525	1988-89	448
1975-76	430	1982-83	412	1989-90	70
1976-77	713	1983-84	439		

Λύση

$$\overline{x} = \sum x / n = 385.1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$s_X = \sqrt{\sum x^2 / n - \overline{x}^2} = 181.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Η μέθοδος των ροπών δίνει: $\lambda = 1 / (0.78 \times 181.5) = 0.00706$,

$c = 385.1 - 0.45 \times 181.5 = 303.4$

Η μέγιστη ημερήσια παροχή για $T = 100$, ή ισοδύναμα για $u = 1 - 1/100 = 0.99$, είναι:

$x_{0.99} = 303.4 - \ln[-\ln(0.99)] / 0.00706 = 955.0 \text{ m}^3/\text{s}$

$ku = (955.0 - 385.1) / 181.5 = 3.16$,

$z_{(1+\gamma)/2} = 1.96$

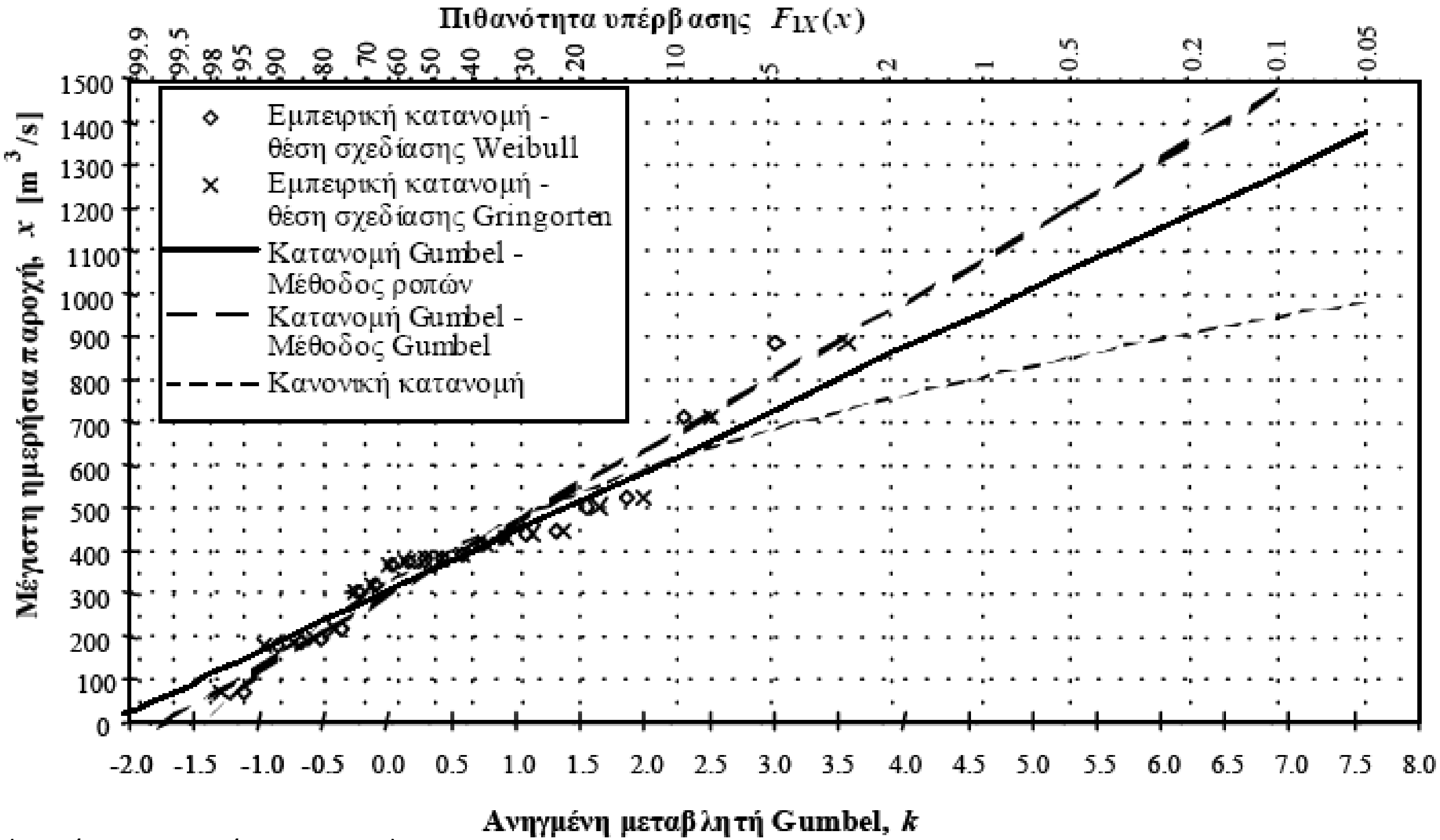
$$\hat{x}_{u_{1,2}} \approx 955.0 \pm 1.96 * \frac{181.5}{\sqrt{20}} * \sqrt{1 + 1.1396 * 3.16 + 1.1 * 3.16^2}$$

$$\approx 955.0 \pm 313.1 = \begin{cases} 1268.1 \\ 641.9 \end{cases}$$

(*Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

Κατανομή μεγίστων EVI (Gumbel)

Εμπειρική και θεωρητική συνάρτηση κατανομής της μέγιστης ετήσιας παροχής σε χαρτί κατανομής Gumbel (μεγίστων)



(Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

ΚΑΤΑΝΟΜΗ EVI (GUMBEL) ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ

$$x_u = c + \frac{\ln[-\ln(1-u)]}{\lambda}$$

Εκτίμηση Παραμέτρων

$$\lambda = \frac{\pi}{\sqrt{6}\, s_X} = \frac{1}{0.78\, s_X}$$

$$c = \bar{x} + \frac{\gamma}{\lambda} = \bar{x} + \frac{0.577}{\lambda} = \bar{x} + 0.45\, s_X$$

(Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

Τυπολόγιο της κατανομής Gumbel ελαχίστων.

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας	$f_X(x) = \lambda\, e^{\lambda(x-c)-e^{\lambda(x-c)}}$
Συνάρτηση κατανομής	$F_X(x) = 1 - e^{-e^{\lambda(x-c)}}$
Τιμές μεταβλητής	$-\infty < x < \infty$ (συνεχής)
Παράμετροι	c: παράμετρος θέσης $\lambda > 0$: παράμετρος κλίμακας
Μέση τιμή	$\mu_X = c - \frac{\gamma}{\lambda} = c - \frac{0.5772}{\lambda}$
Διασπορά	$\sigma_X^2 = \frac{\pi^2}{6\lambda^2} = \frac{1.645}{\lambda^2}$
Τρίτη κεντρική ροπή	$\mu_X^{(3)} = -\frac{2.404}{\lambda^3}$
Τέταρτη κεντρική ροπή	$\mu_X^{(4)} = \frac{14.6}{\lambda^4}$
Συντελεστής ασυμμετρίας	$C_{s_X} = -1.1396$
Συντελεστής κύρτωσης	$C_{k_X} = 5.4$
Πιθανότερη τιμή	$x_p = c$
Διάμεσος τιμή	$x_{0.5} = c + \frac{\ln(-\ln 0.5)}{\lambda} = c - \frac{0.3665}{\lambda}$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ WEIBULL

Τυπολόγιο της κατανομής Weibull (δύο παραμέτρων).

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας	$f_X(x) = \frac{\kappa}{\alpha}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\kappa-1} \mathrm{e}^{-(x/\alpha)^\kappa}$
Συνάρτηση κατανομής	$F_X(x) = 1 - e^{-(x/\alpha)^\kappa}$
Τιμές μεταβλητής	$0 < x < \infty$ (συνεχής)
Παράμετροι	$\alpha > 0$: παράμετρος κλίμακας $\kappa > 0$: παράμετρος σχήματος
Μέση τιμή	$\mu_X = \alpha\,\Gamma\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right)$
Διασπορά	$\sigma_X^2 = \alpha^2\left\{\Gamma\left(1+\frac{2}{\kappa}\right) - \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)\right]^2\right\}$
Τρίτη ροπή περί την αρχή	$m_X^{(3)} = \alpha^3\,\Gamma\left(1+\frac{3}{\kappa}\right)$
Συντελεστής μεταβλητότητας	$C_{v_X} = \Gamma\left(1+\frac{2}{\kappa}\right) / \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{\kappa}\right)\right]^2 - 1$
Πιθανότερη τιμή	$x_p = \alpha(1 - 1/\kappa)^{1/\kappa}$ (για $\kappa > 1$)
Διάμεσος	$x_{0.5} = \alpha(\ln 2)^{1/\kappa}$

$$x_u = \alpha[-\ln(1-u)]^{1/\kappa}$$

Εκτίμηση Παραμέτρων

$$\frac{\Gamma(1+2/\kappa)}{\Gamma^2(1+1/\kappa)} = \frac{s_X^2}{\bar{x}^2} + 1$$

$$\alpha = \frac{\bar{x}}{\Gamma(1+1/\kappa)}$$

Θέτω Y = lnX

$$F_Y(y) = 1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{\kappa(y - \ln\alpha)}}$$

Συνάρτηση κατανομής ελαχίστων τύπου Ι με παράμετρο θέσης lnα και παράμετρο κλίμακας κ

(Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

Κατανομή ελαχίστων τύπου I (Gumbel) και τύπου III (Weibull)

***Παράδειγμα*:** Στον Πίνακα δίνεται το δείγμα των ελάχιστων ημερήσιων παροχών (σε m3/s) ενός ποταμού. Ζητείται η προσαρμογή των κατανομών Gumbel (ελαχίστων) και Weibull, καθώς και η εκτίμηση της ελάχιστης παροχής εικοσαετίας.*

Υδρολ. έτος	Ελάχιστη παροχή	Υδρολ. έτος	Ελάχιστη παροχή	Υδρολ. έτος	Ελάχιστη παροχή
1970-71	0.00	1977-78	2.14	1984-85	0.54
1971-72	2.19	1978-79	2.00	1985-86	0.54
1972-73	2.66	1979-80	1.93	1986-87	1.70
1973-74	2.13	1980-81	2.29	1987-88	1.70
1974-75	1.28	1981-82	2.66	1988-89	0.32
1975-76	0.56	1982-83	2.87	1989-90	1.37
1976-77	0.13	1983-84	1.88		

Λύση

$$\bar{x} = \sum x / n = 1.545 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$sx = \sqrt{\sum x^2 / n - \bar{x}^2} = 0.878 \text{ m}^3/\text{s}$$

Για την κατανομή Gumbel, η μέθοδος των ροπών δίνει:

λ = 1 / (0.78 X 0.878) = 1.460,

c = 1.545 + 0.45 X 0.878 = 1.940

Η ελάχιστη ημερήσια παροχή για T = 20, ή ισοδύναμα για u = 1/20 = 0.05, είναι:

$x_{0.05}$ = 1.940 + ln[−ln(1 − 0.05)] / 1.460 = −0.09 = 0 m^3/s

Για την κατανομή Weibull, η μέθοδος των ροπών δίνει: κ = 1.826, α = 1.738

Γ(1 + 2/κ) = Γ(2.095) = 1.044, Γ(1 + 1/κ) = Γ(1.548) = 0.889

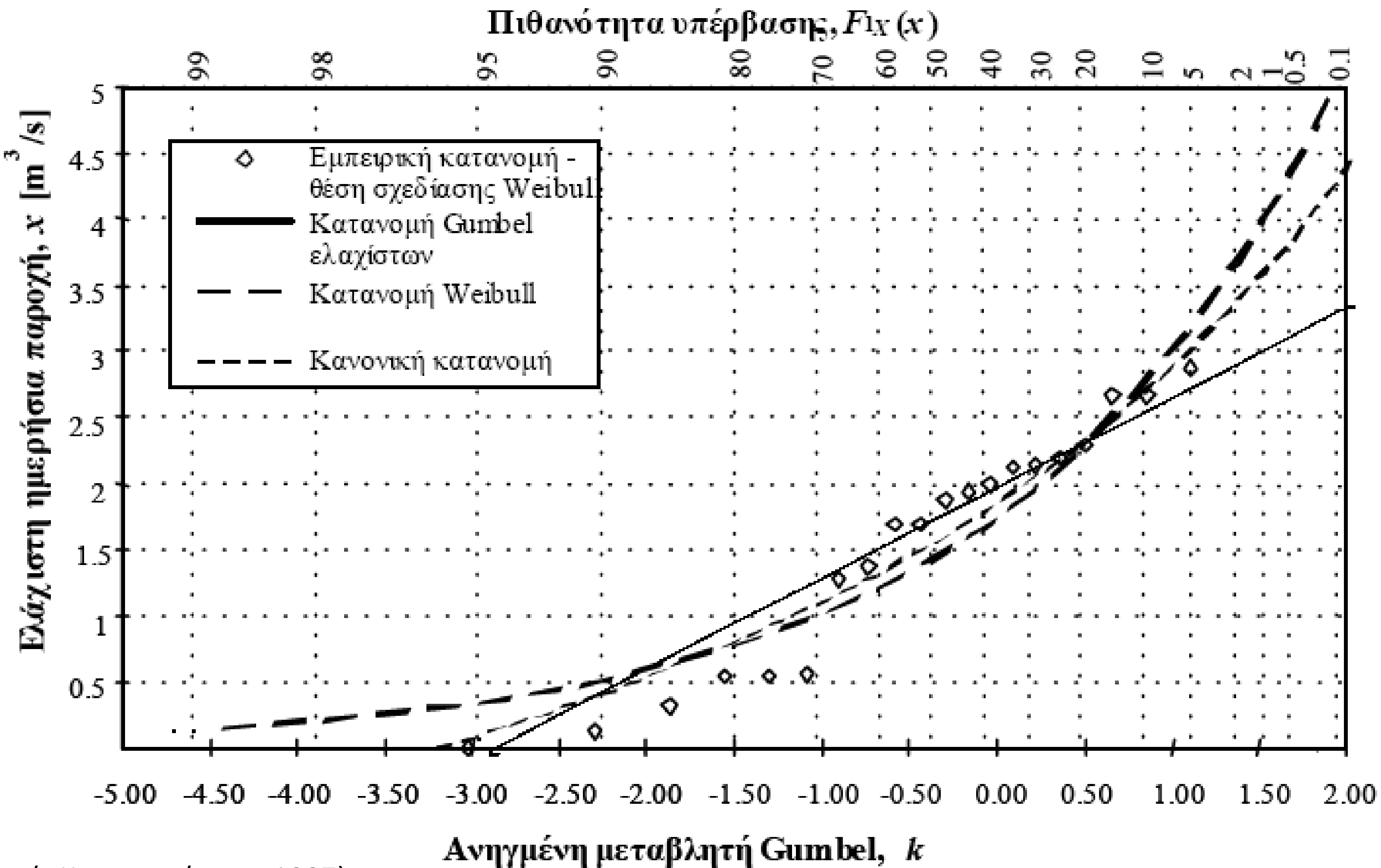
Η ελάχιστη ημερήσια παροχή για T = 20 είναι:

$x_{0.05}$ = 1.738 x $[-\ln(1-0.05)]^{1/1.826}$ = 0.342 m^3/s

(*Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

Κατανομή ελαχίστων τύπου I (Gumbel) και τύπου III (Weibull)

Εμπειρική και θεωρητική συνάρτηση κατανομής της ελαχίστης ημερήσιας παροχής σε χαρτί κατανομής Gumbel (ελαχίστων)



(Πηγή: Κουτσογιάννης, 1997)

Παράδειγμα Προσαρμογής Κατανομής EVI (Gumbel)
(με χρήση του παράγοντα συχνότητας)

Παράδειγμα. Σε ένα υδρομετρικό σταθμό έχει μετρηθεί η ημερήσια παροχή για τα έτη 1960-1974. Από τις ημερήσιες παροχές έχουν βρεθεί οι μέγιστες ετήσιες ημερήσιες παροχές όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα κατ'έτος.

Έτος	Παροχή (m^3/s)
1960	65,7
1961	79
1962	132
1963	93,7
1964	112
1965	69,7
1966	86,7
1967	98,8
1968	62,3
1969	64
1970	70,2
1971	88,9
1972	78
1973	85
1974	91,8

Ζητούνται:

1. Να προσαρμοστεί η θεωρητική συνάρτηση πιθανότητας EVI (Gumbel) στις παραπάνω τιμές της παροχής.
2. Να γίνει εκτίμηση των παροχών σχεδιασμού με περιόδους επαναφοράς τα 100, 50 και 25 έτη.
3. Να βρεθεί η περίοδος επαναφοράς των παροχών 90, 120 και 550 m^3/s.
4. Ποια είναι η πιθανότητα η παροχή 150 m^3/s να εμφανιστεί μια φορά στα επόμενα 10 έτη;

Δίνονται οι τύποι:

T= (n+1)/m

P(X>x)=exp(-exp(-y))

y = -ln(-ln(1-P))

K_T=0.7797y-0.45

$$X_T = \overline{X} + K_T \sigma$$

Παράδειγμα Προσαρμογής Κατανομής EVI (Gumbel) (με χρήση του παράγοντα συχνότητας)

Λύση.

1ο Ερώτημα

Average= 85.14667

St.Deviatio 19.14862

Rank	Ranked Flows	Return Period T=n+1/m	Probability F=1/T	Reduced variate y=-ln(-ln(1-P))	Kt Kt=0.7797y-0.45	Gumbel flows Xt=Xm+Kt St.Deviation
1	132	16	0.0625	2.740493007	1.686762397	117.4458422
2	112	8	0.125	2.013418678	1.119862543	106.5904923
3	98.8	5.333333	0.1875	1.571952527	0.775651386	99.99932363
4	93.7	4	0.25	1.245899324	0.521427703	95.13129094
5	91.8	3.2	0.3125	0.981647055	0.315390209	91.18595727
6	88.9	2.666667	0.375	0.755014863	0.138685088	87.80229806
7	86.1	2.285714	0.4375	0.552752143	-0.019019154	84.78247945
8	85	2	0.5	0.366512921	-0.164229876	82.00189452
9	79	1.777778	0.5625	0.190339326	-0.301592428	79.3715912
10	78	1.6	0.625	0.019356889	-0.434907434	76.81879281
11	70.2	1.454545	0.6875	-0.151132538	-0.56783804	74.27335515
12	69.7	1.333333	0.75	-0.32663426	-0.704676733	71.65308303
13	65.7	1.230769	0.8125	-0.515201894	-0.851702917	68.83773449
14	64	1.142857	0.875	-0.732099368	-1.020817877	65.59941638
15	62.3	1.066667	0.9375	-1.019781441	-1.245123589	61.30427154
		25	0.04	3.198534261	2.043897164	124.2844801
2ο Ερώτημα		50	0.02	3.901938658	2.592341572	134.7864337
		100	0.01	4.600149227	3.136736352	145.2108424

Παράδειγμα Προσαρμογής Κατανομής EVI (Gumbel) (με χρήση του παράγοντα συχνότητας)

Λύση.

3ο Ερώτημα

Flows	Kt Kt=(Xt-Xm)/St.Deviation	Reduced variate y=(Kt+0.45)/0.7797	Probability of non-reoccurence P=exp(-exp(-y))	Probability of reoccurence F=1-P	Return Period T=1/F
90	0.253455863	0.902213496	0.66652961	0.33347039	2.998766994
120	1.820148397	2.911566496	0.947062244	0.052937756	18.89010927
150	3.386840932	4.920919497	0.992734103	0.007265897	137.6292523

4ο Ερώτημα

$$P=1-(1-F)^{10}= \quad 0.070648041$$

Στατιστική ανάλυση συνήθων υδρολογικών τιμών

***Παράδειγμα**: Σε δείγμα 30 ετησίων βροχοπτώσεων προσαρμόζεται η κανονική κατανομή. Το δείγμα έχει συντελεστή μεταβλητότητας 0.4. Εάν η ελάχιστη βροχόπτωση 20ετίας είναι 30 mm, ζητείται η μέγιστη βροχόπτωση 50ετίας και τα όρια εμπιστοσύνης της εκτίμησης αυτής για βαθμό εμπιστοσύνης 90%.*

Λύση: Η πιθανότητα υπέρβασης F1 θα ισούται με το αντίστροφο της περιόδου επαναφοράς $F_1 = 1/T = 1/20 = 0.05$

Για τη συγκεκριμένη περίοδο επαναφοράς, η ανηγμένη μεταβλητή του Gauss υπολογίζεται με τη βοήθεια του Πίνακα Κανονικής Κατανομής ίση με z≈-1.64. Από τη σχέση $CV = \frac{s_x}{\bar{x}} \rightarrow s_x = 0.4\bar{x}$ και με βάση την εξίσωση της κανονικής κατανομής και την παραπάνω σχέση λαμβάνεται: $\hat{x} = \bar{x} + s_x z \rightarrow \hat{x} = \bar{x} + 0.4\bar{x}z$

Είναι z=-1.64, η εκτίμηση του x για την 20ετία είναι 30 mm οπότε προσδιορίζεται ο μέσος όρος και με βάση την τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας και η τυπική απόκλιση: $\bar{x}$ = 88 mm και s_x= 35 mm.

Πίνακας κανονικής κατανομής

z	$F(z)$	$F_1(z)$	z	$F(z)$	$F_1(z)$	z	$F(z)$	$F_1(z)$
0	0.5	0.5	1.35	0.91149	0.08851	2.70	0.99653	0.00347
0.05	0.51994	0.48006	1.40	0.91924	0.08076	2.75	0.99702	0.00298
0.10	0.53983	0.46017	1.45	0.92647	0.07353	2.80	0.99744	0.00256
0.15	0.55962	0.44038	1.50	0.93319	0.06681	2.85	0.99781	0.00219
0.20	0.57926	0.42074	1.55	0.93943	0.06057	2.8782	0.998	0.002
0.25	0.59871	0.40129	1.60	0.94520	0.05480	2.90	0.99813	0.00187
0.2533	0.6	0.4	1.6449	0.95	0.05	2.95	0.99841	0.00159
0.30	0.61791	0.38209	1.65	0.95053	0.04947	3.00	0.99865	0.00135
0.35	0.63683	0.36317	1.70	0.95543	0.04457	3.05	0.99841	0.00159
0.40	0.65542	0.34458	1.75	0.95994	0.04006	3.0902	0.999	0.001
0.45	0.67364	0.32636	1.80	0.96407	0.03593	3.10	0.99886	0.00114
0.50	0.69146	0.30854	1.85	0.96784	0.03216	3.15	0.99900	0.00100
0.5244	0.7	0.3	1.90	0.97128	0.02872	3.20	0.99903	0.00097
0.55	0.70884	0.29116	1.95	0.97441	0.02559	3.25	0.99918	0.00082
0.60	0.72575	0.27425	2.00	0.97725	0.02275	3.2905	0.9995	0.0005
0.65	0.74215	0.25785	2.05	0.97982	0.02018	3.30	0.99942	0.00058
0.70	0.75804	0.24196	2.0537	0.98	0.02	3.35	0.99950	0.00050
0.75	0.77337	0.22663	2.10	0.98214	0.01786	3.40	0.99952	0.00048
0.80	0.78814	0.21186	2.15	0.98422	0.01578	3.45	0.99960	0.00040
0.8416	0.8	0.2	2.20	0.98610	0.01390	3.50	0.99966	0.00034
0.85	0.80234	0.19766	2.25	0.98778	0.01222	3.5402	0.9998	0.0002
0.90	0.81594	0.18406	2.30	0.98928	0.01072	3.55	0.99977	0.00023
0.95	0.82894	0.17106	2.3263	0.99	0.01	3.60	0.99980	0.00020
1.00	0.84134	0.15866	2.35	0.99061	0.00939	3.65	0.99981	0.00019
1.05	0.85314	0.14686	2.40	0.99180	0.00820	3.70	0.99984	0.00016
1.10	0.86433	0.13567	2.45	0.99286	0.00714	3.7195	0.9999	10^{-4}
1.15	0.87493	0.12507	2.50	0.99379	0.00621	4.27	$1 - 10^{-5}$	10^{-5}
1.20	0.88493	0.11507	2.55	0.99461	0.00539	4.75	$1 - 10^{-6}$	10^{-6}
1.25	0.89435	0.10565	2.5758	0.995	0.005	5.20	$1 - 10^{-7}$	10^{-7}
1.2816	0.9	0.1	2.60	0.99534	0.00466	5.61	$1 - 10^{-8}$	10^{-8}
1.30	0.90320	0.09680	2.65	0.99598	0.00402	6.00	$1 - 10^{-9}$	10^{-9}
$-z$	$F_1(-z)$	$F(-z)$	$-z$	$F_1(-z)$	$F(-z)$	$-z$	$F_1(-z)$	$F(-z)$

Στατιστική ανάλυση συνήθων υδρολογικών τιμών

Λύση (συνέχεια):

Για τον υπολογισμό της μέγιστης βροχόπτωσης 50ετίας, υπολογίζεται η πιθανότητα

υπέρβασης που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς 50 ετών, η νέα τιμή της ανηγμένης μεταβλητής Gauss και εφαρμόζεται η σχέση που δίνει την εκτίμηση της κανονικής κατανομής:

$F_1 = 1/T = 1/50 = 0.02 \rightarrow z=2.05$

$\hat{x} = \bar{x} + s_x z \rightarrow \hat{x} = 88 + 35 * 2.05 = 159.8$ mm

Οι εξισώσεις μέσω των οποίων υπολογίζονται τα όρια εμπιστοσύνης, είναι διαφορετικές για κάθε κατανομή. Για την κανονική κατανομή είναι:

$$X = \hat{X} \pm z_{(1+\gamma)/2} \frac{S_X}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{z^2}{2}}$$

όπου:

z η ανηγμένη μεταβλητή της κανονικής κατανομής για F=1-1/T

$\mathbf{z_{(1+\gamma)/2}}$ η τιμή της μεταβλητής Gauss για F=(1+γ)/2

γ ο βαθμός εμπιστοσύνης (πχ 0.90 για 90% εμπιστοσύνη)

n το πλήθος του δείγματος

$\mathbf{S_X}$ η τυπική απόκλιση του δείγματος

$\hat{X}$ η εκτιμημένη τιμή της μεταβλητής X.

Στατιστική ανάλυση συνήθων υδρολογικών τιμών

Λύση (συνέχεια):

Στην προκειμένη περίπτωση είναι n=30, S_x=35, γ=90% άρα (1+γ)/2=0.95 και η εκτίμηση της βροχόπτωσης έχει προκύψει ίση με 159.8 mm.

Επομένως η εξίσωση των ορίων εμπιστοσύνης θα δώσει:

$$X_{1,2} = 159.8 \pm 18.6 = \begin{cases} 178.3 \\ 141.2 \end{cases}$$

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

***Παράδειγμα**: Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες μέγιστες ετήσιες απορροές, καταταγμένες σε φθίνουσα τάξη. Ζητείται η προσαρμογή των κατανομών Gumbel, Log-Normal και Log-Pearson III. Η περίοδος επαναφοράς της πλημμύρας που θα προκαλέσει καταστροφή των παρακείμενων καλλιεργειών είναι 100 έτη. Ποια θα είναι η τιμή της παροχής της πλημμύρας και τα όρια ασφαλείας της εκτίμησης αυτής στο επίπεδο 95% για τις κατανομές Gumbel και Log-Normal;*

m	x(T) (m^3/s)	m	x(T) (m^3/s)
1	330	11	242
2	310	12	240
3	292	13	237
4	280	14	235
5	272	15	230
6	266	16	222
7	260	17	218
8	255	18	212
9	250	19	205
10	248	20	195

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

Λύση:

Κατανομή EVI (Gumbel):

Η προσαρμογή του δείγματος στην κατανομή γίνεται άμεσα με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\hat{x}(T) = \overline{x} - s_x \left[0.4500 - 0.7797 \ln\left[\ln(T) - \ln(T-1)\right]\right] \Rightarrow$$
$$\hat{x}(T) = 249.95 - 34.636\left[0.4500 - 0.7797 \ln\left[\ln(T) - \ln(T-1)\right]\right]$$

Συνεπώς για T=100 έτη:

$$\hat{x}(100) = 249.95 - 34.636\left[0.4500 - 0.7797 \ln\left[\ln(100) - \ln(100-1)\right]\right] \Rightarrow$$
$$\hat{x}(100) = 359\ m^3/s$$

Έτος (m)	x(T) (m^3/s)	T=(N+1)/m	ln x(T)
1	330	21.00	5.799
2	310	10.50	5.737
3	292	7.00	5.677
4	280	5.25	5.635
5	272	4.20	5.606
6	266	3.50	5.583
7	260	3.00	5.561
8	255	2.63	5.541
9	250	2.33	5.521
10	248	2.10	5.513
11	242	1.91	5.489
12	240	1.75	5.481
13	237	1.62	5.468
14	235	1.50	5.460
15	230	1.40	5.438
16	222	1.31	5.403
17	218	1.24	5.384
18	212	1.17	5.357
19	205	1.11	5.323
20	195	1.05	5.273
Μέσος Όρος	**249.95**		**5.512421**
Τυπική Απόκλιση	**34.636**		**0.136**
Συντ. Ασυμμετρίας	**0.656143**		**0.328462**

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

Λύση:

Κατανομή Log-Normal

Υπολογίζεται ο συντελεστής σκεδασιμότητας C_U που είναι ίσος με:

$$C_u = \frac{S_x}{\bar{x}} = \frac{34.636}{249.95} = 0.1386$$

ενώ για T=100 έτη υπολογίζεται η ανηγμένη μεταβλητή της κανονικής κατανομής:

$$z_{T=100} = 2.3263$$

Σύμφωνα με τη μέθοδο του συντελεστή συχνότητας:

$$K(T) = C_u^{-1}\left(\left(\frac{1}{(C_u^2+1)^{1/2}}\right)\cdot \exp\left[z_T\left\{\ln\left(C_u^2+1\right)\right\}^{1/2}\right]-1\right)$$

με αντικατάσταση των τιμών προκύπτει:

$$K(100) = 2.6357$$

και

$$\hat{x}(100) = \mu + \mathrm{K}(100)\cdot\sigma = 249.95 + 2.6357\cdot 34.636 \Rightarrow$$

$$\hat{x}(100) = 341.242\ m^3/s$$

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

Λύση:

Κατανομή Log-Pearson III

Οι λογάριθμοι των τιμών ακολουθούν κατανομή Pearson III. Υπολογίζονται οι στατιστικοί παράμετροι της συνάρτησης y=ln(x), που είναι:

$$\bar{y} = 5.512, s_y = 0.136, g = 0.328$$

Ο συντελεστής ασυμμετρίας είναι σημαντικά διάφορος του 0 και συνεπώς μπορεί να εφαρμοστεί η λογαριθμική Pearson.

Από τους πίνακες της κατανομής Pearson III (Μιμίκου, 2006) υπολογίζεται ο συντελεστής συχνότητας για *T*=100 και *g*=0.328, *K*(100)=2.57

- (Για θετικές τιμές του *g* υπολογίζεται πρώτα ο συντελεστής K(T) για την αντίστοιχη αρνητική τιμή του g και για πιθανότητα υπέρβασης 1-Φ. Κατόπιν λαμβάνεται η αντίθετη τιμή του συντελεστή που προέκυψε).

$\hat{y} = \bar{y} + K_T s_y \rightarrow \hat{y}(100) = \bar{y} + K(100) s_y = 5.512 + 2.57 * 0.136$ = 5.862

Άρα $\hat{x}(100) = e^{\hat{y}(100)} = e^{5.862}$ =351.4 m^3/s

Δείκτης συχνότητας K(T) Pearson III

Φ	0.0010	0.0050	0.0100	0.0200	0.0250	0.0400	0.0500	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000
g\T	1.0010	1.0050	1.0101	1.0204	1.0256	1.0417	1.0526	1.1111	1.2500	1.4286	1.6667
−3.5	−7.7202	−5.2529	−4.2247	−3.2264	−2.9130	−2.2686	−1.9715	−1.0955	−0.3217	0.0573	0.2778
−3.4	−7.6095	−5.1989	−4.1926	−3.2137	−2.9060	−2.2723	−1.9795	−1.1134	−0.3413	0.0421	0.2690
−3.3	−7.4974	−5.1436	−4.1592	−3.2000	−2.8979	−2.2751	−1.9867	−1.1308	−0.3610	0.0265	0.2596
−3.2	−7.3838	−5.0870	−4.1245	−3.1851	−2.8888	−2.2769	−1.9931	−1.1477	−0.3808	0.0105	0.2495
−3.1	−7.2688	−5.0290	−4.0886	−3.1691	−2.8786	−2.2778	−1.9987	−1.1642	−0.4006	−0.0060	0.2387
−3.0	−7.1523	−4.9696	−4.0514	−3.1519	−2.8673	−2.2778	−2.0033	−1.1801	−0.4204	−0.0228	0.2273
−2.9	−7.0344	−4.9088	−4.0129	−3.1336	−2.8549	−2.2768	−2.0071	−1.1954	−0.4401	−0.0400	0.2152
−2.8	−6.9150	−4.8467	−3.9730	−3.1140	−2.8413	−2.2747	−2.0099	−1.2101	−0.4598	−0.0575	0.2026
−2.7	−6.7942	−4.7831	−3.9318	−3.0932	−2.8266	−2.2716	−2.0118	−1.2242	−0.4793	−0.0752	0.1894
−2.6	−6.6719	−4.7181	−3.8893	−3.0712	−2.8106	−2.2674	−2.0126	−1.2377	−0.4987	−0.0932	0.1756
−2.5	−6.5481	−4.6518	−3.8454	−3.0479	−2.7934	−2.2622	−2.0125	−1.2504	−0.5179	−0.1114	0.1614
−2.4	−6.4228	−4.5839	−3.8001	−3.0233	−2.7751	−2.2558	−2.0113	−1.2624	−0.5368	−0.1298	0.1466
−2.3	−6.2963	−4.5147	−3.7535	−2.9974	−2.7554	−2.2483	−2.0090	−1.2736	−0.5555	−0.1483	0.1315
−2.2	−6.1632	−4.4440	−3.7054	−2.9703	−2.7345	−2.2397	−2.0057	−1.2841	−0.5738	−0.1668	0.1159
−2.1	−6.0386	−4.3719	−3.6560	−2.9418	−2.7123	−2.2299	−2.0013	−1.2938	−0.5918	−0.1854	0.1000
−2.0	−5.9078	−4.2983	−3.6052	−2.9120	−2.6889	−2.2189	−1.9957	−1.3026	−0.6094	−0.2040	0.0837
−1.9	−5.7755	−4.2234	−3.5529	−2.8809	−2.6641	−2.2067	−1.9891	−1.3105	−0.6266	−0.2225	0.0672
−1.8	−5.6419	−4.1470	−3.4993	−2.8485	−2.6381	−2.1933	−1.9812	−1.3176	−0.6433	−0.2409	0.0504
−1.7	−5.5070	−4.0693	−3.4444	−2.8147	−2.6108	−2.1787	−1.9723	−1.3238	−0.6596	−0.2592	0.0334
−1.6	−5.3709	−3.9902	−3.3880	−2.7796	−2.5821	−2.1629	−1.9621	−1.3290	−0.6753	−0.2774	0.0163
−1.5	−5.2335	−3.9097	−3.3303	−2.7432	−2.5522	−2.1459	−1.9508	−1.3333	−0.6905	−0.2953	−0.0009
−1.4	−5.0950	−3.8280	−3.2713	−2.7056	−2.5210	−2.1277	−1.9384	−1.3366	−0.7051	−0.3131	−0.0182
−1.3	−4.9555	−3.7450	−3.2110	−2.6666	−2.4885	−2.1082	−1.9247	−1.3390	−0.7191	−0.3305	−0.0356
−1.2	−4.8149	−3.6607	−3.1494	−2.6263	−2.4548	−2.0876	−1.9099	−1.3405	−0.7326	−0.3477	−0.0530
−1.1	−4.6734	−3.5753	−3.0866	−2.5848	−2.4198	−2.0657	−1.8939	−1.3409	−0.7454	−0.3646	−0.0703
−1.0	−4.5311	−3.4887	−3.0226	−2.5421	−2.3836	−2.0427	−1.8768	−1.3404	−0.7575	−0.3811	−0.0876
−0.9	−4.3881	−3.4011	−2.9573	−2.4981	−2.3462	−2.0185	−1.8586	−1.3389	−0.7690	−0.3973	−0.1049
−0.8	−4.2444	−3.3124	−2.8910	−2.4530	−2.3076	−1.9931	−1.8392	−1.3364	−0.7799	−0.4131	−0.1220
−0.7	−4.1002	−3.2228	−2.8236	−2.4067	−2.2679	−1.9666	−1.8186	−1.3329	−0.7900	−0.4285	−0.1390
−0.6	−3.9557	−3.1323	−2.7551	−2.3593	−2.2270	−1.9390	−1.7970	−1.3285	−0.7995	−0.4435	−0.1559
−0.5	−3.8109	−3.0410	−2.6857	−2.3108	−2.1850	−1.9102	−1.7743	−1.3231	−0.8083	−0.4581	−0.1726
−0.4	−3.6661	−2.9490	−2.6154	−2.2613	−2.1420	−1.8804	−1.7505	−1.3167	−0.8164	−0.4723	−0.1892
−0.3	−3.5214	−2.8564	−2.5442	−2.2108	−2.0979	−1.8495	−1.7256	−1.3094	−0.8238	−0.4860	−0.2055
−0.2	−3.3770	−2.7632	−2.4723	−2.1593	−2.0529	−1.8176	−1.6997	−1.3010	−0.8304	−0.4993	−0.2217
−0.1	−3.2332	−2.6696	−2.3996	−2.1070	−2.0069	−1.7846	−1.6728	−1.2918	−0.8364	−0.5121	−0.2376

Φ	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	0.9500	0.9600	0.9750	0.9800	0.9900	0.9950	0.9990
g\T	2.0000	2.5000	3.3333	5.0000	10.000	20.000	25.000	40.000	50.000	100.00	200.00	1000.0
−3.5	0.4125	0.4939	0.5399	0.5624	0.5703	0.5713	0.5714	0.5714	0.5714	0.5714	0.5714	0.5714
−3.4	0.4106	0.4984	0.5500	0.5765	0.5867	0.5880	0.5881	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882
−3.3	0.4079	0.5024	0.5599	0.5910	0.6038	0.6057	0.6059	0.6060	0.6060	0.6061	0.6061	0.6061
−3.2	0.4045	0.5058	0.5695	0.6057	0.6217	0.6244	0.6247	0.6249	0.6249	0.6250	0.6250	0.6250
−3.1	0.4004	0.5086	0.5789	0.6206	0.6406	0.6443	0.6446	0.6450	0.6451	0.6451	0.6452	0.6452
−3.0	0.3955	0.5107	0.5878	0.6357	0.6602	0.6653	0.6658	0.6664	0.6665	0.6666	0.6667	0.6667
−2.9	0.3899	0.5121	0.5963	0.6509	0.6807	0.6876	0.6834	0.6892	0.6893	0.6896	0.6896	0.6896
−2.8	0.3835	0.5128	0.6043	0.6660	0.7021	0.7112	0.7123	0.7135	0.7138	0.7141	0.7142	0.7143
−2.7	0.3764	0.5126	0.6118	0.6811	0.7242	0.7361	0.7376	0.7394	0.7399	0.7405	0.7407	0.7407
−2.6	0.3685	0.5117	0.6185	0.6960	0.7471	0.7624	0.7646	0.7671	0.7678	0.7688	0.7691	0.7692
−2.5	0.3599	0.5100	0.6246	0.7107	0.7706	0.7901	0.7931	0.7967	0.7976	0.7992	0.7997	0.8000
−2.4	0.3506	0.5074	0.6300	0.7249	0.7947	0.8193	0.8231	0.8282	0.8296	0.8320	0.8328	0.8333
−2.3	0.3406	0.5041	0.6346	0.7388	0.8193	0.8498	0.8549	0.8617	0.8637	0.8672	0.8686	0.8694
−2.2	0.3300	0.4999	0.6383	0.7521	0.8442	0.8816	0.8881	0.8973	0.9001	0.9052	0.9074	0.9085
−2.1	0.3187	0.4949	0.6412	0.7648	0.8694	0.9146	0.9229	0.9349	0.9388	0.9461	0.9494	0.9519
−2.0	0.3068	0.4892	0.6433	0.7769	0.8946	0.9487	0.9592	0.9747	0.9798	0.9899	0.9950	0.9990
−1.9	0.2944	0.4826	0.6445	0.7882	0.9199	0.9838	0.9967	1.0164	1.0231	1.0369	1.0443	1.0507
−1.8	0.2815	0.4754	0.6449	0.7987	0.9450	1.0197	1.0354	1.0600	1.0686	1.0871	1.0975	1.1074
−1.7	0.2681	0.4674	0.6444	0.8084	0.9698	1.0563	1.0751	1.1054	1.1163	1.1404	1.1548	1.1697
−1.6	0.2542	0.4587	0.6430	0.8172	0.9942	1.0934	1.1157	1.1523	1.1658	1.1968	1.2162	1.2380
−1.5	0.2400	0.4494	0.6408	0.8252	1.0181	1.1307	1.1568	1.2006	1.2172	1.2561	1.2817	1.3127
−1.4	0.2253	0.4395	0.6378	0.8322	1.0414	1.1683	1.1984	1.2500	1.2700	1.3181	1.3511	1.3941
−1.3	0.2104	0.4290	0.6340	0.8384	1.0641	1.2058	1.2403	1.3004	1.3241	1.3827	1.4244	1.4822
−1.2	0.1952	0.4179	0.6294	0.8437	1.0861	1.2431	1.2822	1.3515	1.3793	1.4494	1.5011	1.5769
−1.1	0.1797	0.4064	0.6241	0.8481	1.1073	1.2802	1.3241	1.4031	1.4353	1.5181	1.5811	1.6782
−1.0	0.1640	0.3943	0.6181	0.8516	1.1276	1.3168	1.3658	1.4551	1.4919	1.5884	1.6639	1.7857
−0.9	0.1481	0.3819	0.6115	0.8543	1.1471	1.3530	1.4072	1.5071	1.5489	1.6600	1.7492	1.8989
−0.8	0.1320	0.3689	0.6041	0.8561	1.1657	1.3885	1.4481	1.5591	1.6060	1.7327	1.8366	2.0174
−0.7	0.1158	0.3556	0.5961	0.8570	1.1835	1.4234	1.4885	1.6110	1.6632	1.8062	1.9258	2.1405
−0.6	0.0994	0.3420	0.5876	0.8572	1.2003	1.4576	1.5283	1.6625	1.7203	1.8803	2.0164	2.2678
−0.5	0.0830	0.3280	0.5784	0.8565	1.2162	1.4910	1.5674	1.7137	1.7772	1.9547	2.1082	2.3987
−0.4	0.0665	0.3136	0.5687	0.8551	1.2311	1.5236	1.6057	1.7643	1.8336	2.0293	2.2009	2.5326
−0.3	0.0499	0.2990	0.5584	0.8528	1.2452	1.5553	1.6433	1.8143	1.8896	2.1039	2.2942	2.6691
−0.2	0.0332	0.2840	0.5476	0.8499	1.2582	1.5861	1.6800	1.8636	1.9450	2.1784	2.3879	2.8079

(Πηγή: Μιμίκου, 2006)

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

Λύση:

ΟΡΙΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ *α%*

$$x(\mathrm{T})_{\max} = x(\mathrm{T}) + z_{(1+\alpha)/2} S_T$$

$$x(\mathrm{T})_{\min} = x(\mathrm{T}) - z_{(1+\alpha)/2} S_T$$

$Z_{(1+\alpha)/2}$ η μεταβλητή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής όταν το επίπεδο είναι ***α%***

S_T η τυπική απόκλιση του x_T

$$S_T = \delta \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\mathrm{N}}}$$

$\hat{\sigma}$ Η τυπική απόκλιση του δείγματος

N Ο αριθμός των Ν παρατηρήσεων του δείγματος

Κανονική κατανομή

$$\delta = \sqrt{1 + \frac{\mathrm{K}(T)^2}{2}}$$

$$K(T) = Z_{(1-1/T)}$$

Κατανομή Gumbel μεγίστων

$$\delta = \sqrt{1 + 1.1396\mathrm{K}(T) + 1.1\,\mathrm{K}(T)^2}$$

$$k(T) = -0.45 - 0.7797 * \ln(-\ln(1 - 1/T))$$

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

Λύση:

Κατανομή EVI (Gumbel) μεγίστων

$$k(T) = -0.45 - 0.7797 * \ln(-\ln(1-1/T)) = 3.8357$$

$$\delta = \sqrt{1+1.1396\mathrm{K}(T)+1.1\,\mathrm{K}(T)^2} = \sqrt{1+1.1396*3.8357+1.1*3.8357^2} = 4.6427$$

η τυπική απόκλιση του x(T) είναι: $$S_T = \delta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\mathrm{N}}} = 4.6427\frac{34.636}{\sqrt{20}} = 35.957$$

και τα όρια εμπιστοσύνης είναι:

$$x(\mathrm{T})_{\max} = x(\mathrm{T}) + z_{(1+\alpha)/2}S_T = 359 + 1.960 * 35.957 = 428.38 \quad \mathrm{m^3/s}$$

$$x(\mathrm{T})_{\min} = x(\mathrm{T}) - z_{(1+\alpha)/2}S_T = 359 - 1.960 * 35.957 = 289.62 \quad \mathrm{m^3/s}$$

Στατιστική ανάλυση πλημμυρών

Λύση:

Κατανομή Log-Normal

Ο συντελεστής συχνότητας K(T), στην περίπτωση της κανονικής κατανομής είναι ίσος με την ανηγμένη μεταβλητή $z_{1\text{-}\alpha/2}$. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 1-α = 95%, υπολογίζεται η ανηγμένη μεταβλητή $\boldsymbol{z_{1\text{-}\alpha/2} = z_{0.975} = 1.960}$

$$K(T) = Z_{(1-1/T)}$$

$$\delta = \sqrt{1+\frac{\mathrm{K}(T)^2}{2}} = \sqrt{1+\frac{1.960^2}{2}} = 1.709$$

η τυπική απόκλιση του y(T) είναι:

$$S_T = \delta\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\mathrm{N}}} = 1.709\frac{0.136}{\sqrt{20}} = 0.05197$$

και τα όρια εμπιστοσύνης είναι:

$$x(\mathrm{T})_{\max} = \exp(\ln(341) + 1.960 * 0.5197) = 377.6 \quad \mathrm{m^3/s}$$

$$x(\mathrm{T})_{\min} = \exp(\ln(341) - 1.960 * 0.5197) = 308.0 \quad \mathrm{m^3/s}$$

Βιβλιογραφία

Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.

Κουτσογιάννης, Δ. «Στατιστική Υδρολογία», Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.

Μιμίκου, Μ.Α. «Τεχνολογία Υδατικών Πόρων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 3η Έκδοση, 2006.

Μιμίκου, Μ.Α. και Ε.Α. Μπαλτάς. «Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 5η Έκδοση, 2012.

Παπαμιχαήλ, Δ.Μ. «Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων», Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούδη, 2001.

Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης