Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

Τελική γραπτή εξέταση διάρκειας 2,5 ωρών

Ονοματεπώνυμο:

Αριθμός Μητρώου Φοιτητή:

Μάθημα: Εδαφομηχανική Ι, 5^{o} εξάμηνο.

Διδάσκων: Ιωάννης-Ορέστης Σ. Γεωργόπουλος, Π.Δ.407/80, Δρ Πολιτικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Ημερομηνία/ώρα: Τρίτη 01 Φεβρουαρίου 2011/15:00.

ΘΕΜΑ 1ο (25%): Οριζόντιο στρώμα μαλακής αργίλου υπέρκειται και υπόκειται δύο οριζοντίων στρωμάτων πυκνής άμμου, όπως φαίνεται στο κάτωθι σχήμα. Υπολογίστε τις **κατακόρυφες** και **οριζόντιες ολικές** και **ενεργές τάσεις** καθώς και την **πίεση πόρων** του εδαφικού **στοιχείου Α**, για τις κάτωθι **περιπτώσεις**:

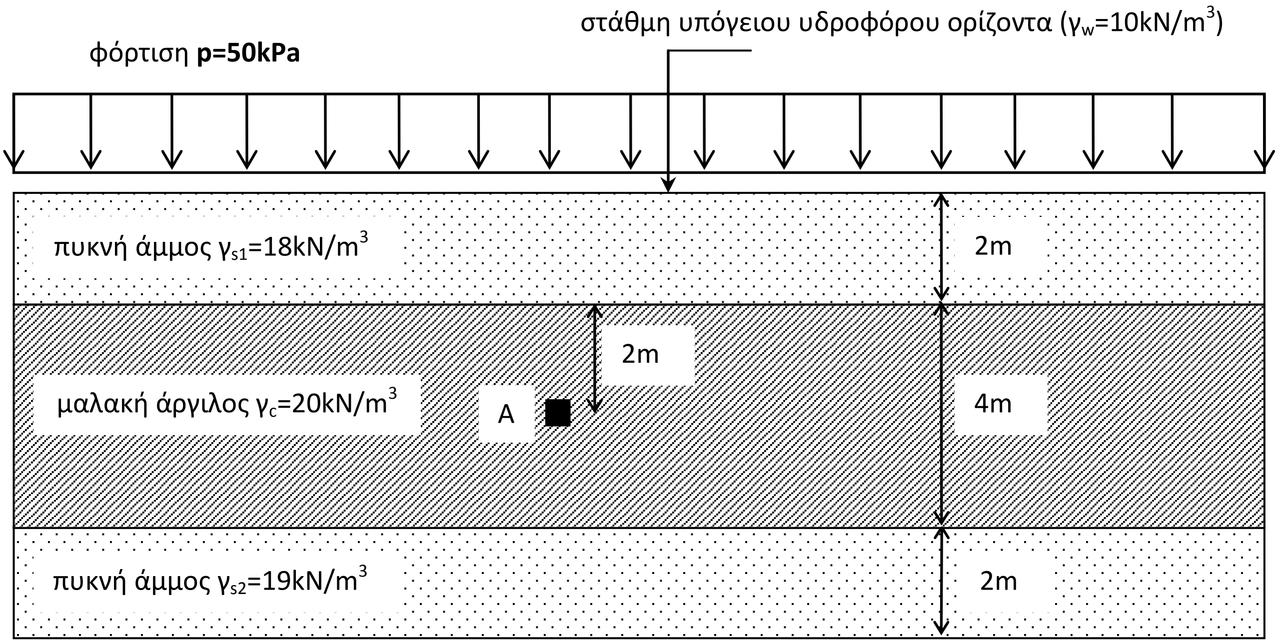
(α) **Πριν** την επιβολή της φόρτισης $p = 50kPa.$

(β) **Αμέσως μετά** την επιβολή της φόρτισης $p = 50kPa.$

(γ) **Ενάμιση (1,5) μήνα μετά** από την επιβολή της φόρτισης $p = 50kPa.$

Τέλος, εκτιμήστε την **μέγιστη καθίζηση της ελεύθερης επιφάνειας και το χρόνο στον οποίο αυτή θα πραγματοποιηθεί**, θεωρώντας ότι ολόκληρη η παραμόρφωση εντοπίζεται στο στρώμα της αργίλου και ότι το **εδαφικό στοιχείο Α είναι αντιπροσωπευτικό** του αργιλικού στρώματος.

Για το αργιλικό στρώμα δεχθείτε: Συντελεστής πλευρικής ώθησης γαιών $K_0 = 0.40$, συντελεστής διαπερατότητας $k_c = 4 \cdot 10^{-9}\, {}^{m}/_{s}$, συντελεστής μονοδιάστατης συμπίεσης $m_v = 0.001kPa^{-1}$. Θεωρείστε ότι ο συντελεστής διαπερατότητας των στρωμάτων της πυκνής άμμου $k_s \gg k_c$.



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

Απάντηση: Οι κατακόρυφη και οριζόντια ολική και ενεργός τάσεις, καθώς και η πίεση των πόρων για τις ανωτέρω τρείς περιπτώσεις στη θέση Α, ισούνται με

(α) **Πριν** την επιβολή της φόρτισης $p = 50kPa$.

$$\sigma_v = 18\frac{kN}{m^3}\cdot 2m + 20\frac{kN}{m^3}\cdot 2m = 36kPa + 40kPa = 76kPa$$

$$u = 10\frac{kN}{m^3}\cdot 4m = 40kPa$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 76kPa - 40kPa = 36kPa$$

$$\sigma'_h = K_0\sigma'_v = 0.40\cdot 36kPa = 14.4kPa$$

$$\sigma_h = \sigma'_h + u = 14.4kPa + 40kPa = 54.4kPa$$

(β) **Αμέσως μετά** την επιβολή της φόρτισης $p = 50kPa$.

$$\sigma_v = 18\frac{kN}{m^3}\cdot 2m + 20\frac{kN}{m^3}\cdot 2m + 50kPa = 36kPa + 40kPa + 50kPa = 126kPa$$

$$u = 10\frac{kN}{m^3}\cdot 4m + 50kPa = 40kPa + 50kPa = 90kPa$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 126kPa - 90kPa = 36kPa$$

$$\sigma'_h = K_0\sigma'_v = 0.40\cdot 36kPa = 14.4kPa$$

$$\sigma_h = \sigma'_h + u = 14.4kPa + 90kPa = 104.4kPa$$

(γ) **Ενάμιση (1,5) μήνα μετά** από την επιβολή της φόρτισης $p = 50kPa$.

Ο συντελεστής μονοδιάστατης στερεοποίησης ισούται με,

$$c_v = \frac{k_c}{m_v\cdot\gamma_w} = \frac{4\cdot 10^{-9}\,{}^{m}/_{s}}{0.001kPa^{-1}\cdot 10\,{}^{kN}/_{m^3}} = 4\cdot 10^{-7}\frac{m^2}{s}$$

Ο αδιάστατος χρονικός συντελεστής ισούται με,

$$T_v = \frac{c_v\cdot t}{H^2} = \frac{4\cdot 10^{-7}\,{}^{m^2}/_{s}\cdot 3.888\cdot 10^6 s}{4m^2} = 0.3888$$

και ο βαθμός στερεοποιήσεως για ${}^{z}/_{H} = 1.0$,

$$U = 0.512$$

Επομένως, η υδατική υπερπίεση ισούται με

$$\Delta u = p\cdot(1-U) = 50kPa\cdot(1-0.512) = 24.4kPa$$

ενώ η μεταβολή της ενεργού κατακόρυφης τάσης με

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

$$\Delta\sigma'_v = p - \Delta u = 50kPa - 24.4kPa = 25.6kPa$$

Συνεπώς,

$$\sigma_v = 18\frac{kN}{m^3}\cdot 2m + 20\frac{kN}{m^3}\cdot 2m + 50kPa = 36kPa + 40kPa + 50kPa = 126kPa$$

$$u = 10\frac{kN}{m^3}\cdot 4m + \Delta u = 40kPa + 24.4kPa = 64.4kPa$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 126kPa - 64.4kPa = 61.6kPa$$

$$\sigma'_h = K_0\sigma'_v = 0.40\cdot 61.6kPa = 24.6kPa$$

$$\sigma_h = \sigma'_h + u = 24.6kPa + 64.4kPa = 89.0kPa$$

Τέλος, η μέγιστη καθίζηση της ελεύθερης επιφάνειας πραγματοποιείται μετά το πέρας της στερεοποίησης, ήτοι, όταν ο μέσος βαθμός στερεοποίησης ισούται με,

$$U_{aver} = 0.90 \Rightarrow T_v = -0.9392\log(1-U) - 0.0851 = 0.8485$$

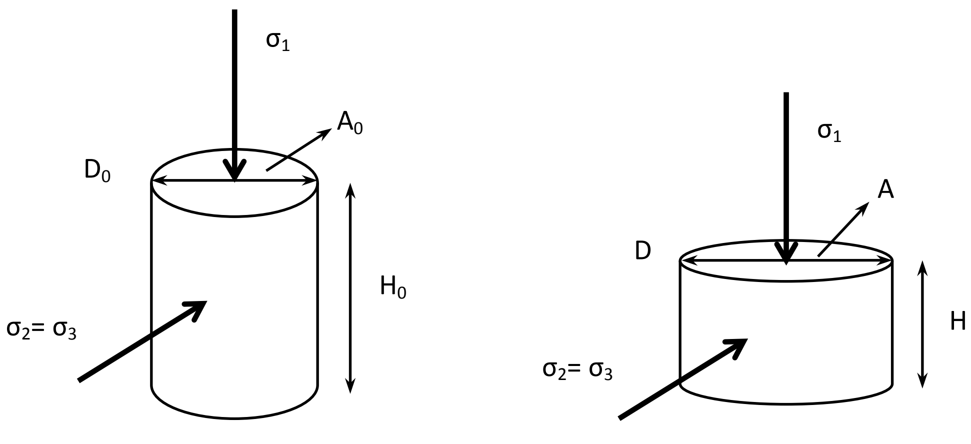
επομένως ο χρόνος για να ολοκληρωθεί η στερεοποίηση ισούται με,

$$t = \frac{T_v\cdot H^2}{c_v} = \frac{0.8485\cdot 4m^2}{4\cdot 10^{-7}\,{m^2}/{s}} = 0.8485\cdot 10^7 s = 3.27months$$

και ισούται με,

$$\delta_{max} = \Delta\varepsilon_z\cdot h_c = \Delta\sigma_v\cdot m_c\cdot h_c = p\cdot m_c\cdot h_c = 50kPa\cdot 0.001kPa^{-1}\cdot 4000mm = 200mm$$

ΘΕΜΑ 2ο (25%): Κυλινδρικό δοκίμιο αρχικού ύψους H_0 και διαμέτρου D_0 υποβάλλεται σε τριαξονική θλίψη υπό στραγγιζόμενες συνθήκες. Κατά την διάρκεια της δοκιμής μετράται η μεταβολή του ύψους του δοκιμίου ΔH και η μεταβολή του όγκου του ΔV. Θεωρώντας ότι το δοκίμιο διατηρεί το κυλινδρικό του σχήμα κατά την διάρκεια της δοκιμής, **υπολογίστε το εμβαδόν** A της επιφάνειας πάνω στην οποία δρα η μέγιστη κύρια τάση $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, **συναρτήσει της αξονικής παραμόρφωσης** ε_1, **ογκομετρικής παραμόρφωσης** ε_v και **αρχικού εμβαδού** A_0 του δοκιμίου. Κάνετε χρήση της σύμβασης της Εδαφομηχανικής αναφορικά με τη θετική προσήμανση των παραμορφώσεων.



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

Απάντηση: Η (θετική) αξονική παραμόρφωση στην τριαξονική δοκιμή θλίψεως ορίζεται ως,

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{H_0 - H}{H_0} > 0$$

ενώ η (θετική) ογκομετρική παραμόρφωση αντίστοιχα,

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_0 - V}{V_0}$$

Η μεταβολή του όγκου του δοκιμίου, θεωρώντας ότι το δοκίμιο διατηρεί το κυλινδρικό του σχήμα κατά τη διάρκεια της δοκιμής, ισούται με,

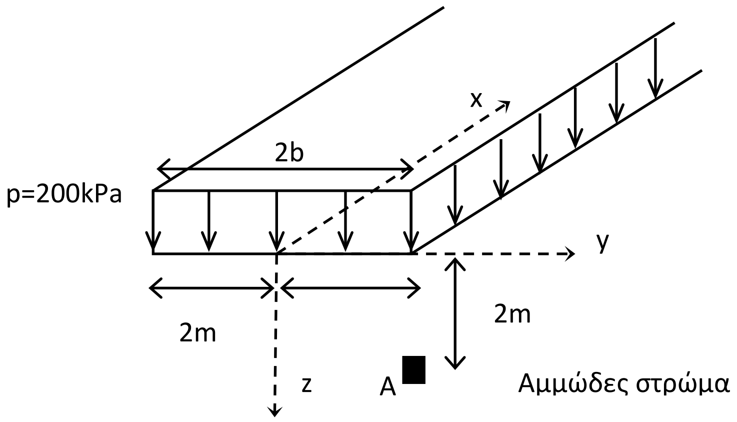
$$\Delta V = V_0 - V = V_0 - A(H_0 - \Delta H) \Rightarrow A(H_0 - \Delta H) = V_0 - \Delta V \Rightarrow$$

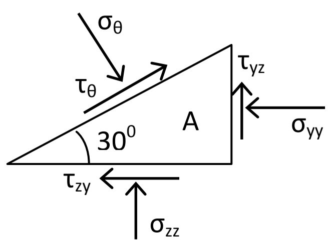
$$A(H_0 - \varepsilon_1 H_0) = V_0 - \varepsilon_v V_0 \Rightarrow$$

$$A = \frac{V_0 - \varepsilon_v V_0}{H_0 - \varepsilon_1 H_0} = \frac{1 - \varepsilon_v}{1 - \varepsilon_1} \cdot \frac{V_0}{H_0} \Rightarrow$$

$$A = \frac{1 - \varepsilon_v}{1 - \varepsilon_1} \cdot A_0$$

ΘΕΜΑ 3ο (25%): Πεδιλοδοκός πλάτους $2b = 4m$ και μήκους $L_x \gg 2b$ φορτίζει αμμώδες στρώμα μεγάλου πάχους με ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο $p = 200kPa$. Υπολογίστε τις **ορθές** σ_{zz}, σ_{yy}, σ_{xx} και **διατμητικές** τ_{xz}, τ_{xy}, τ_{yz} τάσεις στο εδαφικό στοιχείο Α. Υπολογίστε επίσης τις **κύριες τάσεις και τις διευθύνσεις** τους για το εν λόγω σημείο. Δώστε τη **γραφική τους απεικόνιση** στο επίπεδο (σ, τ). Βρείτε τον **πόλο των καθέτων του κύκλου του Mohr** και υπολογίστε την **ορθή και διατμητική τάση του εδαφικού στοιχείου Α** σε επίπεδο που σχηματίζει **γωνία** $\mathbf{30°}$ με τον άξονα y. Υπολογίστε τη **μέγιστη διατμητική τάση** και τις **διευθύνσεις των επιπέδων** στα οποία αυτή ασκείται. Θεωρείστε ότι η άμμος έχει ειδικό βάρος $\gamma_s = 17\, {}^{kN}/_{m^3}$ και ότι συμπεριφέρεται ως ελαστικό υλικό με λόγο Poisson $\nu = 0.30$.





Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

Απάντηση: Οι γεωστατικές τάσεις στο σημείο Α ισούνται με,

$$\sigma_v = 17\frac{kN}{m^3}\cdot 2m = 34kPa$$

$$\sigma_h = K_0 \cdot \sigma_v = \frac{\nu}{1-\nu}\cdot \sigma_v = \frac{0.30}{1-0.30}\cdot 34kPa = 14.6kPa$$

Η επιβολή του ομοιόμορφου φορτίου $p = 200kPa$ προκαλεί τις κάτωθι τάσεις,

2m

$$\Delta\sigma_{zz} = \frac{p}{\pi}(a + \sin a \cos 2\beta) = \frac{200kPa}{\pi}\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right) + \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right)\right)\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right)\right) = 70.48kPa$$

$$\Delta\sigma_{yy} = \frac{p}{\pi}(a - \sin a \cos 2\beta) = \frac{200kPa}{\pi}\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right) - \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right)\right)\cos\left(2\frac{\pi}{4}\right)\right) = 70.48kPa$$

$$\Delta\sigma_{xx} = \nu\cdot\left(\Delta\sigma_{zz} + \Delta\sigma_{yy}\right) = 0.30\cdot(70.48 + 70.48) = 42.29kPa$$

$$\Delta\tau_{yz} = \frac{p}{\pi}\sin a \cdot \sin 2\beta = \frac{200kPa}{\pi}\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{2}\right)\right)\sin\left(2\frac{\pi}{4}\right) = 56.94kPa$$

$$\Delta\tau_{xz} = \Delta\tau_{xy} = 0$$

Συνεπώς οι ορθές και διατμητικές τάσεις που ασκούνται στο σημείο Α είναι:

$$\sigma_{zz} = 34kPa + 70.48kPa = 104.48kPa$$

$$\sigma_{yy} = 14.6kPa + 70.48kPa = 85.05kPa$$

$$\tau_{yz} = 56.94kPa$$

$$\tau_{xz} = \tau_{xy} = 0$$

Οι κύριες τάσεις υπολογίζονται από,

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{yy}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{zz} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + {\tau_{yz}}^2} = 152.53kPa$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{yy}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{zz} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + {\tau_{yz}}^2} = 37.00kPa$$

και οι διευθύνσεις των καθέτων διανυσμάτων ως προς τον άξονα των ορθών τάσεων είναι,

$$\tan\varphi_1 = \frac{\tau_p}{\sigma_1 - \sigma_p} \Rightarrow \varphi_1 = 319.84°$$

$$\tan\varphi_2 = \frac{\tau_p}{\sigma_3 - \sigma_p} \Rightarrow \varphi_2 = 229.84°$$

όπου σ_p, τ_p είναι οι συντεταγμένες του Πόλου των καθέτων του κύκλου του Mohr,

$$\sigma_p = 85.05kPa$$

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

$$\tau_p = 56.94kPa$$

Η εντατική κατάσταση στο ζητούμενο επίπεδο ($\theta = 30°$) υπολογίζεται από τις σχέσεις,

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{zz} - \sigma_{yy}}{2}\cos 2\theta + \tau_{yz}\sin 2\theta = 50.31kPa$$

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma_{zz} - \sigma_{yy}}{2}\sin 2\theta + \tau_{yz}\cos 2\theta = -36.88kPa$$

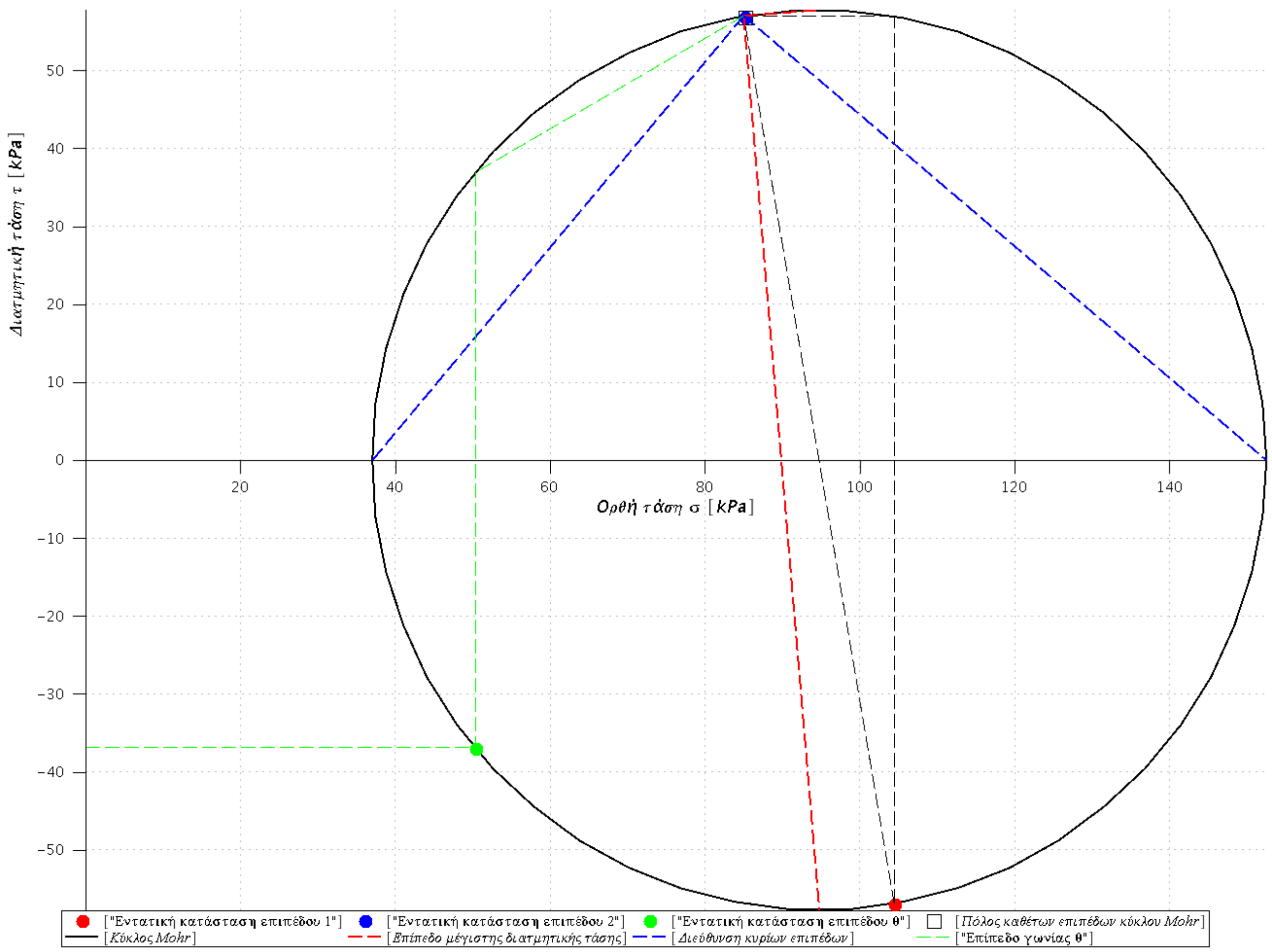
Τέλος, η μέγιστη διατμητική τάση τ_{max} ισούται με,

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{152.53 - 37.00}{2} = 57.76kPa$$

και ασκείται στα επίπεδα των οποίων τα κάθετα διανύσματα σχηματίζουν γωνίες ψ με το άξονα των ορθών τάσεων, ήτοι,

$$\tan\psi_1 = \frac{\tau_{max} - \tau_p}{\sigma_m - \sigma_p} \Rightarrow \psi_1 = 4.84°$$

$$\tan\psi_2 = \frac{-\tau_{max} - \tau_p}{\sigma_m - \sigma_p} \Rightarrow \psi_2 = 274.84°$$



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πεδίον Άρεως, 38334 Βόλος
τηλ: 24210-74178, fax: 24210-74169, www.uth.gr

ΘΕΜΑ 4ο (25%): Εδαφικό υλικό μηδενικής συνεκτικότητας $(c = 0)$ ελέγχεται στην δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης. Το δοκίμιο αστοχεί σε ορθή και διατμητική τάση ίσες με $\sigma' = 100kPa$ και τ= $60kPa$ αντίστοιχα. Το ίδιο εδαφικό υλικό εξετάζεται στην δοκιμή τριαξονικής θλίψεως υπό στραγγιζόμενες συνθήκες. Υπολογίστε την **μέγιστη κύρια ενεργό τάση** σ'_{1f} στην αστοχία εάν η πλευρική ενεργός τάση στην αστοχία είναι $\sigma'_{3f} = 100kPa$.

Απάντηση: Η γωνία εσωτερικής τριβής φ του αμμώδους εδαφικού υλικού μηδενικής συνεκτικότητας $(c = 0)$ ισούται με

$$\tan\varphi = \frac{\tau}{\sigma'} = \frac{60kPa}{100kPa} = 0.6 \Rightarrow \varphi = 31.0°$$

Οι κύριες ενεργές τάσεις για ένα αμμώδες εδαφικό υλικό μηδενικής συνεκτικότητας $(c = 0)$ στην τριαξονική δοκιμή θλίψεως συνδέονται με την γωνία τριβής φ μέσω της σχέσης,

$$\sin\varphi = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3}$$

Επιλύοντας την ανωτέρω σχέση ως προς σ'_1 έχουμε,

$$\sigma'_1 = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}\sigma'_3 = \frac{1 + \sin 31.0°}{1 - \sin 31.0°}100kPa = 311.9kPa$$