Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

Ενότητα 10: Διόδευση Πλημμυρών

Καθ. Αθανάσιος Λουκάς
Εργαστήριο Υδρολογίας και Ανάλυσης Υδατικών Συστημάτων
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πολυτεχνική Σχολή

ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ

- **Διόδευση πλημμύρας** ονομάζεται ο υπολογισμός της πλημμύρας σε μια διατομή όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα της πλημμύρας σε μια άλλη διατομή ανάντη της πρώτης ή γενικότερα ο υπολογισμός στο χώρο και το χρόνο των υδραυλικών παραμέτρων μιας πλημμύρας.
  - πρόκειται για ένα μαθηματικό υπολογισμό που περιγράφει το «πέρασμα» του πλημμυρικού κύματος μέσα από την κοίτη ενός υδατορρεύματος ή μέσα από ένα ταμιευτήρα που παρεμβάλλεται σε ένα υδατόρρευμα.

- Οι διοδεύσεις γενικά αναφέρονται σε

  α) μη μόνιμη ομοιόμορφη ροή και

  β) μη μόνιμη ανομοιόμορφη ροή

Ροή σε υδατορρεύματα

- Στα υδατορρεύματα διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις ροής:
  α) Ροή με σταθερό πυθμένα (χωρίς στερεοπαροχή)
  β) Ροή με κινητό πυθμένα (στερεοπαροχή)
  γ) Τύποι ροής:

  I. **Μόνιμη ομοιόμορφη**
  II. **Μόνιμη ανομοιόμορφη**
  III. **Μη μόνιμη ομοιόμορφη**
  IV. **Μη μόνιμη ανομοιόμορφη**

- Οι κύριες παράμετροι που προσδιορίζουν το φυσικό πρόβλημα είναι το βάθος ροής και η παροχή.
- Δευτερεύουσες παράμετροι η ταχύτητα ροής και ο χρόνος.
- Ο αποθηκευμένος όγκος νερού στην κοίτη ενός υδατορρεύματος είναι μικρός σχετικά με ένα ταμιευτήρα, δεν είναι όμως αμελητέος. Οι υπολογισμοί γίνονται εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας και την σχέση [αποθηκευμένου όγκου]-[εισροής/εκροής]

Ροή σε υδατορρεύματα

- Ροή μέσα από λίμνες-ταμιευτήρες
  - Οι κύριες παράμετροι που προσδιορίζουν το φυσικό πρόβλημα είναι το βάθος και ο αποθηκευμένος όγκος. Οι υπολογισμοί γίνονται εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας και την σχέση [αποθηκευμένου όγκου]-[εκροής].
- Ειδικές περιπτώσεις: αναβαθμοί, ειδικά έργα εκτροπής
  - Εφαρμόζονται ειδικές εμπειρικές μέθοδοι ή ειδικές δυναμικές μέθοδοι και σε ορισμένες περιπτώσεις γίνονται φυσικά ομοιώματα υπό κλίμακα.
- Πλημμυρική κατάκλιση κοιλάδας
  - Η περιγραφή της ροής γίνεται γενικά ως δυσδιάστατη. Κύριες παράμετροι είναι το βάθος ροής και η παροχή

ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΔΙΟΔΕΥΣΕΩΝ

- **Υδραυλικές μέθοδοι**
  - Χρησιμοποιούν την εξίσωση συνεχείας και τις δυναμικές εξισώσεις ροής, που απαιτούν καλή γνώση των υδραυλικών χαρακτηριστικών του υδατορρεύματος.

- **Υδρολογικές μέθοδοι**
  - Οι υδρολογικές μέθοδοι χρησιμοποιούν την εξίσωση συνεχείας και μια σχέση αποθηκευμένου όγκου-παροχής

Υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης

- Στηρίζονται σε αριθμητική επίλυση των εξισώσεων ασταθούς ροής σε ανοικτούς αγωγούς

  → ***Saint Venant Equations***

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = +q_l$$ **εξίσωση συνέχειας**

εξίσωση γραμμικής ορμής

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(V^2 A + g h_c A) = gA\left(S_0 - S_f\right) + q_l V_l$$

Όπου A = εμβαδόν υγρής επιφάνειας διατομής

Q = παροχή νερού στη διατομή

ρ = πυκνότητα

$V = Q/A$ = μέση ταχύτητα στη διατομή

q_l = πλευρική εισροή ανά μονάδα μήκους του αγωγού

h_c = απόσταση της επιφάνειας από το κέντρο βάρους της διατομής

V_l = η συνιστώσα της ταχύτητας πλευρικής εισροής κατά τον κύριο άξονα ροής

Παραδοχές υδραυλικών μεθόδων

- Το νερό είναι ασυμπίεστο και ομογενές.
- Η ταχύτητα σε κάθε σημείο μιας διατομής είναι ίση με την μέση ταχύτητα. Μέση ταχύτητα η ποσότητα Q/A
- Ισχύει υδροστατική κατανομή των πιέσεων (η κλίση του πυθμένα του αγωγού και καμπυλότητα της ελεύθερης επιφάνειας του νερού είναι αρκετά μικρές)
- Δεν υπάρχουν ασυνέχειες ή απότομες μεταβολές της ροής στο χώρο και στον χρόνο του πεδίου ροής.
- Η μόνη απώλεια ενέργειας κατά την κίνηση του νερού οφείλεται στις τριβές στον πυθμένα και στα τοιχώματα του αγωγού. Οι απώλειες υπολογίζονται από ημι-εμπειρικές σχέσεις τύπου Manning (συνθήκες ομοιόμορφης ροής) (Manning: $V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$; Chezy: $V = C\sqrt{RS}$)
- Δεν υπάρχουν απώλειες εξάτμισης και οι φυσικές μεταβολές από θερμοδυναμικής απόψεως θεωρούνται ισόθερμες

Υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης

- Η δυναμική εξίσωση γραμμικής ορμής για πρισματικούς αγωγούς και χωρίς πλευρική εισροή γράφεται:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial x} + g\frac{\partial y}{\partial x} = g\left(S_0 - S_f\right)$$

και μπορεί να γραφεί ως:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}$$

εάν $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ τότε η ροή είναι σταθερή (μόνιμη), διαφορετικά η ροή είναι ασταθής

Υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης

- **Πλήρης δυναμική εξίσωση γραμμικής ορμής**:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}$$

$V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t}$ → **Δυνάμεις αδράνειας**

$\frac{\partial y}{\partial x}$ → **Δυνάμεις που προκύπτουν λόγω διαφοράς υδροστατικών πιέσεων**

Υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης

- **Πλήρες δυναμικό κύμα (full dynamic wave)**

  Δυναμική εξίσωση γραμμικής ορμής + Εξίσωση Συνέχειας

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t} \qquad + \qquad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = +q_l$$

- **Κύμα Διαχύσεως (diffusive wave approximation)**

  Εξίσωση γραμμικής ορμής με προσέγγιση διαχύσεως + Εξίσωση Συνέχειας

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \qquad + \qquad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = +q_l$$

- **Κινηματικό Κύμα (kinematic wave approximation)**

Κινηματική προσέγγιση εξίσωσης γραμμικής ορμής + Εξίσωση Συνέχειας

$$S_f = S_0 \qquad + \qquad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = +q_l$$

Υδραυλικές μέθοδοι διόδευσης

- Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου από τις τρεις αυτές μεθόδους διοδεύσεως εξαρτάται από τον τύπο της ροής στο υδατόρρευμα

Μέθοδος	**Τύπος ροής**
Πλήρης δυναμική εξίσωση	**Μη μόνιμη ανομοιόμορφη**
Κύμα διαχύσεως	**Μόνιμη ανομοιόμορφη***
Κινηματικό κύμα	**Μόνιμη ομοιόμορφη***

Όταν η εξέλιξη είναι πολύ αργή τότε τα δυναμικά φαινόμενα θεωρούνται αμελητέα και η ροή θεωρείται κατά προσέγγιση ως μόνιμη

Η **επίλυση** των ανωτέρω εξισώσεων μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους:
α) Υπολογιστικές (βήμα-βήμα), β) Πεπερασμένες διαφορές,
γ) Πεπερασμένα στοιχεία δ) Μέθοδος των χαρακτηριστικών

Υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης

- Οι υδρολογικές μέθοδοι χρησιμοποιούν την εξίσωση συνεχείας και μια σχέση αποθηκευμένου όγκου-παροχής. Έχουν εφαρμογή στους ταμιευτήρες και τα υδατορρεύματα

$$I - O = \frac{dS}{dt}$$

Η ανωτέρω εξίσωση μπορεί να διακριτοποιηθεί για χρονικό βήμα Δt:

$$S_2 - S_1 = \Delta t \left[\frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{O_1 + O_2}{2}\right]$$

όπου:

S_1, I_1 και O_1 η αποθήκευση, εισροή και εκροή στην αρχή του χρονικού βήματος και S_2, I_2 και O_2 στο τέλος του ίδιου χρονικού βήματος αντίστοιχα.

Υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης

- **Μέθοδος Muskingum**
- **Παραλλαγές Μεθόδου Muskingum (π.χ. Muskingum-Cunge)**
- **Μέθοδος Υστέρησης-Διόδευσης (Lag and Route)**
- **Μέθοδος Συνάρτησης Μεταφοράς (Transfer Function)**

Υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης

- Στηρίζονται στην έννοια της αποθήκευσης
  - **Διόδευση μέσω ποταμού (Μέθοδοι Muskingum και Muskingum-Cunge)**
  - **Διόδευση μέσω ταμιευτήρα**

Υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης

Διόδευση μέσω ποταμού - Η μέθοδος Muskingum

- Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά κατά την μελέτη του ποταμού Muskingum στην πολιτεία Οχάιο των ΗΠΑ το 1938.
- Στην περίπτωση ενός υδατορρεύματος η χωρητικότητα *S* δεν μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση μόνο του υδρογραφήματος εκροής *O*, αλλά είναι αναγκαίο να ληφθεί υπόψη και το υδρογράφημα εισροής *I*. Αυτό συμβαίνει διότι η ελεύθερη επιφάνεια του υδατορρεύματος μεταβάλλει μορφή ανάλογα με την εξέλιξη της διοδεύσεως.
- Η εξίσωση της μεθόδου Muskingum συνδέει τον αποθηκευμένο όγκο με την εισροή και την εκροή από το υδατόρρευμα

$$S = K(xI + (1-x)O)$$

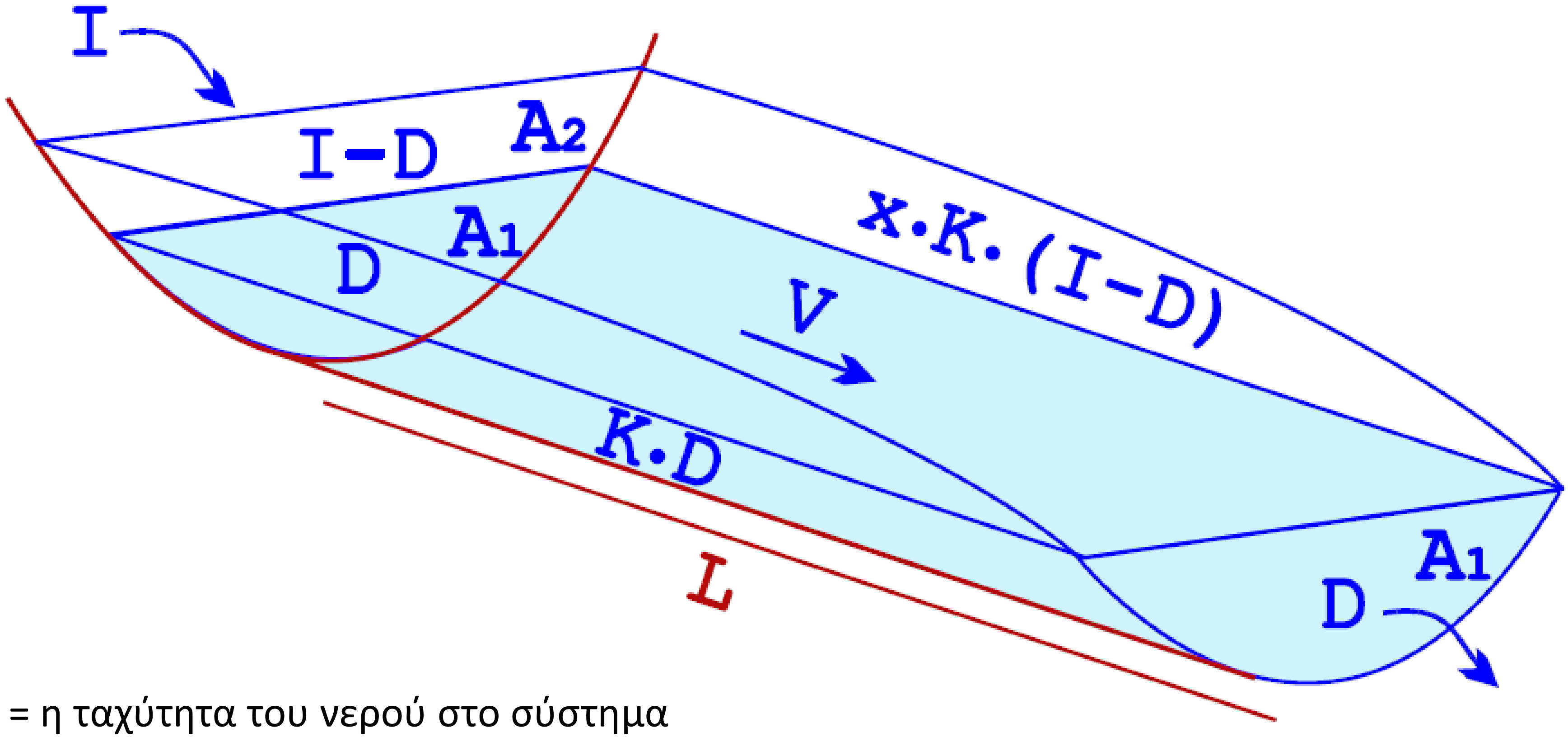
όπου:

x = το βάρος συμμετοχής της εισροής και 1-x = το βάρος συμμετοχής της εκροής στην αποθήκευση του τμήματος του ποταμού

K = είναι ο μέσος χρόνος διαδρομής της αιχμής της πλημμύρας δια μέσου του τμήματος (travelling time)

Μέθοδος Muskingum

Φυσικό νόημα της εξίσωσης Muskingum



V = η ταχύτητα του νερού στο σύστημα

A1 = O/V = εμβαδόν του τμήματος διατομής από όπου διέρχεται παροχή O

A2 = (I − O)/V = εμβαδόν του τμήματος διατομής από όπου διέρχεται παροχή I − O

L = η απόσταση ανάμεσα στις διατομές εισόδου και εξόδου

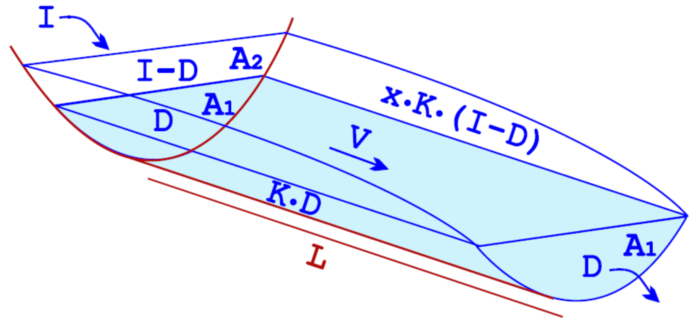
K = ο χρόνος για τη ροή του νερού από την διατομή εισόδου ως την διατομή εξόδου

οπότε και: L = V·K

Μέθοδος Muskingum

Φυσικό νόημα της εξίσωσης Muskingum

$$S = K[xI + (1 - x)O]$$



Ο αποθηκευμένος όγκος νερού στην κοίτη είναι:

S = L·A1 + x·L·A2 = V·K· (O/V) + x·V·K·(▯– O)/V = K·O + K·x·(▯– O)

= ▯·(x·▯+ (1 – x)·▯)

K = συντελεστής χωρητικότητας, με διαστάσεις χρόνου, που υπολογίζεται από τα υδρογραφήματα εισόδου και εξόδου

x = αδιάστατη σταθερά συγκεκριμένης ευθυγραμμίας ποταμού (*x*<0,5)

Δηλαδή το *x* είναι ένας συντελεστής που προσδιορίζει την σχέση μεταξύ εισροής-εκροής ως προς την επίδρασή τους στον προσδιορισμό του αποθηκευμένου όγκου στο υδατόρρευμα

Μέθοδος Muskingum

- Στην περίπτωση αυτή υπολογίζεται το υδρογράφημα πλημμύρας σε μια διατομή ενός ποταμού όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα σε μια διατομή ανάντη. Για τον υπολογισμό αυτό χρησιμοποιείται η μέθοδος Muskingum.

$$S = K(xI + (1 - x)O)$$

Η εξίσωση Muskingum γίνεται με διακριτοποίηση των μεταβλητών στο χρόνο:

$$S_2 - S_1 = K[x(I_2 - I_1) + (1 - x)(O_2 - O_1)]$$

Από συνδυασμό της εξίσωσης της συνέχειας με την σχέση αποθήκευσης, προκύπτει:

$$O_{I+1} = C_0 I_{I+1} + C_1 I_I + C_2 O_I$$

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}, C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}, C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

Μέθοδος Muskingum

$$O_{I+1} = C_0 I_{I+1} + C_1 I_I + C_2 O_I$$

- Η διαδικασία υπολογισμών βασίζεται στην παραπάνω εξίσωση. Με βάση την εξίσωση αυτή και με γνωστές τις αρχικές συνθήκες δηλαδή την παροχή ανάντη και κατάντη κατά τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται κάθε φορά η επόμενη τιμή της παροχής εκροής Q.
- Γνωρίζοντας λοιπόν το υδρογράφημα εισροής και την πρώτη τιμή του υδρογραφήματος εκροής, που θα είναι ίση με την βασική ροή του υδατορρεύματος, είναι απλός ο υπολογισμός βήμα-βήμα του υδρογραφήματος εκροής.
- Οι τιμές των παραμέτρων *x* και K θεωρούνται δεδομένες

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}, C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}, C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum

- Ο υπολογισμός των τιμών των συντελεστών **x** και **K** γίνεται με την βοήθεια ενός ζεύγους υδρογραφημάτων εισροής – εκροής που έχουν μετρηθεί στο παρελθόν.
- Το x αποτελεί ένα τεχνητό προσεγγιστικό συντελεστή και ο υπολογισμός του μπορεί να γίνει μόνο εμπειρικά με διαδοχικές δοκιμές. Η διαδικασία είναι η ακόλουθη:
- Για διάφορες τιμές του x χαράσσεται το διάγραμμα **[x·⍰+ (1-x)·O] ↔ [S/Δt]** το οποίο έχει χαρακτηριστική μορφή βρόχου («βρόχος υστερήσεως»). Κανονικά το διάγραμμα αυτό έπρεπε να είναι μια απλή καμπύλη (ευθεία). Όμως, επειδή κατά τις διάφορες φάσεις της διοδεύσεως η ελεύθερη επιφάνεια στο υδατόρρευμα αλλάζει μορφή, και όλες οι διαφορετικές αυτές μορφές καλύπτονται από τον προσεγγιστικό συντελεστή x, για τον λόγο αυτό αντί για απλή καμπύλη σχηματίζεται ο βρόχος υστερήσεως.
- Ο βρόχος ο οποίος προσεγγίζει καλύτερα μια ευθεία γραμμή δίνει την καταλληλότερη τιμή του x και η κλίση της ευθείας δίνει το λόγο **K/Δt** όπως προκύπτει και από την σχέση: **S/Δt = (⍰/Δt) · [x·⍰+ (1-x) ·O]**

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

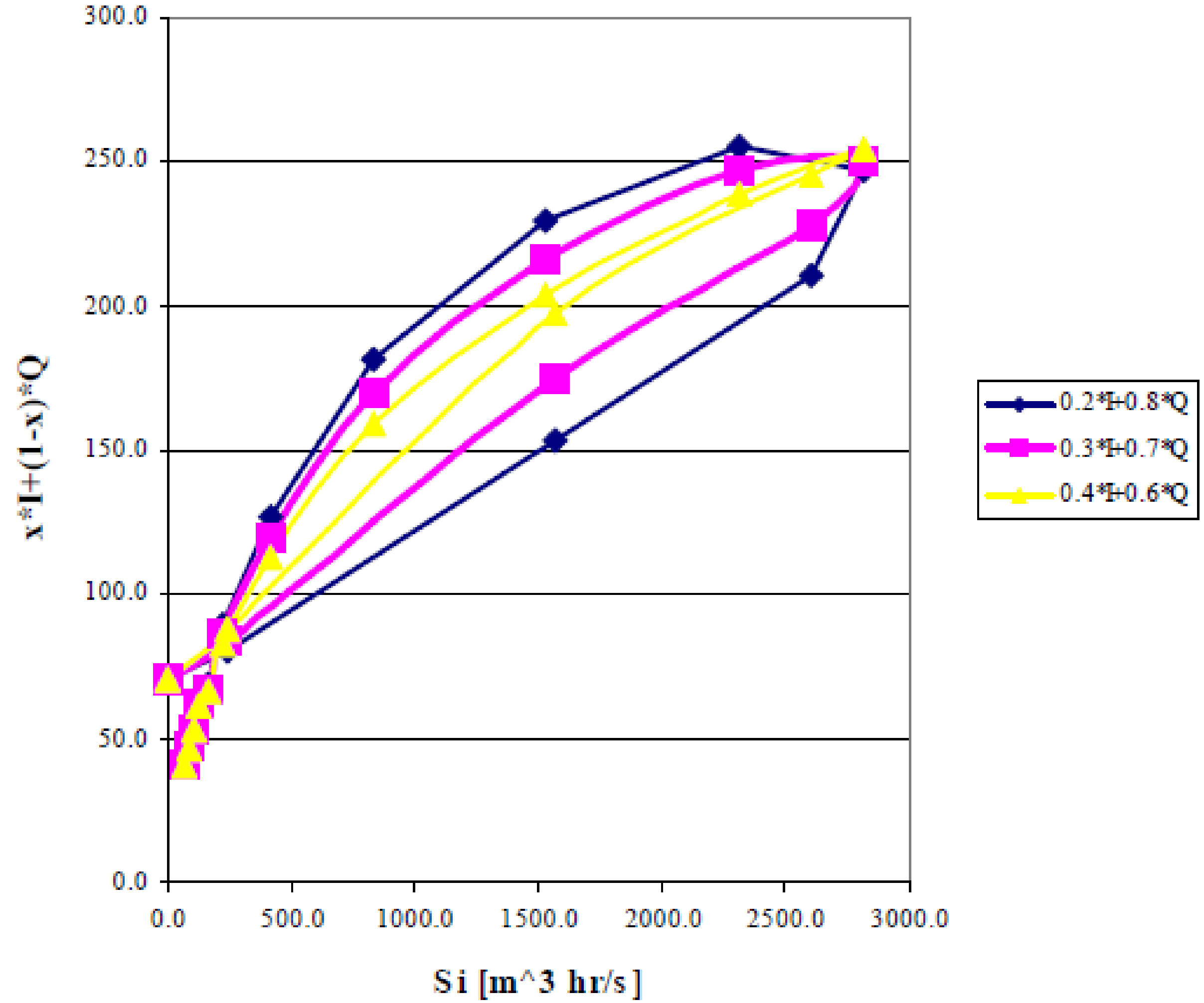
Προσδιορισμός των τιμών x και K της εξίσωσης Muskingum

$$K = \frac{0.5\Delta t(I_i + I_{i+1} - O_i - O_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(O_{i+1} - O_i)} = \frac{A}{P}$$

- Για διάφορες τιμές της παραμέτρου x σχηματίζονται τα διαγράμματα ΣΑ και ΣΡ. Τα διαγράμματα αυτά είναι εν γένει αναδιπλούμενες καμπύλες. Η ζητούμενη **τιμή του x** είναι η **τιμή για την οποία το ανοδικό μέρος της καμπύλης συμπίπτει κατά το δυνατόν με το καθοδικό μέρος**.
- Ταυτόχρονα προσδιορίζεται και η **τιμή του Κ** από την **κλίση της καμπύλης** αυτής (προσέγγιση ευθείας), ως η αντίστροφη τιμής της κλίσης.

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

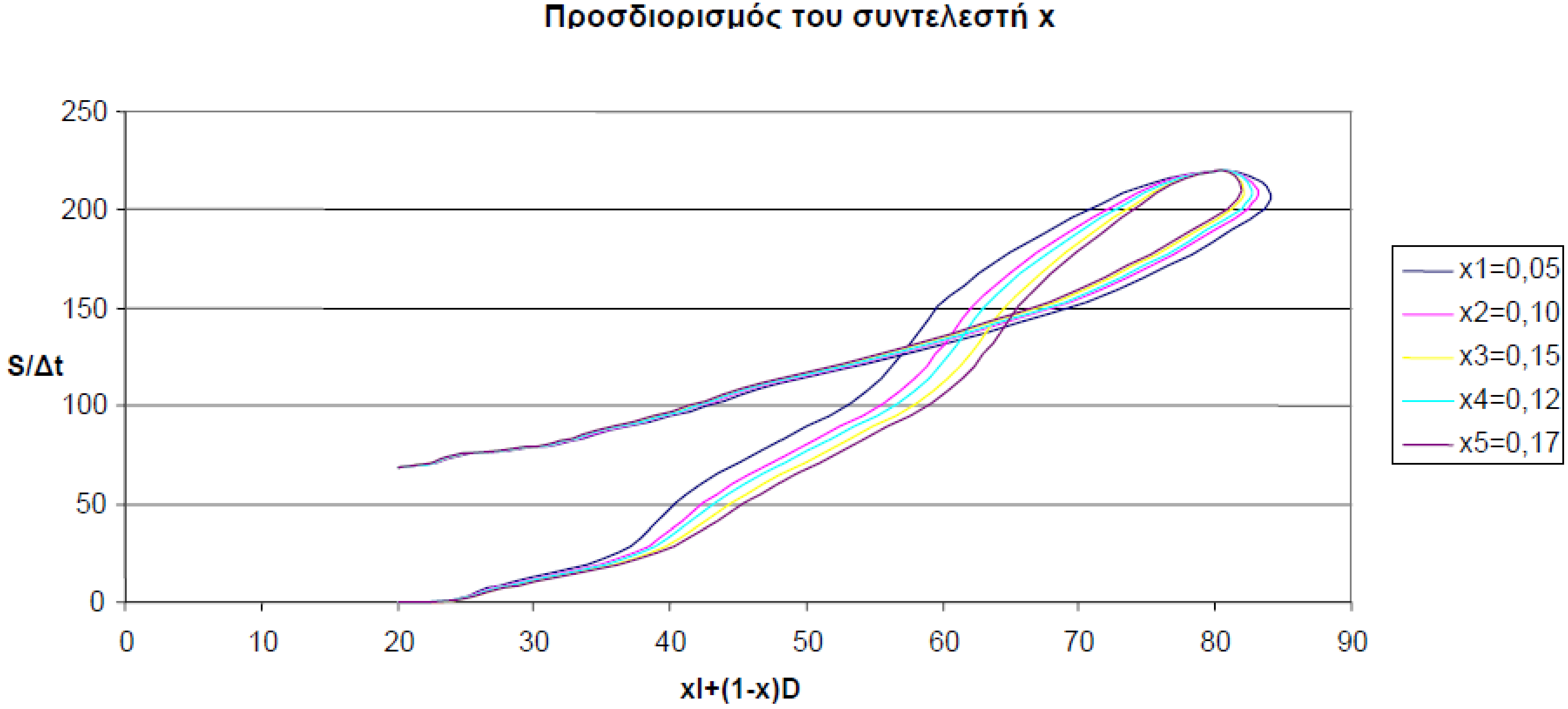
Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum



Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum

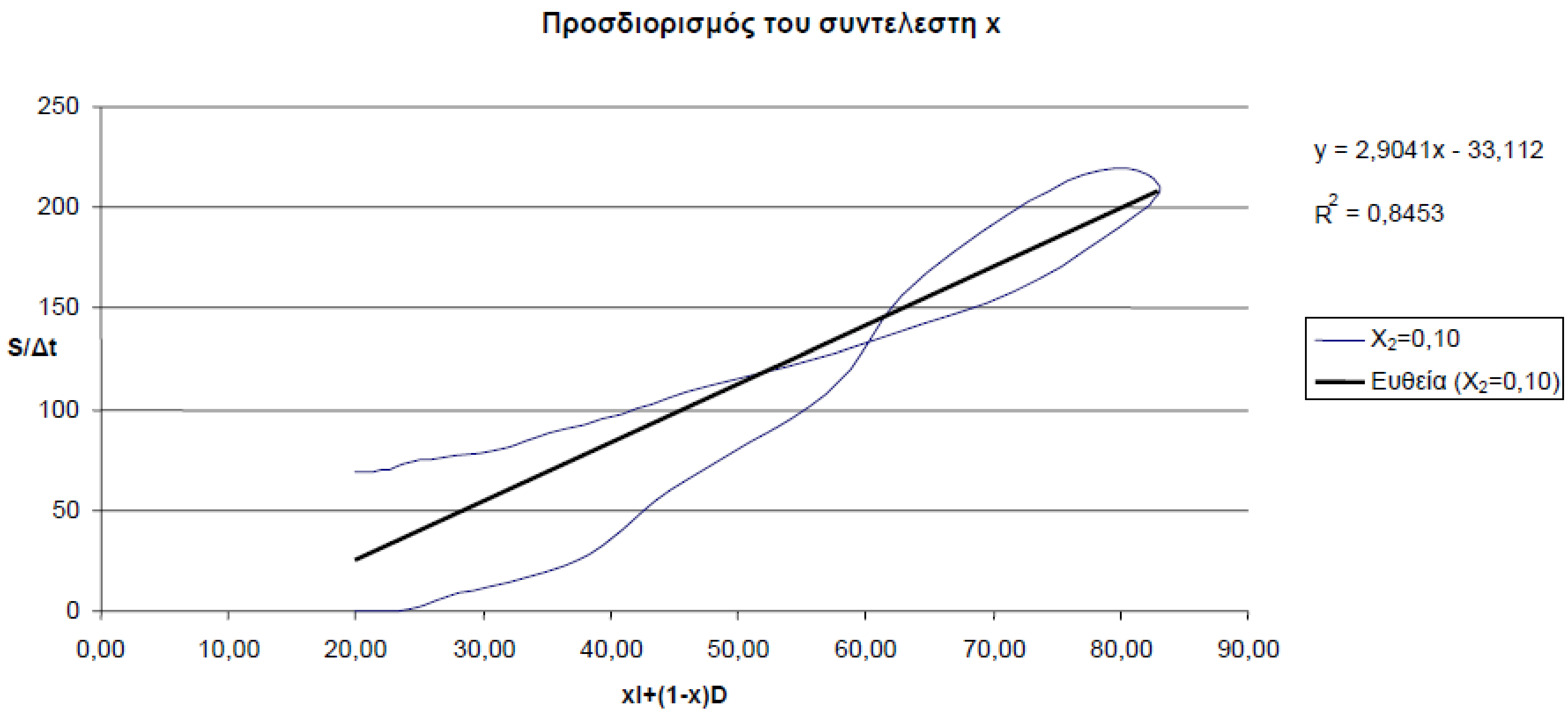
Δοκιμές για διάφορα x



Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

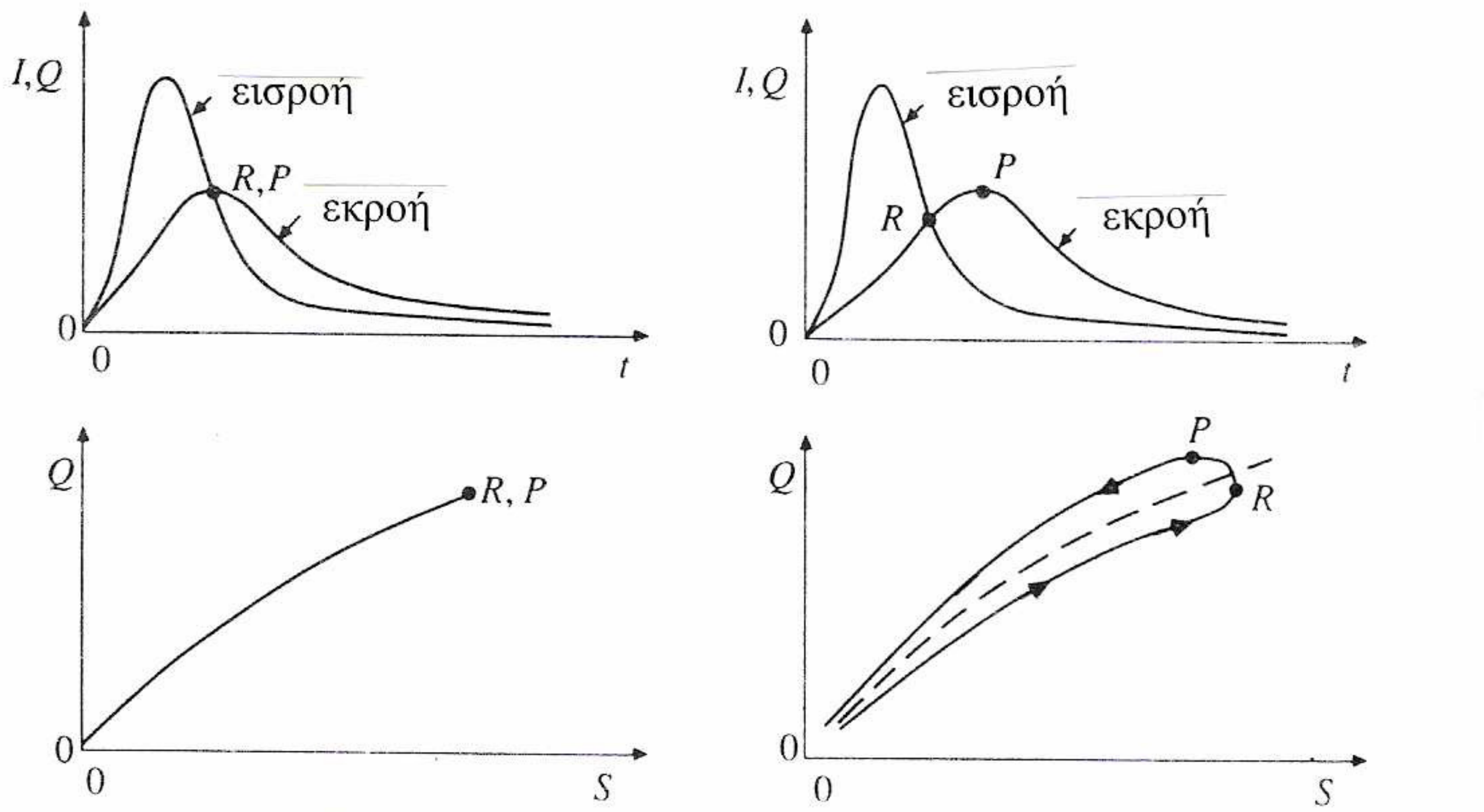
Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum

Επιλογή του καταλληλότερου x και αντίστοιχη ευθεία προσαρμογής



Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

Μεταβολή της αποθήκευσης κατά τη διόδευση πλημμύρας μέσω τμήματος ποταμού



α) μονοσήμαντη σχέση αποθήκευσης-εκροής

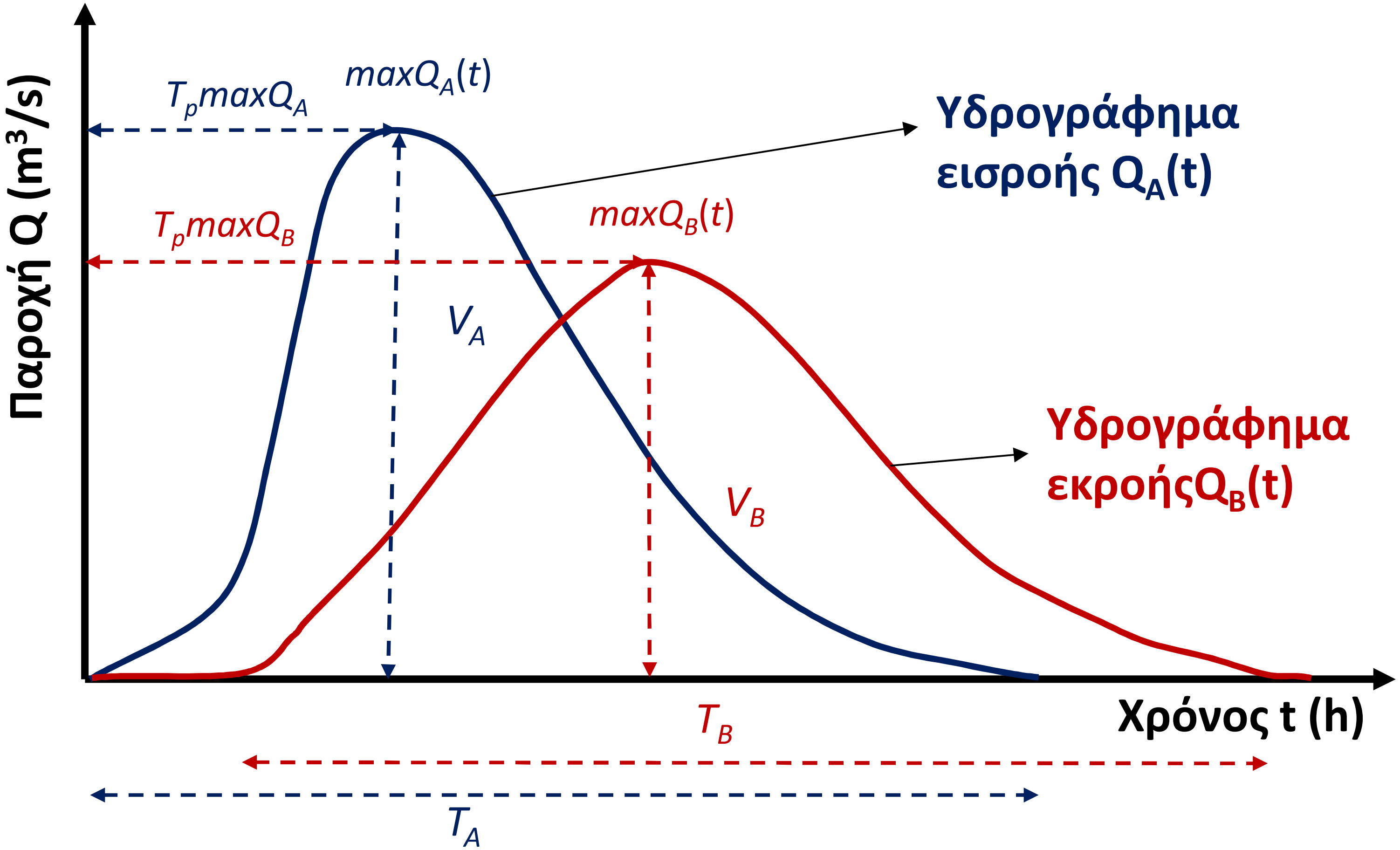
β) μη μονοσήμαντη σχέση αποθήκευσης-εκροής

Διόδευση πλημμύρας μέσω τμήματος ποταμού

Υδρογραφήματα εισροής και εκροής

Σύγκριση Χαρακτηριστικών Υδρογραφημάτων

Μέγιστη παροχή	$maxQ_A(t) > maxQ_B(t)$	Διάρκεια	$T_A < T_B$
Χρόνος ανόδου	$T_p maxQ_A < T_p maxQ_B$	Πλημμυρικός όγκος	$V_A = V_B$



Μέθοδος Muskingum

ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ - ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ

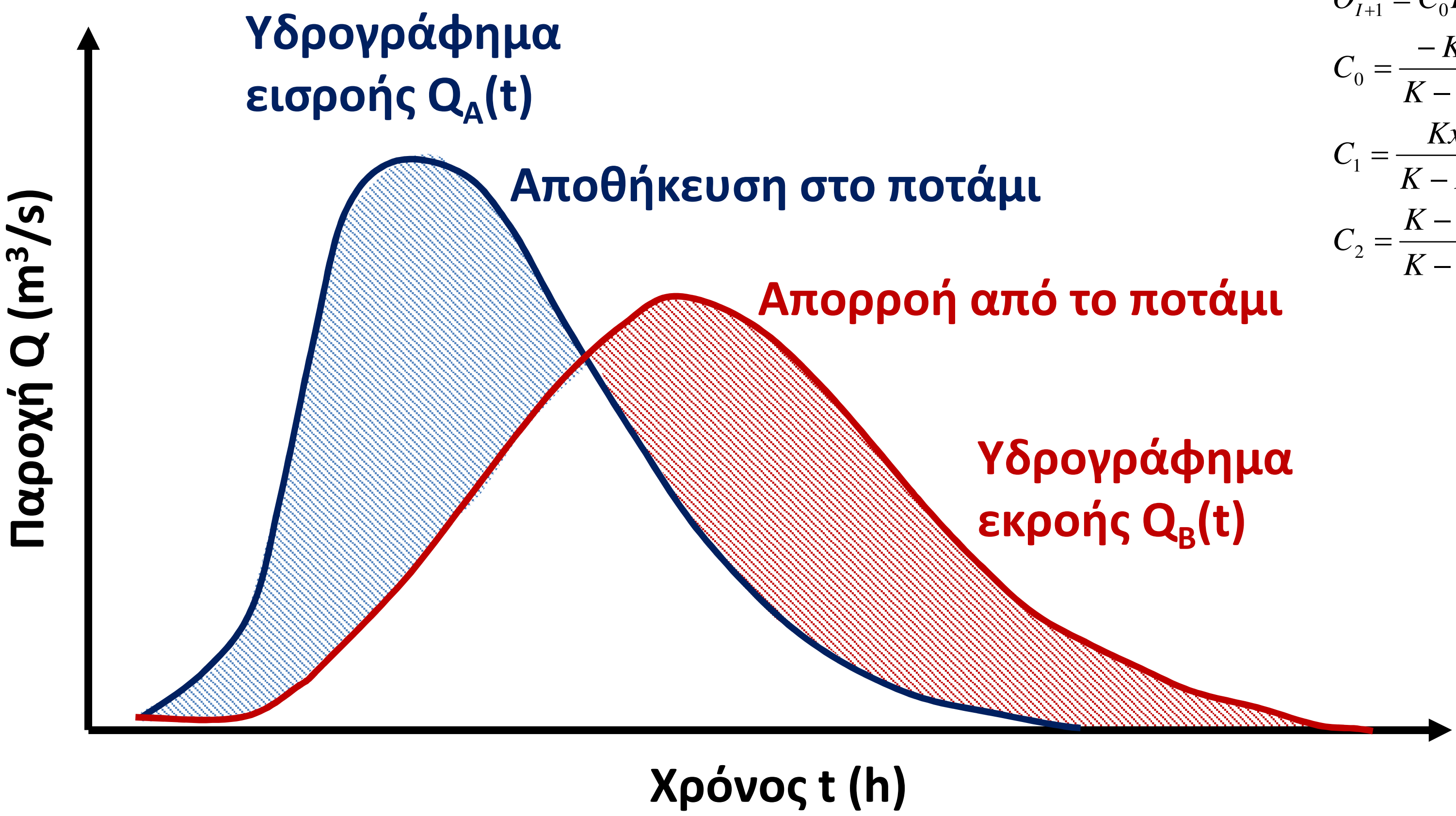
$$S = K(xI + (1-x)O)$$

$$O_{I+1} = C_0 I_{I+1} + C_1 I_I + C_2 O_I$$

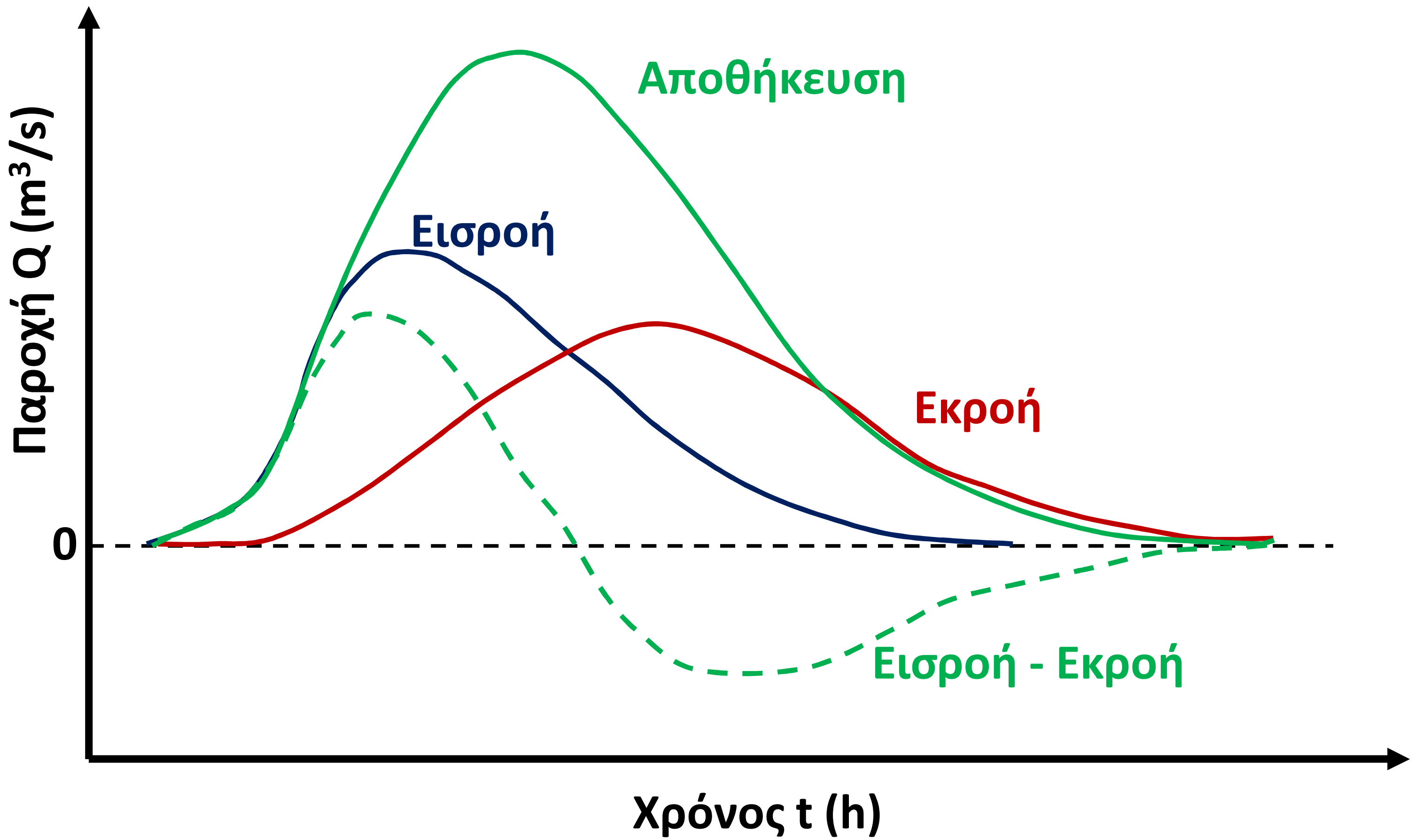
$$C_0 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

$$C_2 = \frac{K - Kx - 0.5\Delta t}{K - Kx + 0.5\Delta t}$$

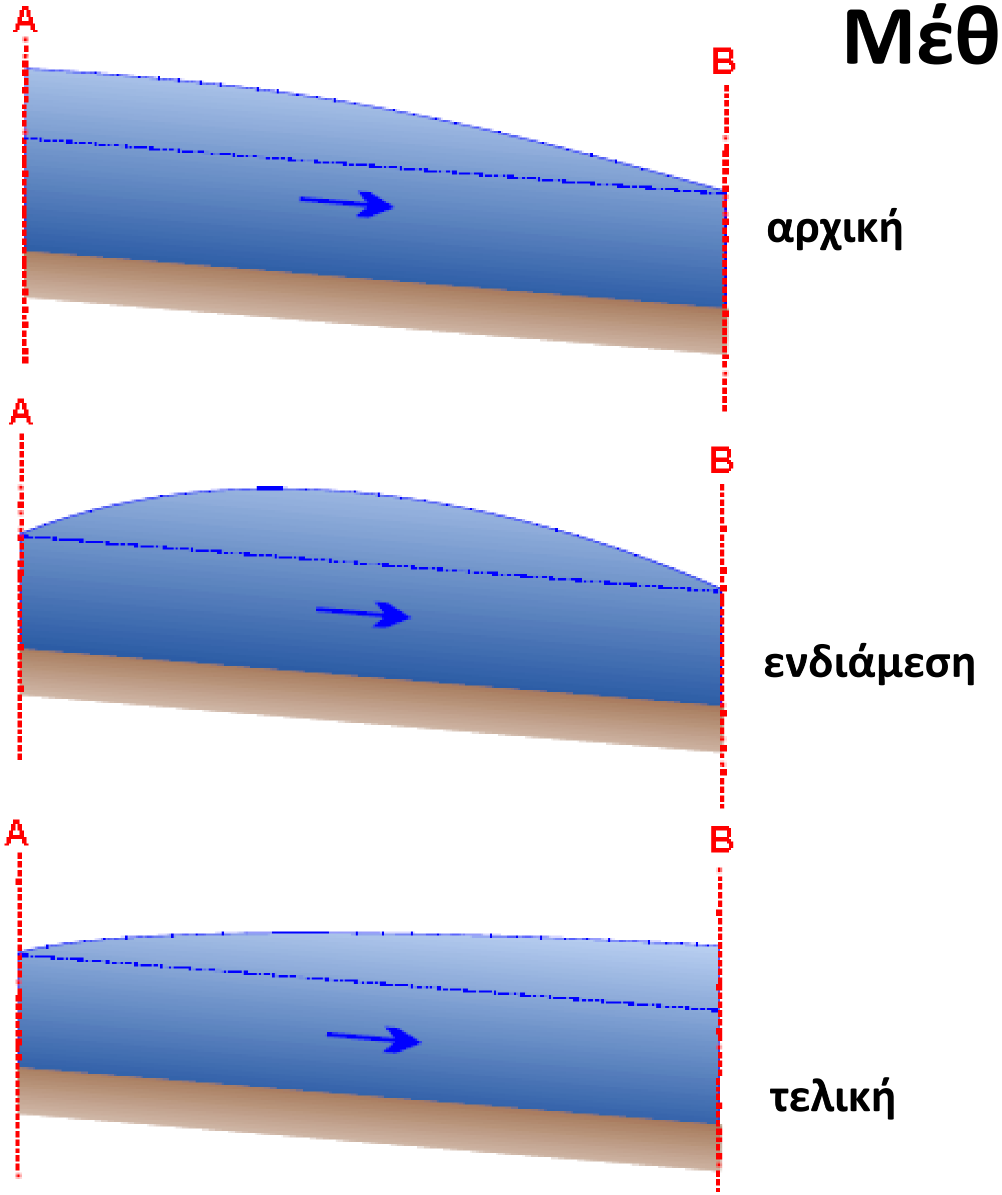


ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ - ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ



Διόδευση πλημμύρας μέσω τμήματος ποταμού

Μέθοδος Muskingum



Μορφή (profile) της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στην αρχική, ενδιάμεση και τελική φάση της διοδεύσεως, ανάμεσα στις διατομές Α και Β

Διόδευση πλημμύρας μέσω τμήματος ποταμού

Μέθοδος Muskingum-Cunge

- Η μέθοδος αυτή αποτελεί παραλλαγή της μεθόδου Muskingum και μπορεί να εφαρμοστεί όταν η ροή γίνεται μέσα σε αγωγό σταθερής και γνωστής διατομής.
- Σύμφωνα με αυτήν, ο συντελεστής x μπορεί να προσδιοριστεί από τα υδραυλικά χαρακτηριστικά του αγωγού.
- Υπολογίζεται η διάχυση της απορροής μέσω της μεταβολής της παραμέτρου x
- Αριθμητική λύση της εξίσωσης του κινηματικού κύματος 3ου βαθμού προσέγγισης και με $C = 1$ οδηγεί σε καθαρή μετατόπιση του υδρογραφήματος
- Ο Cunge συμπέρανε ότι η μέθοδος Muskingum είναι γραμμική επίλυση της εξίσωσης του κινηματικού κύματος, όπου η μείωση της αιχμής του πλημμυρικού κύματος οφείλεται στην αριθμητική διάχυση του αριθμητικού σχήματος

Μέθοδος Muskingum-Cunge

- Η εξίσωση του κινηματικού κύματος διακριτοποιείται σε επίπεδο *x – t* ώστε ανάλογα με τη μέθοδο Muskingum με άνισα κατανεμημένες χρονικές παραγώγους μέσω του συντελεστή βάρους *x* και κεντρικές χωρικές διαφορές:

$$\frac{x(Q_i^{k+1}-Q_i^k)+(1-x)(Q_{i+1}^{k+1}-Q_{i+1}^k)}{\Delta t}+c\frac{(Q_{i+1}^k-Q_i^k)+(Q_{i+1}^{k+1}-Q_i^k)}{2\Delta x}=0$$

$$Q_{i+1}^{k+1}=C_0Q_i^{k+1}+C_1Q_i^k+C_2Q_{i+1}^k$$

$$C_0=\frac{C\lambda-2x}{2(1-x)+C\lambda},\quad C_1=\frac{C\lambda+2x}{2(1-x)+C\lambda},\quad C_2=\frac{2(1-x)-C\lambda}{2(1-x)+C\lambda}$$

$$K=\frac{\Delta x}{C}\quad \text{και}\quad \lambda=\frac{\Delta t}{\Delta x}$$

Μέθοδος Muskingum-Cunge

$$Q_{i+1}^{k+1} = C_0 Q_i^{k+1} + C_1 Q_i^k + C_2 Q_{i+1}^k$$

$$C_0 = \frac{C\lambda - 2x}{2(1-x)+C\lambda}, \quad C_1 = \frac{C\lambda + 2x}{2(1-x)+C\lambda}, \quad C_2 = \frac{2(1-x) - C\lambda}{2(1-x)+C\lambda}$$

$$K = \frac{\Delta x}{C} \quad \text{και} \quad \lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

- Για x=0.5 και C=1, η εξίσωση είναι 3ης τάξης ακριβείας και αντιστοιχεί στην αναλυτική λύση
- Για x=0.5 και C≠1, είναι 2ης τάξης και παρουσιάζει μόνο αριθμητική διασπορά
- Για x≤0.5 και C≠1, είναι 1ης τάξης και παρουσιάζει διασπορά και διάχυση
- Για x≤0.5 και C=1, είναι 1ης τάξης και παρουσιάζει αριθμητική διάχυση

Στην πράξη μπορεί η φυσική διάχυση του κύματος να υπολογιστεί από την αριθμητική διάχυση

Αναλύοντας τη διακριτοποιημένη συνάρτηση $Q(i\Delta x, k\Delta t)$ σε σειρές Taylor προκύπτει:

Μέθοδος Muskingum-Cunge

$$\boxed{V_k = c\,\Delta x\,(1/2 - x)}$$

V_κ ο συντελεστής αριθμητικής διάχυσης στο σχήμα Muskingum

Με χρήση της υδραυλικής διάχυσης (από κύμα διαχύσεως) προκύπτει:

$$\boxed{x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{q_0}{S_0 c \Delta x}\right)}$$

Έτσι υπολογίζεται η *x* με φυσικά χαρακτηριστικά του τμήματος

($L = \Delta x$, S_0, c, q_0).

Πλεονεκτήματα μεθόδου Muskingum-Cunge

- Οι παράμετροι *x* και *K* καθορίζονται από τα υδραυλικά χαρακτηριστικά του υδατορρεύματος
  - Στη Muskingum από προηγούμενες μετρήσεις απορροών
- Εξετάζει τη ροή σε επίπεδο κόμβου πλέγματος (εφόσον υπάρχει ανάλογη πληροφορία για τα υδραυλικά στοιχεία του αγωγού)
  - Η Muskingum μελετά τμήματα αγωγών (οι παράμετροι αφορούν μέσες τιμές των τμημάτων αυτών)
- Γενικά η μέθοδος **Muskingum-Cunge** θεωρείται κατάλληλη για ασταθείς ροές σε φυσικά ρεύματα χωρίς σημαντική αποθήκευση

Υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης
Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

- Η διόδευση μέσω ταμιευτήρα συνίσταται στον υπολογισμό του ρυθμού εκκένωσης του ταμιευτήρα κατά τη διάρκεια της διόδου ενός πλημμυρικού κύματος, έχοντας γνωστά τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του και τις αρχικές και οριακές συνθήκες ροής
- Στους ταμιευτήρες η εισροή εξαρτάται από τη φυσική ροή των ανάντη υδατορρευμάτων ενώ η εκροή μπορεί να είναι ελεγχόμενη (θυροφράγματα) ή ελεύθερη μέσω εκχειλιστή.
- Σε κάθε περίπτωση υπάρχει μονοσήμαντη σχέση στάθμης αποθήκευσης και η μέγιστη εκροή συμβαίνει όταν η στάθμη άρα και η αποθήκευση είναι μέγιστη (βλ. Διάφανεια Ν. 25)

Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

Στη διόδευση πλημμύρας μέσω ταμιευτήρα πρέπει είναι γνωστό:

a) το υδρογράφημα εισροής στον ταμιευτήρα

b) η σχέση στάθμης – αποθήκευσης (S=KQ)

c) η σχέση στάθμης-εκροής, που γίνεται μέσω κάποιου εκχειλιστή, προς τα κατάντη του ταμιευτήρα.

- Η ταχύτητα ροής μέσα στον ταμιευτήρα θεωρείται αμελητέα και η ελεύθερη επιφάνεια του νερού πάντα οριζόντια.
- Η βασική εξίσωση είναι η εξίσωση συνεχείας:

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \;\rightarrow\; S_{i+1} - S_i = \Delta t \left[\frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{O_{i+1} + O_i}{2}\right]$$

$$\rightarrow \frac{S_{i+1}}{\Delta t} + \frac{O_{i+1}}{2} = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{O_i}{2} + \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - O_i$$

Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

$$\frac{S_{i+1}}{\Delta t} + \frac{O_{i+1}}{2} = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{O_i}{2} + \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - O_i$$

Αν τεθεί :

$$N = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{O_i}{2} \quad \text{και} \quad \overline{I_{i,i+1}} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2}$$

τότε έχουμε:

$$\boldsymbol{N_{i+1} = N_i + \left(\overline{I_{i,i+1}} - Q_i\right)}$$

όπου Δt χρονικό βήμα διόδευσης.

Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

Για την επίλυση του προβλήματος της διόδευσης μέσω ταμιευτήρα σχηματίζεται κατ' αρχάς πίνακας όπου για μια σειρά σταθμών του ταμιευτήρα υπολογίζονται:

1) **Ο όγκος αποθήκευσης με βάση τη γνωστή σχέση στάθμης - αποθήκευσης.**
2) **Η παροχή εκροής με βάση τη σχέση στάθμης - εκροής.**

- Με βάση τους υπολογισμούς αυτούς υπολογίζεται η **ποσότητα N** και έτσι είναι δυνατή η κατασκευή της **καμπύλης Q - N** που απαιτείται στον υπολογισμό της διόδευσης
- Η διαδικασία διόδευσης αρχίζει από τις γνωστές συνθήκες κατά τη χρονική στιγμή t_0, τον υπολογισμό στη συνέχεια της ποσότητας:

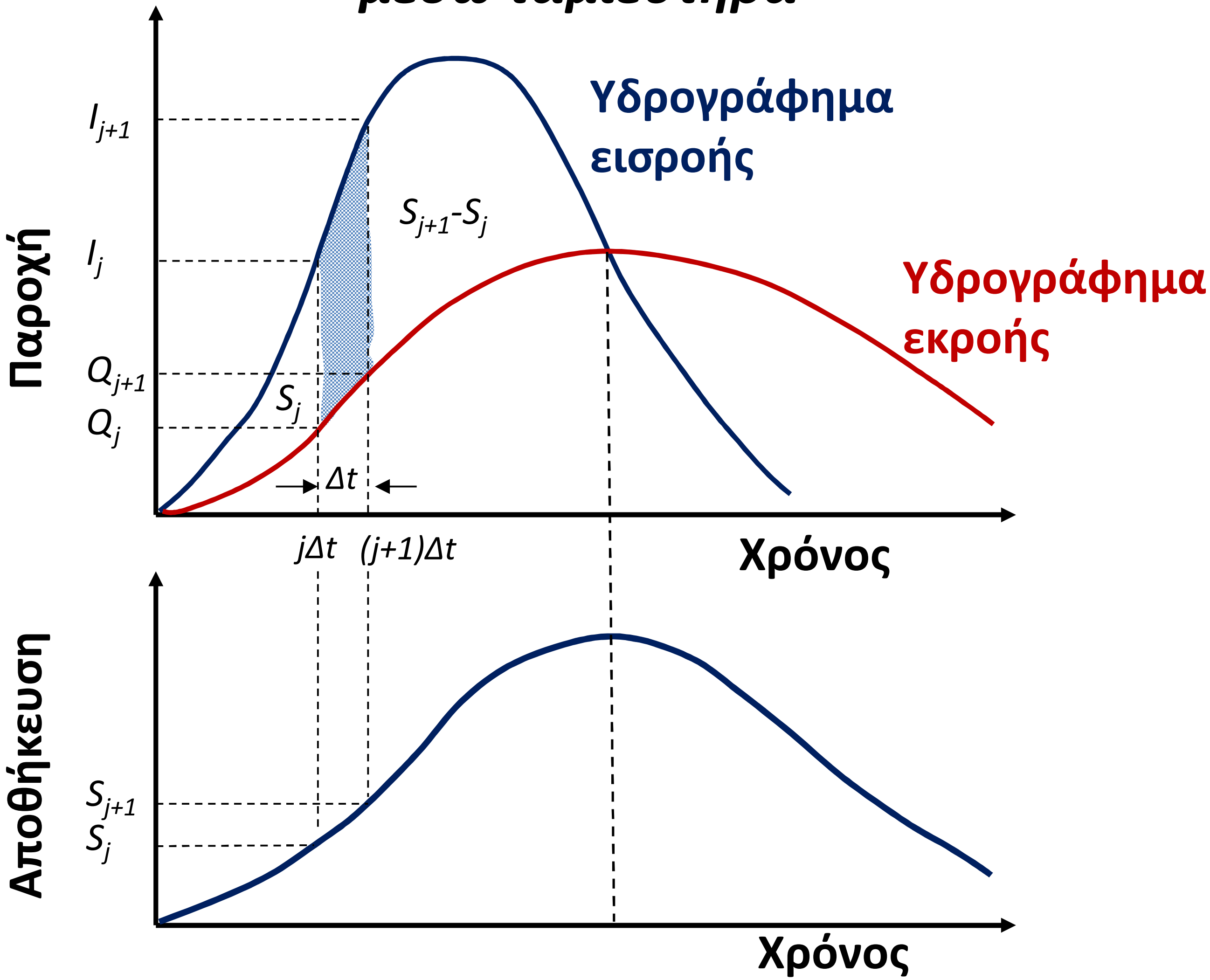
$$\Delta N_{i,i+1} = \overline{I_{i,i+1}} - Q_i$$

στη συνέχεια της νέας τιμής $N_{i+1} = N_i + \Delta N_i$

και τέλος με τη βοήθεια της σχέσης **Q - N** με γραφικό τρόπο ή με παρεμβολές υπολογίζεται η τιμή της παροχής εκροής στη χρονική στιγμή *i*+1.

Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

Μεταβολή της αποθήκευσης κατά τη διόδευση πλημμύρας μέσω ταμιευτήρα



Βιβλιογραφία

Μιμίκου, Μ.Α. και Ε.Α. Μπαλτάς. «Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, $5^{η}$ Έκδοση, 2012.

Παπαμιχαήλ, Δ.Μ. «Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων», Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούδη, 2001.

Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης