

## Ενότητα 8

### Διεργασίες μόνιμης ροής

Όπως αναφέρθηκε και στην 3η ενότητα, στην πράξη οι μηχανές και συσκευές διαρρέονται από ρευστά σε μόνιμη ροή. Στην ενότητα αυτή θα εμβαθύνουμε περισσότερο στις διεργασίες μόνιμης ροής, με ιδιαίτερη έμφαση στη θερμοδυναμική της ροής των συμπιεστών ρευστών.

Το 1ο Θ.Α. για διεργασίες μόνιμης ροής, εκφράζεται με τη θεμελιώδη εξίσωση ισοζυγίου:

$$q_{12} + w_{12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

για έναν όγκο ελέγχου που διαρρέεται από ρευστό σε μόνιμη ροή.

Όλα τα μεγέθη που υπεισέρχονται στην εξίσωση αυτή, μπορούν να υπολογιστούν στα όρια του όγκου ελέγχου. Δεν εμφανίζονται όμως με σαφήνεια η μεταβολή κατάστασης του υγρού και οι διάφορες μή-αντιστρεπτότητες. Στην ενότητα αυτή θα διευκρινιστούν οι σχέσεις μεταξύ της πορείας της μεταβολής κατάστασης και των απωλειών τεχνικού έργου που τη συνοδεύουν, με στόχο να συμπληρωθεί το εξωτερικό ισοζύγιο του 1ου Θ.Α., με ένα εσωτερικό ισοζύγιο, το οποίο θα λαμβάνει υπόψη την εξέλιξη της ροής μέσα στον όγκο ελέγχου.

Επειδή το ρευστό που ρέει είναι ένα απλό θερμοδυναμικό σύστημα, ισχύει:

$$T ds = du + p dv.$$

ισχύει όμως επίσης:

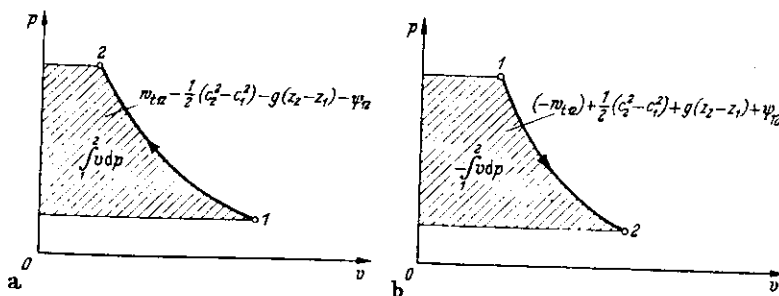
$$T ds = dq + T ds_{\text{irr}}$$

όπου  $ds_{\text{irr}}$  είναι η (πάντα θετική) αύξηση εντροπίας που προκαλείται από τη μεταβολή κατάστασης του ρευστού, για την οποία ισχύει:  $dw^G = T ds_{\text{irr}} = d\psi \geq 0$ .

( $dw_G$  το έργο που παράγουν οι τάσεις τριβών κατά την παραμόρφωση του ρευστού, και  $\psi$  η ενέργεια σκέδασης).

Ετσι, για έναν όγκο ελέγχου μέσα από τα όρια του οποίου δεν μεταφέρεται έργο από τις τάσεις τριβής, ισχύει η παρακάτω θεμελιώδης εξίσωση για το τεχνικό έργο, που δεν περιέχει θερμομετρικά μεγέθη:

$$\int_1^2 v dp = w_{12} - \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) - g(z_2 - z_1) - \psi_{12}.$$



Σχήμα 8.1 Παράσταση της εξίσωσης για το τεχνικό έργο, στο διάγραμμα p-u.  
(a) αύξηση πίεσης  
(b) ελάττωση πίεσης κατά τη μεταβολή κατάστασης.

Η εξίσωση αυτή συνδέει το τεχνικό έργο με την ενέργεια σκέδασης με τις μέσες τιμές στη διατομή ροής των καταστατικών μεγεθών του ρευστού.

Αν η διεργασία μόνιμης ροής είναι αντιστρεπτή, και επομένως λαμβάνει χώρα ροή χωρίς τριβές, τότε ισχύει  $\psi_{12}=0$  και έχουμε τη γνωστή εξίσωση για το  $(w_{12})_{rev}$ .

Το αριστερό σκέλος της παραπάνω εξίσωσης, αντιστοιχεί σε μία επιφάνεια στο διάγραμμα p-u (Σχ. 8.1), δηλαδή στην επιφάνεια μεταξύ του άξονα p και της γραμμής μεταβολής κατάστασης που οδηγεί από την κατάσταση εισόδου 1 στην κατάσταση εξόδου 2 του ρευστού.

Αν το ρευστό υφίσταται αύξηση πίεσης κατά τη δίοδο από τον όγκο ελέγχου, τότε η επιφάνεια παριστάνει το τεχνικό έργο που προσδίδεται, από το οποίο όμως πρέπει να αφαιρεθεί η ενέργεια σκέδασης και οι μεταβολές της κινητικής και δυναμικής ενέργειας (Σχ.8.1a).

Αν αντίθετα η πίεση του ρευστού ελαττωθεί, ( $dp < 0$ ), τότε η επιφάνεια παριστάνει το άθροισμα του τεχνικού έργου που αποδίδεται, της ενέργειας σκέδασης και των μεταβολών της κινητικής και δυναμικής ενέργειας, Σχ.8.1b. Ισχύει λοιπόν για την περίπτωση αυτή:

$$-\int_1^2 v dp = \int_1^2 v (-dp) = (-w_{12}) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + \psi_{12}.$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για την *ενέργεια σκέδασης* της διεργασίας μόνιμης ροής, προκύπτει:

$$\psi_{12} = -\int_1^2 v dp + w_{12} - \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) - g(z_2 - z_1).$$

και αν ληφθεί υπόψη το 1ο Θ.Α.:

$$w_{12} - \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) - g(z_2 - z_1) = h_2 - h_1 - q_{12},$$

λαμβάνεται:

$$\psi_{12} = -\int_1^2 v dp + h_2 - h_1 - q_{12} = \int_1^2 T ds - q_{12}$$

Τυπικά επομένως ισχύει η ίδια σχέση όπως και για ένα κλειστό σύστημα.

Πάντως στο ολοκλήρωμα:

$$\int_1^2 T ds = q_{12} + \psi_{12}$$

το T παριστάνει τη θερμοκρασία του ρευστού που βρέθηκε στις επιμέρους διατομές της ροής, η οποία μεταβάλλεται κατά μήκος του δρόμου ροής μεταξύ της διατομής εισόδου και της διατομής εξόδου με τελείως ορισμένο τρόπο, και εξαρτάται από την πορεία της διεργασίας. Παρόμοια, το ds παριστάνει τη μεταβολή της εντροπίας του ρευστού για την εκάστοτε διατομή ροής.

Αν στην παραπάνω εξίσωση τεθεί  $u = \text{σταθερό}$  (*παραδοχή ασυμπίεστου ρευστού*), τότε προκύπτει:

$$w_{12} = v(p_2 - p_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + \psi_{12}.$$

Αν επι πλέον εξεταστούν διεργασίες στις οποίες δεν προσδίδεται αλλά ούτε και αφαιρείται τεχνικό έργο, που ονομάζονται *διεργασίες ροής*, τότε λαμβάνεται η γνωστή εξίσωση Bernoulli:

$$\left(p + \frac{\rho}{2}c^2 + g\rho z\right)_2 - \left(p + \frac{\rho}{2}c^2 + g\rho z\right)_1 = -\rho\psi_{12}.$$

που ισχύει μόνο για ροή χωρίς τριβές ασυμπίεστου ρευστού.

Επειδή σε ένα ασυμπίεστο ρευστό δεν εκτελείται έργο μεταβολής όγκου, για τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας ισχύει η σχέση:

$$u_2 - u_1 = u(T_2) - u(T_1) = q_{12} + \psi_{12}.$$

Η εσωτερική ενέργεια δηλαδή ενός ασυμπίεστου ρευστού, εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία. Η θέρμανση ενός τέτοιου ρευστού σε μία διεργασία μόνιμης ροής, θα πρέπει να αποδοθεί μόνο σε προσαγωγή θερμότητας, ή σε σκέδαση ενέργειας.

Σε μία αδιαβατική διεργασία λοιπόν, δεν είναι ποτέ δυνατόν να ψυχθεί ένα ασυμπίεστο ρευστό. Είναι όμως πιθανόν να θερμανθεί από την ενέργεια σκέδασης ( $\psi_{12} > 0$ ).

### Ιδιον έργο, υδραυλικός βαθμός απόδοσης

Η μετατροπή ενέργειας σε μία διεργασία μόνιμης ροής, εκφράζεται από την εξίσωση ισοζυγίου:

$$w_{12} - \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = h_2 - h_1 - q_{12}$$

που έχει γραφτεί έτσι ώστε να περιέχει στο αριστερό σκέλος μηχανικές ενέργειες που μπορούν να μετατραπούν χωρίς περιορισμό (δηλ. εξέργειες), ενώ στο δεξιό σκέλος θερμικές μορφές ενέργειας, που αποτελούνται μόνο κατά ένα μέρος από εξέργειες.

Ονομάζουμε *ιδιον έργο*, το αριστερό σκέλος της παραπάνω εξίσωσης:

$$w_{12}^e \equiv w_{12} - \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = \left( w_{12} + \frac{1}{2}c_1^2 \right) - \frac{1}{2}c_2^2,$$

το οποίο παριστάνει ακριβώς το πλεόνασμα της μηχανικής ενέργειας που προσδίδεται ως προς τη μηχανική ενέργεια που εκρέει από τον όγκο ελέγχου. Η διαφορά αυτή ενέργειας, έχει μετατραπεί σε θερμική ενέργεια (βλ. δεξιό σκέλος του ισοζυγίου).

Στην πράξη, η μετατροπή της μηχανικής σε θερμική ενέργεια ( $w_{12}^e > 0$ ), εμφανίζεται σε ένα συμπίεστη στον οποίο προσδίδεται τεχνικό έργο, ή και σ'ένα διαχυτήρα, δηλ. σ'έναν αγωγό ροής που έχει διαμορφωθεί κατάλληλα ώστε η μεγάλη κινητική ενέργεια του ρευστού που εισρέει να μετατρέπεται σε ενθαλπία, χωρίς να προσδοθεί τεχνικό έργο.

Η μετατροπή της θερμικής ενέργειας σε μηχανική ( $w_{12}^e < 0$ ), συμβαίνει στον στρόβιλο. Εδώ η μηχανική ενέργεια (*ιδιον έργο*), αποδίδεται σαν τεχνικό έργο, και η ενθαλπία του ρευστού ελαττώνεται. Σε ένα ακροφύσιο πάλι, η κινητική ενέργεια του ρευστού αυξάνεται σε βάρος της ενθαλπίας, χωρίς να αποδίδεται τεχνικό έργο.

Οι διεργασίες στις οποίες ισχύει  $w_{12} = 0$ , χαρακτηρίζονται σαν *διεργασίες ροής*. Εδώ δεν υπάρχουν διατάξεις για την προσαγωγή ή αφαίρεση τεχνικού έργου από το χώρο ελέγχου. Επομένως το *ιδιον έργο* μίας διεργασίας ροής, ελαττώνεται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ρευστού που ρέει, επειδή αυτό εκτός από τη δυναμική ενέργεια που έχει παραληφθεί, είναι η μοναδική μορφή μηχανικής ενέργειας.

Αντίθετα, σε *διεργασίες έργου* ισχύει  $w_{12} \neq 0$ .

Εάν τώρα γίνει σύγκριση μεταξύ μίας μη-αντιστρεπτής διεργασίας μόνιμης ροής και μίας αντιστρεπτής που παρουσιάζει την ίδια μεταβολή κατάστασης του ρευστού, προκύπτει:

$$w_{12}^e = (w_{12}^e)_{\text{rev}} + \psi_{12} \geq \int_1^2 v dp;$$

επειδή σύμφωνα με το 2ο Θ.Α. ισχύει  $\psi_{12} > 0$ .

Το *ιδιον έργο* που καταναλίσκεται σε μία μη αντιστρεπτή διεργασία, είναι μεγαλύτερο από το *ιδιον έργο* σε μία αντιστρεπτή διεργασία, κατά την ενέργεια σκέδασης.

Για να καθοριστεί το μέγεθος της ενέργειας σκέδασης που εμφανίζεται σε μία διεργασία μόνιμης ροής, χρησιμοποιείται συχνά ο υδραυλικός βαθμός απόδοσης. Για το τμήμα μίας διεργασίας συμπίεσης ( $dp > 0$ ), αυτός ορίζεται από τη σχέση:

$$\eta_{lk} \equiv \frac{dw_{\text{rev}}^e}{dw^e} = \frac{v dp}{v dp + d\psi}$$

και ανάλογα για μία διεργασία εκτόνωσης ( $dp < 0$ )

$$\eta_{hs} \equiv \frac{-dw^o}{-dw_{rev}^o} = \frac{-v dp - d\psi}{-v dp} = 1 - \frac{d\psi}{-v dp}.$$

Συγκρίνεται δηλαδή το *ίδιον έργο της μη-αντιστρεπτής διεργασίας*, με το *ίδιον έργο μίας αντιστρεπτής διεργασίας για την ίδια μεταβολή κατάστασης του ρευστού*. Από τους αριθμούς αυτούς προκύπτει, για μόν τις διεργασίες συμπίεσης

και

$$dw^o = (1/\eta_{hs}) v dp$$

$$d\psi = [(1/\eta_{hs}) - 1] v dp$$

ενώ για τις διεργασίες εκτόνωσης:

και

$$-dw^o = \eta_{hs}(-v dp)$$

$$d\psi = (1 - \eta_{hs})(-v dp).$$

### Διεργασίες ροής

Στις διεργασίες ροής, το τεχνικό έργο  $w_{t12} = 0$ . Οι διεργασίες αυτές λαμβάνουν χώρα σε όγκους ελέγχου με τη μορφή αγωγού, που δεν περιέχουν διατάξεις για την προσαγωγή ή την αφαίρεση τεχνικού έργου, πχ σε σωληνώσεις, ακροφύσια, εναλλάκτες θερμότητας κτλ. Το υπόλοιπο της ενότητας αυτής μπορεί να θεωρηθεί σαν μία εισαγωγή στην *αεριοδυναμική (μηχανική των συμπιεστών ρευστών)*.

#### Διεργασίες ροής με προσαγωγή θερμότητας

Σ'αυτές ισχύει (1ο Θ.Α):

$$q_{12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2).$$

Συνηθίζεται η ενθαλπία και η κινητική ενέργεια του ρευστού να συμπεριλαμβάνονται στον όρο (ειδική) *ολική ενθαλπία*:

$$h^+ \equiv h + c^2/2$$

οπότε η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$q_{12} = h_2^+ - h_1^+.$$

Η μεταβολή τώρα της κινητικής ενέργειας του ρευστού, δίνεται όπως είναι γνωστό από τη σχέση:

$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = - \int_1^2 v dp - \psi_{12}.$$

Επειδή ισχύει  $\psi_{12} \geq 0$ , το ρευστό που ρέει μπορεί να επιταχυνθεί μόνο όταν η πίεση στην κατεύθυνση ροής ελαττώνεται ( $dp < 0$ ). Στις περισσότερες διεργασίες ροής με προσαγωγή ή αφαίρεση θερμότητας, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ως προς τη θερμότητα ή τη μεταβολή ενθαλπίας, μπορεί να παραληφθεί (πχ εναλλάκτες θερμότητας - η πώση πίεσης που εμφανίζεται, χρησιμεύει μόνο για υπερνίκηση των τριβών). Ισχύει επομένως:

δηλαδή

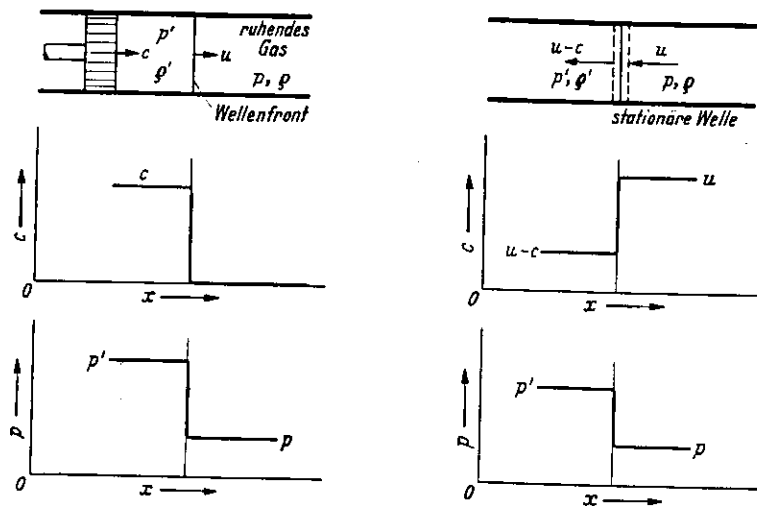
$$\psi_{12} \equiv - \int_1^2 v dp \geq 0,$$

$$d\psi = T ds - dq = T ds_{irr}$$

## Η ταχύτητα του ήχου

Σε κάθε συμπίεστο ρευστό, μπορούν να εμφανιστούν μεταβολές πυκνότητας που προκαλούνται συνήθως από διαφορές πιέσεως. Επομένως ο συντελεστής εξάρτησης την πίεσης από την πυκνότητα, είναι σημαντική παράμετρος κατά την εξέταση διεργασιών ροής συμπίεστων ρευστών, και συνδέεται με την ταχύτητα του ήχου στο ρευστό.

Τα ηχητικά κύματα είναι ταλαντώσεις πίεσης και πυκνότητας μικρού πλάτους, που διαδίδονται σε ένα συμπίεστο μέσο με ορισμένη ταχύτητα, δηλ. την ταχύτητα του ήχου. Τέτοιο κύμα πίεσης μπορεί να δημιουργηθεί πχ από μία μικρή κίνηση του εμβόλου του Σχ. 8.2a.



Σχήμα 8.2 (α) Κύμα πίεσεως που κινείται από τα αριστερά προς τα δεξιά με ταχύτητα  $u$  μπροστά από το έμβολο που κινείται.  
(β) Μόνιμο μέτωπο κύματος.

Θεωρείται ότι το μέτωπο κύματος κινείται με την ταχύτητα  $u$  στο ρευστό που ηρεμεί, του οποίου η πίεση είναι  $p$  και η πυκνότητα  $\rho$ . Το ρευστό που κινείται αριστερά από το μέτωπο κύματος, έχει την ταχύτητα  $c$ , την πίεση  $p' > p$  και την πυκνότητα  $\rho'$ .

Για να υπολογιστεί η ταχύτητα  $u$  του κύματος σαν συνάρτηση των καταστατικών μεγεθών του ρευστού, επιλέγεται ένα σύστημα αναφοράς που προωθείται μαζί με το κύμα. Σ' αυτό το σύστημα, το ρευστό φθάνει από τα δεξιά με ταχύτητα  $u$ , και ρέει προς τα αριστερά με ταχύτητα  $u-c$ , Σχ. 8.2b.

Σ' ένα όγκο ελέγχου που περιλαμβάνει το ρευστό μεταξύ δύο διατομών, αμέσως πριν και μετά από το ακίνητο μέτωπο κύματος, εφαρμόζουμε το ισοζύγιο μαζας:

$$\rho u = \rho'(u - c).$$

και το θεώρημα της ορμής (η χρονική μεταβολή της ορμής ισούται με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω στο σύστημα):

$$\dot{m}(u - c) - \dot{m}u = A\rho'(u - c)^2 - A\rho u^2,$$

και

$$\rho'(u - c)^2 - \rho u^2 = p - p'$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε μία έκφραση για την ταχύτητα του ήχου:

$$u = \left( \frac{\rho' p - p'}{\rho \rho - \rho'} \right)^{1/2}$$

Επειδή τώρα τα ηχητικά κύματα έχουν πολύ μικρό πλάτος, μπορεί να υποθεθεί ότι  $p' \rightarrow p$ ,  $\rho' \rightarrow \rho$  και με την προϋπόθεση ισεντροπικής μεταβολής καταστάσεως, η ταχύτητα του ήχου που χαρακτηρίζεται με το σύμβολο  $a$ , γίνεται *καταστατικό μέγεθος του ρευστού*:

$$a = \sqrt{(\partial p / \partial \rho)_s} = v \sqrt{-(\partial p / \partial v)_s}$$

Η ταχύτητα αυτή συνδέεται επομένως με τον ισεντροπικό εκθέτη  $k$ :

$$a = \sqrt{p v k}$$

Για τα ιδανικά αέρια, προκύπτουν πάλι ιδιαίτερα απλές σχέσεις:

$$a = \sqrt{\kappa(T) RT} = \sqrt{\kappa(T) (R/M) T}$$

δηλαδή η ταχύτητα του ήχου είναι καθαρή συναρτηση της θερμοκρασίας.

Στον πίνακα που ακολουθεί, φαίνεται η *ταχύτητα του ήχου σε ιδανικά αέρια, σε θερμοκρασία 0°C*.

Gas	He	Ar	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Luft	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O
$a \frac{m}{s}$	970	307	1234	337	315	333	259	410

Ο λόγος της ταχύτητας ροής  $c$  προς την ταχύτητα του ήχου  $a$  που αντιστοιχεί στην ίδια κατάσταση, χαρακτηρίζεται σαν αριθμός Mach,  $Ma = c/a$ .

## Η ορθή κρουστική συμπίεση

*Κρουστικό κύμα* μπορεί να δημιουργηθεί, όταν ένα σώμα κηπετάει με υπερηχητική ταχύτητα στον αέρα, ή όταν ένα ρευστό κινείται με υπερηχητική ταχύτητα σ'έναν αγωγό.

Τότε δημιουργείται ένα μέτωπο διατάραξης, ή καλλίτερα μία ζώνη διατάραξης μικρού πλάτους, (τάξης μεγέθους της μέσης ελεύθερης διαδρομής των μορίων), στην οποία η πίεση, η θερμοκρασία και η ταχύτητα μεταβάλλονται απότομα. Μακροσκοπικά λοιπόν παρατηρείται μία κανονική αστάθεια.

Εδώ θα εξεταστεί μόνον η ορθή κρουστική συμπίεση, όπου το μέτωπο της διατάραξης είναι επίπεδο και εισέρχεται στο ρευστό παράλληλα με την ταχύτητά του.

Η εξέταση του φαινομένου αυτού διευκολύνεται και πάλι από τη χρήση κινούμενου συστήματος αναφοράς (Σχ.8.3), όπου θεωρείται ότι το ρευστό κινείται με υπερηχητική ταχύτητα  $c_x$  σε σχέση με το μέτωπο του κρουστικού κύματος (που ηρεμεί), και ότι μετά από τη δίοδο από το μέτωπο, το ρευστό ρέει με ταχύτητα  $c_y$ .

Χωρίς να είναι γνωστά με ακρίβεια τα φαινόμενα στη ζώνη κρουστικής συμπίεσης, τα καταστατικά μεγέθη πριν και μετά την κρούση μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους, αν βρεθούν κοινά σημεία στις εξισώσεις ισοζυγίων.

Η εξίσωση της συνέχειας δίνει:

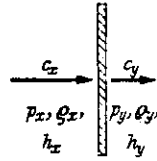
$$c_x \rho_x = c_y \rho_y$$

Επειδή τώρα η ζώνη κρούσης είναι αδιαβατική, η ολική ενθαλπία παραμένει σταθερή:

$$h_x + c_x^2/2 = h_y + c_y^2/2$$

Σύμφωνα δε με το θεώρημα της ορμής:

$$\dot{m}(c_y - c_x) = A(p_x - p_y)$$



Σχήμα 8.3 Καταστατικά μεγέθη πριν και μετά την ορθή κρουστική συμπίεση.

και επειδή ισχύει:

$$\dot{m} = A c_x \rho_x = A c_y \rho_y$$

προκύπτει η σχέση:

$$p_x + \rho_x c_x^2 = p_y + \rho_y c_y^2.$$

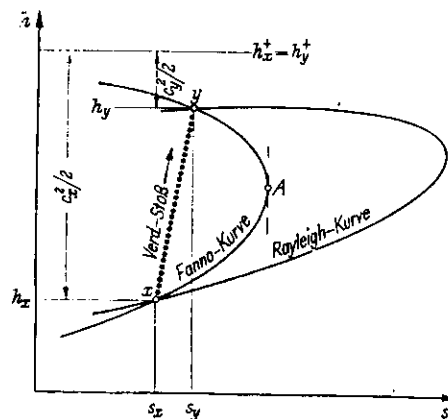
Αν στις τρεις παραπάνω σχέσεις προστεθούν και η θερμική και η θερμοδομετρική καταστατική εξίσωση για το ρευστό:

$$v = v(T, p) \quad \text{und} \quad h = h(T, p)$$

τότε διαθέτουμε συνολικά πέντε εξισώσεις, με τις οποίες μπορούν να υπολογιστούν τα μεγέθη:

$c_y$ ,  $\rho_y = 1/v_y$ ,  $p_y$ ,  $T_y$  και  $h_y$ ,  
με βάση τις τιμές τους πριν από την κρούση.

Οι παραπάνω σχέσεις γίνονται καλλίτερα κατανοητές πάνω σ'ένα διάγραμμα h-s (Σχ. 8.4).



Σχήμα 8.4 Καμπύλη Fanno και καμπύλη Rayleigh. Τα σημεία τομής τους ορίζουν τις καταστάσεις πριν και μετά από μία ορθή κρουστική συμπίεση.

Εκλέγουμε μία σταθερή κατάσταση  $x$  πριν από την κρούση, και εξετάζονται γενικές διατυπώσεις για την κατάσταση  $y$ .

Αρχικά απαλείφεται η άγνωστη ταχύτητα  $c_y$  από την εξίσωση της ενέργειας, με τη βοήθεια της εξίσωσης της συνέχειας:

$$h_y = h_x + \frac{c_x^2}{2} [1 - (v_y/v_x)^2]$$

Σε κάθε τιμή του  $u_y$  από την εξίσωση αυτή, προκύπτει μία ορισμένη ενθαλπία  $h_y$ , με βάση την οποία μπορεί να υπολογιστεί και η εντροπία  $s_y$ .

Στο διάγραμμα  $h$ - $s$ , όλες αυτές οι καταστάσεις  $(h_y, s_y)$ , πέφτουν πάνω στην λεγόμενη *καμπύλη Fanno*, η οποία συνδέει όλες τις καταστάσεις που εμφανίζουν την ίδια πυκνότητα ροής μάζας και συγχρόνως την ίδια ολική ενθαλπία.

Ο δεύτερος γεωμετρικός τόπος μας δίδεται από τη σχέση μεταξύ των εξισώσεων της συνέχειας και της ορμής, με απαλοιφή του  $c_y$ :

$$p_y = p_x + \frac{c_x^2}{v_x} (1 - v_y/v_x)$$

επομένως σε κάθε τιμή του  $u_y$  αντιστοιχεί μία πίεση  $p_y$ . Για τις καταστατικές εξισώσεις από τα  $u_y$  και  $p_y$ , λαμβάνονται και τα  $h_y$  και  $s_y$ , έτσι ώστε στο διάγραμμα  $h$ - $s$  να μπορεί να σχεδιαστεί και μία δεύτερη καμπύλη, που λέγεται *καμπύλη Rayleigh*. Η καμπύλη αυτή συνδέει όλες τις καταστάσεις που έχουν την ίδια πυκνότητα ροής μάζας και προκύπτουν η μία από την άλλη με ροή χωρίς τριβές. (Γιατί κατά την εφαρμογή δηλαδή του θεωρήματος της ορμής παραλείφθηκαν οι δυνάμεις τριβών, ένεκα του μικρού πάχους της κρουστικής συμπίεσης).

Τα σημεία τομής των καμπυλών Fanno και Rayleigh ορίζουν τις καταστάσεις  $x$  και  $y$ , πριν και μετά την κρουστική συμπίεση. Φυσικά, η φορά πραγματοποίησης μίας τέτοιας διεργασίας, είναι πάντα προς αύξηση της εντροπίας (2ο Θ.Α.)

Τέλος, για να εξεταστεί η μεταβολή της ταχύτητας κατά την ορθή κρουστική συμπίεση, θεωρείται αρχικά η κατάσταση  $A$  πάνω στην καμπύλη Fanno (Σχ.8.4), όπου το  $A$  ορίζεται από την κατακόρυφη εφαπτομένη της καμπύλης Fanno.

Στη θέση αυτή ισχύει:

$$T ds = dh - v dp = 0$$

και επιπλέον

$$dh + c dc = 0,$$

επειδή για την καμπύλη Fanno η συνολική ενθαλπία είναι σταθερή, καθώς και

$$d\left(\frac{c}{v}\right) = \frac{dc}{v} - \frac{c}{v^2} dv = 0$$

από την εξίσωση της συνέχειας.

Από τις τρεις αυτές εξισώσεις απαλείφεται το  $dh$  και  $dc$  και λαμβάνεται για την ταχύτητα που εμφανίζεται στη θέση  $A$ :

$$c^2 = -v^2(\partial p/\partial v)_s = (\partial p/\partial \rho)_s = a^2.$$

Εδώ επομένως επιτυγχάνεται η ταχύτητα του ήχου. Έτσι, στο κατώτερο σκέλος της καμπύλης Fanno ( $h < h_A$ ) αντιστοιχούν καταστάσεις με υπερηχητική ταχύτητα  $c > a$ , ενώ στο άνω σκέλος καταστάσεις με υποηχητική ταχύτητα.

Με την κρουστική συμπίεση, το ρευστό που ρέει με υπερηχητική ταχύτητα αποκτά απότομα υποηχητική ταχύτητα. Η αντίστροφη μετάβαση (κρουστική αραιώση) δεν είναι δυνατή, επειδή θα οδηγούσε σε ελάττωση της εντροπίας στο αδιαβατικό σύστημα.



Αδιαβατικές διεργασίες ροής

Αυτές εμφανίζονται συχνά στην τεχνική. Οι σωλήνες, τα ακροφύσια, οι διαχυτήρες, τα όργανα στραγγαλισμού (διαφράγματα, βαλβίδες) που διαρρέονται από ρευστά, μπορούν συχνά να θεωρηθούν σαν αδιαβατικά συστήματα.

Εδώ το 1ο Θ.Α. γίνεται:

$$h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = 0$$

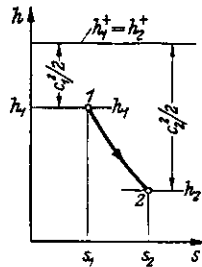
ή

$$h_2^+ = h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 = h_1 + \frac{1}{2}c_1^2 = h_1^+.$$

Στις αδιαβατικές λοιπόν διεργασίες, η ολική ενθαλπία παραμένει σταθερή. Η ταχύτητα στην έξοδο δίνεται επομένως από τη σχέση:

$$c_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + c_1^2}.$$

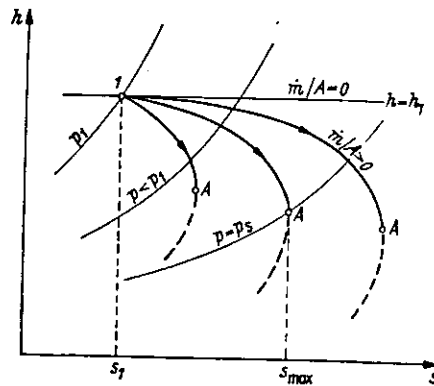
(Σχ.8.5)



Σχήμα 8.5 Στις αδιαβατικές διεργασίες ροής, η ολική ενθαλπία παραμένει σταθερή.

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν και για μή-αντιστρεπτές διεργασίες, αφού εκφράζουν απλά τη διατήρηση της ενέργειας.

Για παράδειγμα, οι καταστάσεις πριν και μετά από μία θέση στραγγαλισμού, βρίσκονται πάνω σε μία *καμπύλη Fanno*, όταν οι διατομές του αγωγού πριν και μετά είναι ίσες (Σχ.8.6).



Σχήμα 8.6 Καμπύλες Fanno για διάφορες σταθερές πικνότητες ροής μάζας (υποηχητική ροή).

Όπως φαίνεται στο Σχ.8.6, η ενθαλπία παραμένει σταθερή μόνο για  $m/A=0$ . Η σχέση επομένως  $h_2=h_1$  ισχύει μόνο κατά προσέγγιση, παρά ταύτα όμως με αρκετή ακρίβεια εφόσον η πυκνότητα του ρεύματος μάζας δεν είναι πολύ μεγάλη, και η πτώση πίεσης στη θέση στραγγαλισμού σχετικά μικρή.

### Αδιαβατική ροή σε ακροφύσια και διαχυτήρες

Ένα ακροφύσιο αποτελείται από ένα κατάλληλα διαμορφωμένο αγωγό, στον οποίο επιταχύνεται ένα ρευστό.

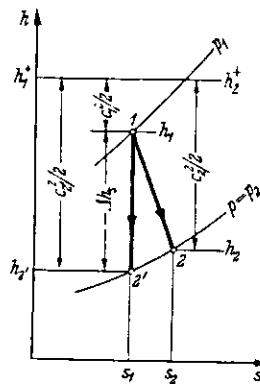
Εάν εξετάσουμε ένα αδιαβατικό ακροφύσιο ( $q_{12}=0$ ,  $s_2 \geq s_1$ ), στο οποίο το ρευστό εκτονώνεται από την κατάσταση εισόδου 1 σε μία δεδομένη αντίθλιψη  $p_2 > p_1$ .

Σύμφωνα με το 1ο Θ.Α., η συνολική ενθαλπία του ρευστού παραμένει σταθερή και επομένως ισχύει:

$$c_2^2/2 = c_1^2/2 + h_1 - h_2.$$

Όπως φαίνεται στο Σχ.8.7, η μέγιστη αύξηση της κινητικής ενέργειας και επομένως η μέγιστη τελική ταχύτητα, λαμβάνεται όταν η εκτόνωση εξελίσσεται αντιστρεπτά, και επομένως ισεντροπικά. Συνεπώς η κατάσταση εξόδου ορίζεται από τις συνθήκες

$$p_{2'} = p_2 \quad \text{und} \quad s_{2'} = s_1$$



Σχήμα 8.7 Αδιαβατική ροή σε ακροφύσια για δεδομένες πιέσεις  $p_1$  και  $p_2 > p_1$ .

Η ελάττωση της ενθαλπίας του ρευστού, παίρνει σύμφωνα με το 2ο Θ.Α. τη μέγιστη δυνατή τιμή της:

$$h_1 - h_{2'} = h_1 - h(p_2, s_1) = - \int_{p_1}^{p_2} v(p, s_1) dp = -\Delta h_s.$$

Στη σχέση αυτή το  $\Delta h_s$  παριστάνει την ισεντροπική διαφορά ενθαλπίας, που έχουμε δει τον υπολογισμό της στην *Ενότητα 5*.

Από τη σύγκριση της κινητικής ενέργειας που επιτυγχάνεται με αδιαβατικό ακροφύσιο, με την ενέργεια που μπορεί να επιτευχθεί στην καλλίτερη δυνατή περίπτωση, ορίζεται ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ροής ή ακροφυσίου:

$$\eta_{sS} = \frac{c_2^2/2}{c_{2'}^2/2} = \frac{c_2^2/2}{(c_1^2/2) - \Delta h_s}$$

Σημειώνεται ότι έχουμε πάντα  $\Delta h_s < 0$ . Καλής κατασκευής ακροφύσια επιτυγχάνουν

ισεντροπικούς βαθμούς απόδοσης  $\eta_{ss} > 0.95$

Αντί του ισεντροπικού βαθμού απόδοσης, χρησιμοποιείται μερικές φορές ο συντελεστής ταχύτητας:

$$\varphi = c_2/c_{2'} = \sqrt{\eta_{ss}}$$

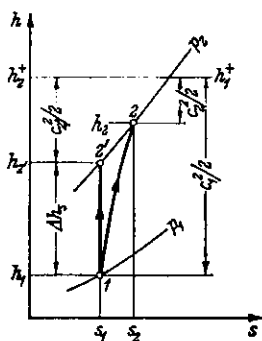
Ένα ρευστό που ρέει σε διαχυτήρα, πρέπει να επιτυγχάνει αύξηση της πίεσής του. Εδώ έχουμε μετατροπή *ιδίου έργου σε ενθαλπία*. Ο διαχυτήρας λοιπόν ενεργεί αντίθετα από το ακροφύσιο:

$$\int_1^2 v \, dp = \frac{1}{2} (c_1^2 - c_2^2) = \psi_{12}$$

Όπως στο αδιαβατικό ακροφύσιο, έτσι και στον αδιαβατικό διαχυτήρα, η συνολική ενθαλπία παραμένει σταθερή:

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (c_1^2 - c_2^2).$$

Μεταξύ όλων των διεργασιών που είναι δυνατές σύμφωνα με το 2ο Θ.Α., που ξεκινώντας από μία κατάσταση 1 οδηγούν σε μία ορισμένη τελική πίεση  $p_2 > p_1$ , η αντιστρεπτή διεργασία με ισεντροπική μεταβολή καταστάσεως, χαρακτηρίζεται από τη μικρότερη ελάττωση της κινητικής ενέργειας, Σχ. 8.8



Σχήμα 8.8 Αδιαβατική ροή σε διαχυτήρα για δεδομένες πιέσεις  $p_1$  και  $p_2 > p_1$ .

Η ελάττωση αυτή δίνεται από την ισεντροπική διαφορά ενθαλπίας:

$$\frac{1}{2} (c_1^2 - c_2^2) = h_{2'} - h_1 = \Delta h_s.$$

Η σχέση

$$\eta_{sD} = \frac{\Delta h_s}{h_2 - h_1} = \frac{\Delta h_s}{(c_1^2 - c_2^2)/2}$$

χαρακτηρίζεται σαν *ισεντροπικός βαθμός απόδοσης του διαχυτήρα*.

Αν τώρα ένα ρευστό που ρέει με ταχύτητα  $c_1$ , υποστεί πέδηση αδιαβατικά και αντιστρεπτά στην ταχύτητα  $c_0 = 0$ , τότε φτάνει σε μία κατάσταση που χαρακτηρίζεται σαν κατάσταση ηρεμίας, με εντροπία  $s_0 = s_1$ , και ενθαλπία:

$$h_0 = h_1 + c_1^2/2 = h_1^+,$$

που χαρακτηρίζεται σαν *ενθαλπία ηρεμίας (stagnation enthalpy)*. Αυτή συμπίπτει με την ολική ενθαλπία.

Η κατάσταση ηρεμίας καθορίζεται μονοσήμαντα από τα  $h_0$ ,  $s_0$  και  $c_0 = 0$ . Μπορεί να υπολογιστούν έτσι τα  $p_0$  και  $T_0$  από την καταστατική εξίσωση του ρευστού:

$$h_0 = h(T_0, p_0) \quad \text{und} \quad s_0 = s(T_0, p_0).$$

Υπολογισμός διατομών για ισεντροπική ροή

Εδώ θα εξεταστεί η διαδικασία υπολογισμού μεταβολής της διατομής σε ακροφύσια και διαχυτήρες, ώστε να επιτρέπουν για δεδομένες πιέσεις στην είσοδο και στην έξοδο της ροής μίας ορισμένης ροής μάζας  $\dot{m}$  του ρευστού. Η ροή μάζας και η διατομή, συνδέονται μεταξύ τους με την εξίσωση συνέχειας:

$$\dot{m} = \rho c A$$

Για ισεντροπική ροή ( $\psi_{12}=0$ ), λαμβάνεται από το 1ο Θ.Α.:

$$d(c^2/2) = c dc = -v dp.$$

Με παραγωγή της εξίσωσης της συνέχειας:

$$\frac{dA}{A} = -\frac{d(\rho c)}{\rho c} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{c dc}{c^2},$$

και επομένως:

$$\frac{dA}{A} = -\frac{d\rho}{\rho} + \frac{v dp}{c^2}.$$

Επειδή πρόκειται για ισεντροπική μεταβολή κατάστασης, σε κάθε μεταβολή πυκνότητας αντιστοιχεί μιά ορισμένη μεταβολή πίεσης:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s d\rho = a^2 d\rho,$$

όπου  $a$  η ταχύτητα του ήχου. Άρα

$$\frac{d\rho}{\rho} = v d\rho = \frac{v dp}{a^2},$$

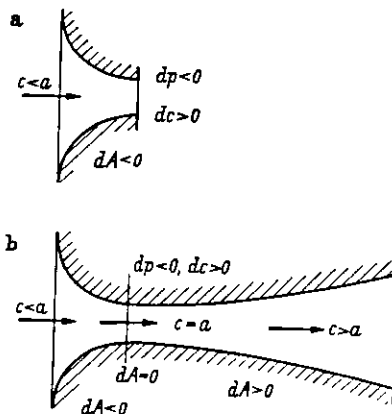
από την οποία λαμβάνεται για τη διατομή:

$$\frac{dA}{A} = \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right) v dp$$

Διακρίνουμε τώρα δύο περιπτώσεις.

1. Ροή που επιταχύνεται ( $dc > 0$ ).

Σύμφωνα με την εξίσωση του 1ου Θ.Α., ισχύει  $dp < 0$ . Η πίεση δηλ. ελαττώνεται στην κατεύθυνση της ροής. Για υποηχητική ροή ( $c < a$ ), πρέπει να ισχύει  $dA < 0$ . Η διατομή του αγωγού πρέπει να ελαττώνεται για *υποηχητική ροή με επιτάχυνση (συγκλίνον ακροφύσιο - Σχ. 8.9)*.



Σχήμα 8.9 (a) Συγκλίνον ακροφύσιο για υποηχητική ταχύτητα  
(b) ακροφύσιο Laval (συγκλίνον-αποκλίνον), με το οποίο η ροή επιταχύνεται και αποκτά υπερηχητική ταχύτητα.

Για ταχύτητες ροής μεγαλύτερες του ήχου, θα πρέπει να ισχύει  $dA > 0$ , δηλ. η διατομή θα πρέπει να αυξάνεται.

Ένα ακροφύσιο στο οποίο η διατομή αρχικά ελαττώνεται και κατόπιν αυξάνεται, χρησιμοποιήθηκε από τον Koerting σε τζιφάρια, και από τον de Laval σε αεροστροβίλους, και ονομάζεται *ακροφύσιο Laval*. Στο ακροφύσιο αυτό, η αρχικά υποηχητική ροή μπορεί να επιταχυνθεί και να μεταπέσει σε *υπερηχητική ροή*.

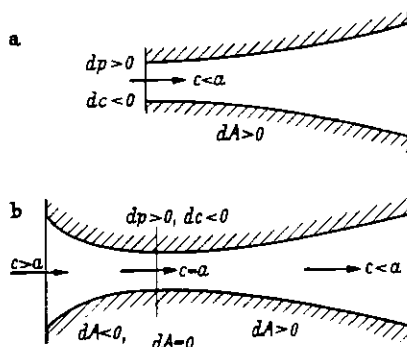
Στην ελάχιστη διατομή του ακροφυσίου Laval, ισχύει  $dA = 0$ . Επομένως σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, ισχύει και

$$d(c\varrho) = 0.$$

Η πυκνότητα ροής μάζας επομένως μεγιστοποιείται στη μικρότερη διατομή. Συνεπώς, για ροή χωρίς τριβές ισχύει επίσης (αφού  $dA/A = 0$ ),  $c = a$ . Συνεπώς, σε ένα αδιαβατικό συγκλινόν ακροφύσιο, δεν μπορεί να επιτευχθούν ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα του ήχου. Για να επιτευχθούν υπερηχητικές ταχύτητες, το ακροφύσιο θα πρέπει να διευρυνθεί.

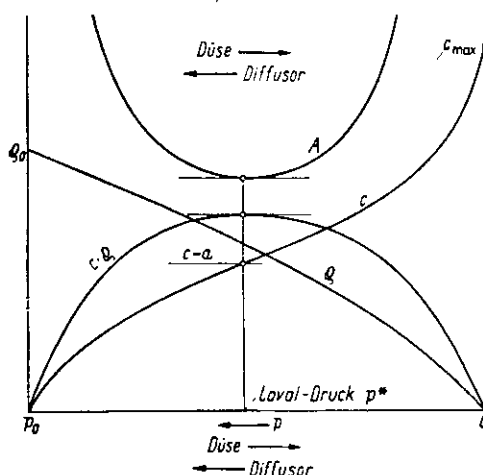
## 2. Ροή με επιβράδυνση ( $dc < 0$ ).

Όταν η ταχύτητα ελαττώνεται, τότε η πίεση αυξάνεται: Πρόκειται για διαχυτήρα (Σχ. 8.10). Η διατομή του διαχυτήρα στην κατεύθυνση ροής θα πρέπει να αυξάνεται όταν  $c < a$ . Αντίθετα η διατομή του διαχυτήρα στην περιοχή των υπερηχητικών ταχυτήτων θα πρέπει να μειώνεται, έως ότου επιτευχθεί η ταχύτητα του ήχου. Επομένως ένας διαχυτήρας στον οποίο το ρευστό εισέρχεται με υπερηχητική ταχύτητα και εξέρχεται με υποηχητική, είναι η ακριβής αντιστροφή ενός ακροφυσίου Laval.



Σχήμα 8.10 (α) Διαχυτήρας για ταχύτητες εισόδου μικρότερες από την ταχύτητα του ήχου  
(β) Διαχυτήρας για ταχύτητες εισόδου μεγαλύτερες από την ταχύτητα του ήχου

Για την περίπτωση που η ροή είναι χωρίς τριβές σε ένα ακροφύσιο (*εκτόνωση ροής*), οι καταστάσεις που παριστάνονται στο Σχ. 8.11 θα οδεύουν από τα αριστερά προς τα δεξιά, ενώ σ'ένα *διαχυτήρα (συμπίεση ροής)*, οι ίδιες καταστάσεις οδεύουν από τα δεξιά προς τα αριστερά.



Σχήμα 8.11 Ταχύτητα  $c$ , πυκνότητα  $\rho$ , πυκνότητα ροής μάζας  $c \cdot \rho$ , και επιφάνεια διατομής  $A$  σαν συνάρτηση της πίεσης σε ισεντροπική ροή.

Η θερμοδυναμική δεν μπορεί να μας πληροφορήσει για το μήκος που πρέπει να έχει ένα ακροφύσιο ή ένας διαχυτήρας, δηλαδή για την απόσταση μεταξύ του στενώτερου σημείου της διατομής από τη διατομή εισόδου. Αυτό είναι πρόβλημα της ρευστομηχανικής. Οι θερμοδυναμικές σχέσεις συνδέουν απλώς τις αντίστοιχες τιμές των καταστατικών μεγεθών που εμφανίζονται στις μεμονωμένες διατομές.

Η πίεση  $p^*$  που εμφανίζεται στην ελάχιστη διατομή για ισεντροπική ροή, ονομάζεται κρίσιμη πίεση. Η σχέση  $p^*/p_0$  όπου  $p_0$  η πίεση ηρεμίας, ονομάζεται σχέση πίεσεως ηρεμίας ή κρίσιμος λόγος πιέσεων.

Αν η αντίθλιψη  $p_2$  είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη πίεση, τότε δεν είναι απαραίτητο να διευρύνεται το ακροφύσιο: στην περίπτωση αυτή στο ακροφύσιο εμφανίζονται ταχύτητες  $c < a$ .

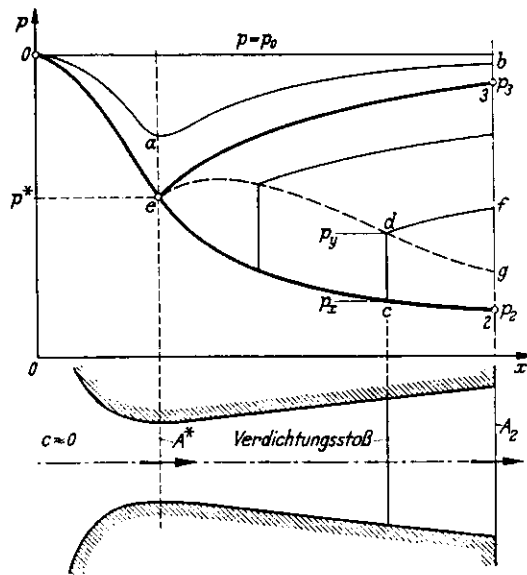
Αν αντίθετα η εκτόνωση οδηγεί σε πιέσεις μικρότερες από την πίεση Laval, τότε το ακροφύσιο πρέπει να διευρύνεται, και στην περίπτωση αυτή εμφανίζονται και υπερηχητικές ταχύτητες.

Η σχέση κρίσιμης πίεσης εξαρτάται, όπως φαίνεται από την πορεία των καμπυλών στο Σχ. 8.11, από τις ιδιότητες του ρευστού, επειδή αυτές ορίζουν τη μορφή των ισεντροπικών. Για τα ρευστά που έχουν εξεταστεί μέχρι τώρα, ισχύει  $p^*/p \approx 0.5$

### Κατάσταση ροής σε ακροφύσιο Laval για μεταβαλλόμενη αντίθλιψη

Εδώ εξετάζεται ένα ακροφύσιο Laval που οι διατομές του έχουν υπολογιστεί για ένα ορισμένο λόγο πιέσεων  $p_2/p_0$ , σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στα προηγούμενα, με την παραδοχή ροής χωρίς τριβές.

Με βάση το Σχ. 8.12, θα εξεταστούν οι καταστάσεις ροής που επικρατούν στο ακροφύσιο όταν η αντίθλιψη  $p'$  στο χώρο μετά το ακροφύσιο, μεταβάλλεται έτσι ώστε να μη συμφωνεί πιά με την πίεση  $p_2$  για την οποία έχει σχεδιαστεί το ακροφύσιο.



Σχήμα 8.12 Μεταβολή της πίεσης σε ένα ακροφύσιο Laval για διαφορετικές αντιθλίψεις: Μόνο οι γραμμές 0 e 2 και 0 e 3 αντιστοιχούν σε ισεντροπική ροή.

Στο Σχ. 8.12 παριστάνεται η μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με την τετμημένη  $x$  στην κατεύθυνση της ροής.

Η γραμμή 0 e 2 παριστάνει την ισεντροπική μεταβολή κατάστασης για το λόγο πιέσεων  $p_2/p_0$ . Εκτός απ' αυτόν το λόγο πιέσεων, υπάρχει κι ένας δεύτερος για τον οποίο είναι δυνατή ισεντροπική μεταβολή κατάστασης, δηλ. η γραμμή 0 e 3. Εδώ όμως δεν επιτυγχάνεται υπερηχητική ταχύτητα.

Για αντιθλίψεις  $p' > p$ , το ακροφύσιο ενεργεί σαν *σωλήνας Venturi* (καμπύλη 0 a b). Πάντως στη στενότερη διατομή, δεν επιτυγχάνεται η ταχύτητα του ήχου.

Αν η αντίθλιψη  $p'$  ελαττωθεί και πάρει τιμή μικρότερη από την  $p_3$ , (για την οποία όμως ισχύει  $p_3 > p' > p_2$ ), τότε προκύπτει η μεταβολή κατάστασης του ρευστού της γραμμής 0 e. Στη στενότερη διατομή επιτυγχάνεται η ταχύτητα του ήχου, και επομένως η ροή μάζας παραμένει σταθερή και παίρνει την τιμή που εξαρτάται μόνο από την κατάσταση ηρεμίας και από το  $A^*$ :

$$\dot{m} = A^* c^* \rho^* = A^* a \rho^*$$

ανεξάρτητα από το τι συμβαίνει στο αποκλίνον τμήμα του ακροφυσίου.

Εδώ αυξάνεται αρχικά η ταχύτητα μέχρι μιá ορισμένη τιμή πέρα από την ταχύτητα του ήχου, ενώ η πίεση ελαττώνεται (γραμμή e c). Επειδή η διατομή στην κατεύθυνση ροής αυξάνεται, θα έπρεπε το ρευστό με πτώση πίεσης να επιταχύνεται. Η αντίθλιψη  $p'$  στην έξοδο (σημείο f), έχει ξεπεραστεί: παρά την διεύρυνση που έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση της πίεσης κατά την υπερηχητική ροή, η πίεση θα πρέπει και πάλι να αυξηθεί. Υπάρχει δηλαδή εδώ μιá ασυνέχεια, όπου αυξάνεται η εντροπία με μιá ορθή κρουστική συμπίεση c d, όπου μετά την κρούση η ροή γίνεται υποηχητική: η παραπέρα αύξηση της πίεσης είναι δυνατή τώρα με διεύρυνση της διατομής. Οσο ελαττώνεται η αντίθλιψη  $p'$ , τόσο περισσότερο είναι

μετατοπισμένη η διατομή στην οποία εμφανίζεται η κρουστική συμπίεση προς το τέλος του ακροφυσίου.

Αν η αντίθλιψη είναι μικρότερη από την τιμή που αντιστοιχεί στο σημείο  $g'$ , τότε δεν επαρκεί για τη δημιουργία ορθής κρουστικής συμπίεσης, οπότε εμφανίζεται *πλάγια κρουστική συμπίεση*, με αποκόλληση της ροής από τα τοιχώματα. Οι πολύπλοκες αυτές σχέσεις δεν μπορούν να περιγραφούν πιά σαν μονοδιάστατα φαινόμενα.

Αν η πίεση γίνει τελικά ίση με  $p_2$ , τότε δεν εμφανίζεται πιά στο ακροφύσιο κρουστική συμπίεση. Όταν η αντίθλιψη  $p'$  γίνει μικρότερη από την πίεση για την οποία έχει σχεδιαστεί το ακροφύσιο, τότε δεν μεταβάλλεται πιά η κατάσταση ροής μέσα στο ακροφύσιο. Στη διατομή εξόδου εμφανίζεται ακριβώς η πίεση που προβλέπεται  $p_2$ : η παραπέρα εκτόνωση μέχρι την αντίθλιψη που επικρατεί έξω, λαμβάνει χώρα έξω από το ακροφύσιο με μη αντιστρεπτό τρόπο.

### Ενέργεια σκέδασης, απώλεια έργου και απώλεια εξέργειας κατά την αδιαβατική εκτόνωση και συμπίεση

Οι απώλειες κατά την μη αντιστρεπτή εκτόνωση ή συμπίεση σε μία αδιαβατική στροβιλομηχανή (στρόβιλος, συμπιεστής), προξενούνται κυρίως από την τριβή του ρευστού που ρέει. Για την ποσοτική διατύπωση, υπάρχουν τρία μεγέθη:

- + η ενέργεια σκέδασης
- + η απώλεια έργου ως προς την ισεντροπική μεταβολή κατάστασης και
- + η απώλεια εξέργειας της μη-αντιστρεπτής διεργασίας.

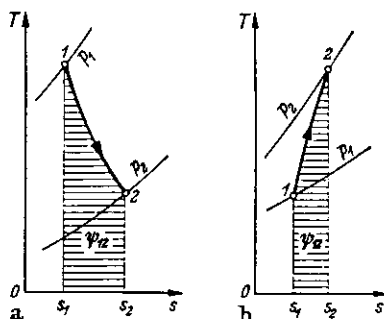
Εδώ θα εξεταστούν κάποιες σχέσεις μεταξύ των μεγεθών αυτών. Κατά την εξέταση δεν θα ληφθεί υπόψη η κινητική ενέργεια.

Για την ενέργεια που σκεδάζεται σε μία αδιαβατική μηχανή, ισχύει:

$$\psi_{12} = \int_1^2 T ds_{\text{irr}} = \int_1^2 T ds,$$

επειδή στις αδιαβατικές διεργασίες η αύξηση εντροπίας του ρευστού πραγματοποιείται μόνο με παραγωγή εντροπίας.

Το  $T$  παριστάνει εδώ τη θερμοκρασία του ρευστού που πέρασε από τις διατομές ροής. Στο διάγραμμα  $T$ - $s$ , (Σχ. 8.13), η ενέργεια σκέδασης παριστάνεται από την επιφάνεια κάτω από τη γραμμή κατάστασης 12.



Σχήμα 8.13 Ενέργεια σκέδασης  $\psi_{12}$  κατά την αδιαβατική εκτόνωση (a) και κατά την αδιαβατική συμπίεση (b).



Αν παραλειφθούν οι κινητικές ενέργειες, τότε για το τεχνικό έργο που αποδίδει το ρευστό σε έναν αδιαβατικό στρόβιλο ή παραλαμβάνει σε έναν αδιαβατικό συμπιεστή, λαμβάνεται:

$$w_{12} = h_2 - h_1.$$

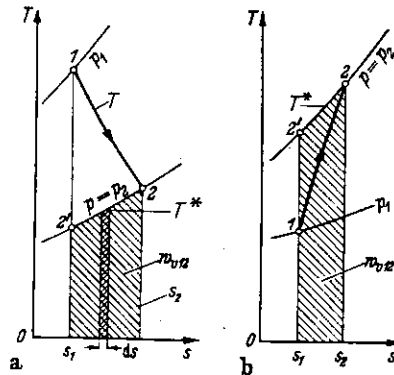
Κατά την ισεντροπική εκτόνωση ή συμπίεση στην ίδια τελική πίεση  $p_2$ , προκύπτει:

$$(w_{12'})_{\text{rev}} = h_{2'} - h_1 = \Delta h_s.$$

Η πάντοτε θετική διαφορά ενθαλπίας λοιπόν,

$$\begin{aligned} w_{v12} &\equiv h_2 - h_{2'} = h(p_2, s_2) - h(p_2, s_1) = \int_{2'}^2 T(s, p_2) ds \\ &= \int_{2'}^2 T^* ds = \int_{s_1}^{s_2} T^* ds \end{aligned}$$

χαρακτηρίζεται σαν απώλεια έργου της αδιαβατικής διεργασίας, βλ Σχ. 8.14.



Σχήμα 8.14 (α) απώλεια έργου  $w_{v12}$  κατά την αδιαβατική εκτόνωση, και (β) απώλεια έργου  $w_{v12}$  κατά την αδιαβατική συμπίεση

Κατά την αδιαβατική εκτόνωση, το

$$w_{v12} = (-w_{12'})_{\text{rev}} - (-w_{12}) = (1 - \eta_{sT}) (-\Delta h_s)$$

ισούται με την απώλεια έργου ως προς το μέγιστο έργο που μπορεί να κερδηθεί κατά την ισεντροπική εκτόνωση. Για τη μη-αντιστρεπτή αδιαβατική συμπίεση, η παράσταση

$$w_{v12} = w_{12} - (w_{12'})_{\text{rev}} = [(1/\eta_{sT}) - 1] \Delta h_s$$

δίνει την πρόσθετη δαπάνη έργου ως προς το ελάχιστο τεχνικό έργο που πρέπει να προσδοθεί κατά την ισεντροπική συμπίεση.

## Ενότητα 9

### Θερμοδυναμική της παραγωγής ψύξης

Στην ενότητα αυτή θα εξετάσουμε τις διεργασίες θέρμανσης και ψύξης από τη σκοπιά του 2ου Θ.Α. Οι διεργασίες που θα εξετάσουμε αποτελούν τη βάση της τεχνικής της Θέρμανσης, της Ψύξης και του Κλιματισμού.

#### Εξέργεια και ανέργεια κατά τη μεταφορά θερμότητας

Αν μεταξύ δύο συστημάτων με θερμοκρασίες  $T_A$  και  $T_B < T_A$  μεταφέρεται ενέργεια με τη μορφή θερμότητας, τότε μαζί με το ρεύμα θερμότητας

$$Q = E_Q + B_Q$$

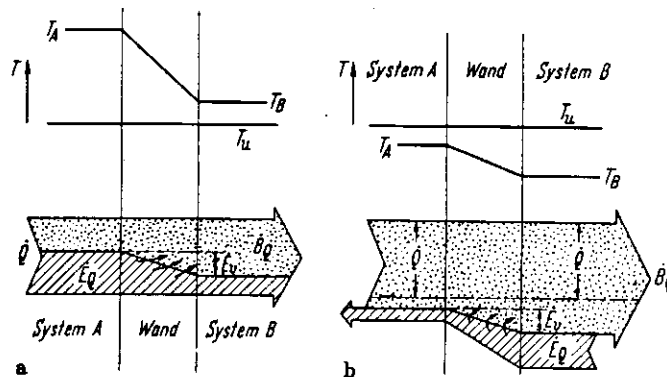
ρέει και ένα ρεύμα εξέργειας

$$E_Q = \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) Q = \eta_C Q$$

καθώς και ένα ρεύμα ανέργειας

$$B_Q = \frac{T_u}{T} Q.$$

Τα ρεύματα αυτά ενέργειας θεωρούνται θετικά όταν ρέουν από το σύστημα A προς το σύστημα B. Εδώ πρέπει να γίνει διάκριση σε δύο περιπτώσεις, βλ Σχ.9.1



Σχήμα 9.1 Ροή εξέργειας και ανέργειας κατά τη μεταφορά θερμότητας:  
 (a) Μεταφορά θερμότητας σε θερμοκρασίες μεγαλύτερες από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος  
 (b) Μεταφορά θερμότητας σε θερμοκρασίες μικρότερες της  $T_u$

Όταν οι δύο θερμοκρασίες είναι μεγαλύτερες του περιβάλλοντος, τότε η εξέργεια και η ανέργεια ρέουν προς την ίδια κατεύθυνση με το ρεύμα θερμότητας  $Q$ , (δηλ. από το A στο B). Εδώ ένα τμήμα του ρεύματος εξέργειας που εξέρχεται του A, μετατρέπεται σε ανέργεια (πρόκειται δηλ. για ρεύμα απώλειας εξέργειας).

Αν οι δύο θερμοκρασίες είναι μικρότερες από την  $T_u$ , τότε ο παράγοντας Carnot  $\eta_c$  είναι αρνητικός, και επομένως και το  $E_Q$ . Αυτό σημαίνει όμως ότι η εξέργεια ρέει σε κατεύθυνση

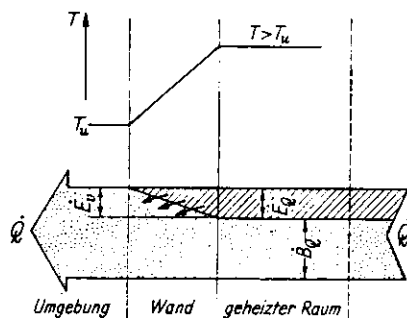
αντίθετη από το ρεύμα θερμότητας. Το ρεύμα ανέργειας πάλι, εξαιτίας της σχέσης  $T < T_u$ , είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα θερμότητας και ρέει προς την ίδια κατεύθυνση με αυτό. Ισχύει και στις δύο περιπτώσεις του Σχ.9.1, το ισοζύγιο:

$$\dot{Q} = \dot{E}_Q + \dot{B}_Q = \dot{B}_Q - |\dot{E}_Q|.$$

Επομένως:

*Κατά τη μεταφορά θερμότητας, η ανέργεια της θερμότητας ρέει πάντοτε προς την κατεύθυνση στην οποία η θερμοκρασία ελαττώνεται. Η εξέργεια της θερμότητας ρέει πάντοτε στην κατεύθυνση της θερμοκρασίας περιβάλλοντος και κατά τη ροή μετατρέπεται κατά ένα μέρος σε ανέργεια.*

Το θεμελιώδες πρόβλημα της τεχνικής της θερμάνσεως και της τεχνικής ψύξεως, είναι η διατήρηση ενός συστήματος με διαπερατά από τη θερμότητα τοιχώματα, σε σταθερή θερμοκρασία, που είναι διαφορετική από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T_u$ .



Σχήμα 9.2 Η ροή θερμότητας θέρμανσης  $\dot{Q}$ , που αποτελείται από τη ροή εξέργειας  $\dot{E}_Q$  και τη ροή ανέργειας  $\dot{B}_Q$ , προσδίδεται στο σύστημα για την αντιστάθμιση των απωλειών θερμότητας.

Κατά τη μη αντιστρεπτή μεταφορά θερμότητας, η εξέργεια μετατρέπεται στο τοίχωμα σε ανέργεια. Το ρεύμα απώλειας σε εξέργεια που εμφανίζεται στην περίπτωση αυτή:

$$\dot{E}_v = T_u \frac{T - T_u}{T \cdot T_u} \dot{Q} = \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) \dot{Q}$$

πρέπει να αναπληρώνεται από τη ροή εξέργειας θερμικής ισχύος  $\dot{Q}$ :

$$\dot{E}_Q = \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) \dot{Q}$$

που πρέπει να προσδίδεται. Κατά τη θέρμανση επομένως, είναι απαραίτητο να προσδοθεί εξέργεια. Το ίδιο απαραίτητη είναι και η ροή ανέργειας προς το περιβάλλον:

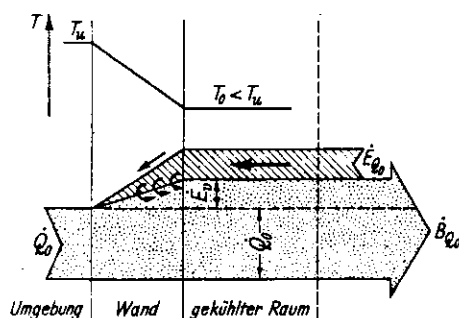
$$\dot{B}_Q = \frac{T_u}{T} \dot{Q}$$

Επομένως η θερμική ισχύς  $\dot{Q}$  που πρέπει να προσδοθεί στο χώρο που θερμαίνεται, πρέπει να αποτελείται από εξέργεια και ανέργεια:

*Η αναλογία της ανάμιξης τους καθορίζεται μονοσήμαντα από τη σχέση μεταξύ της θερμοκρασίας περιβάλλοντος και της θερμοκρασίας του χώρου.*

Κατά την ψύξη, η θερμοκρασία  $T_o$  του χώρου που ψύχεται, είναι μικρότερη από τη

θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T_u$ . Εξαιτίας της πώσης της θερμοκρασίας,  $T_u - T_0$ , μέσα από το μη αδιαβατικό τοίχωμα εισέρχεται στο χώρο ψύξης η ροή θερμότητας  $Q_0$ . Για να διατηρείται σταθερή η θερμοκρασία  $T_0$ , πρέπει να απομακρύνεται συνεχώς αυτή η θερμότητα (Σχ. 9.3).

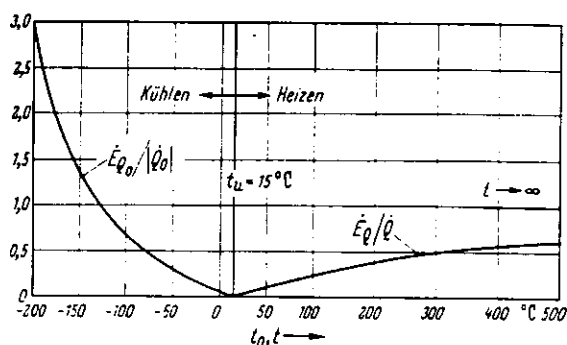


Σχήμα 9.3 Η ψυκτική ισχύς  $Q_0$ , που αποτελείται από τη ροή ανέργειας  $B_{Q_0}$  που πρέπει να αποδοθεί και τη ροή εξέργειας  $E_{Q_0}$  που πρέπει να προσδοθεί, θα πρέπει να αφαιρεθεί από τον ψυκτικό θάλαμο. Κατά τη μεταφορά θερμότητας, εμφανίζεται στο τοίχωμα η ροή απώλειας εξέργειας  $E_u$ .

Η θερμότητα αυτή  $Q$  που πρέπει να αποδίδεται, χαρακτηρίζεται σαν ψυκτική ισχύς, σε αναλογία προς τη θερμική ισχύ  $Q$  που πρέπει να προσδίδεται. Η θερμότητα που εισέρχεται από το περιβάλλον στο χώρο ψύξης, αποτελείται για  $T = T_u$  μόνο από ανεργεια:

$$\hat{E}_v = T_u \frac{T_u - T_0}{T_u \cdot T_0} |Q_0| = \left( \frac{T_u}{T_0} - 1 \right) |Q_0|$$

που εμφανίζεται στο τοίχωμα σαν συνέπεια της μη αντιστρεπτής μεταφοράς θερμότητας.



Σχήμα 9.4 Η ροή εξέργειας που πρέπει να προσδοθεί κατά τη θέρμανση και την ψύξη σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία  $t$  του χώρου που θερμαίνεται, ή τη θερμοκρασία  $t_0$  του χώρου ψύξης. Ισχύει για  $t_u = 15^\circ\text{C}$ .

Επομένως, στο θάλαμο ψύξης εισέρχεται η ροή ανέργειας:

$$|\dot{Q}_0| + \dot{E}_v = \frac{T_u}{T_0} |\dot{Q}_0|$$

που πρέπει να απομακρύνεται συνεχώς. Εξάλλου για την εξισορρόπηση της ροής εξέργειας που χάνεται, θα πρέπει να προσδίδεται αντίστοιχη ροή εξέργειας.

Επομένως, η ψυκτική ισχύς  $\dot{Q}_0$  που πρέπει να αποδοθεί κατά την ψύξη, αποτελείται από τη ροή εξέργειας που πρέπει να προσδοθεί,

$$\dot{E}_{Q_0} = \left( \frac{T_u}{T_0} - 1 \right) |\dot{Q}_0| = \left( 1 - \frac{T_u}{T_0} \right) \dot{Q}_0$$

και από τη ροή ανέργειας που πρέπει να αποδοθεί

$$\dot{B}_{Q_0} = \frac{T_u}{T_0} \dot{Q}_0.$$

*Επομένως τόσο για τη θέρμανση όσο και για την ψύξη, χρειάζεται εξέργεια.*

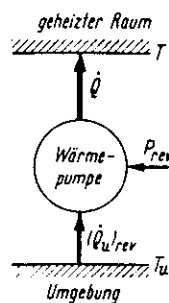
Η ανάγκη αυτή σε εξέργεια εξαρτάται από τη θερμοκρασία του συστήματος που θερμαίνεται ή ψύχεται, και είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο η θερμοκρασία αυτή διαφέρει από αυτήν του περιβάλλοντος (Σχ. 9.4)

Για τη θέρμανση όμως είναι απαραίτητη και μιά ορισμένη ροή ανέργειας.

### Αντιστρεπτή και μη-αντιστρεπτή θέρμανση: Αντλία θερμότητας

Για τη δημιουργία του "μίγματος" από εξέργεια και ανέργεια που είναι απαραίτητο για τη θέρμανση, υπάρχουν δύο βασικά διαφορετικές δυνατότητες: η ροή θερμότητας θέρμανσης μπορεί να δημιουργηθεί με ανάμιξη των προκαθορισμένων ποσοστών, αν στην ανέργεια που λαμβάνεται από το περιβάλλον, "χωρίς δαπάνη", προστεθεί η αντίστοιχη εξέργεια με τη μορφή μηχανικής ή ηλεκτρικής ενέργειας. Σύμφωνα με την άλλη δυνατότητα, υπάρχει αρχικά ροή ενέργειας που περιέχει μεγαλύτερη εξέργεια από όση είναι απαραίτητη για τη θέρμανση: η επιπλέον αυτή εξέργεια μετατρέπεται με μη-αντιστρεπτή διεργασία σε ανέργεια, και έτσι η ανέργεια θέρμανσης που είναι απαραίτητη "δημιουργείται" από εξέργεια.

Η πρώτη δυνατότητα αντιστρεπτής θέρμανσης, πραγματοποιείται με την *αντλία θερμότητας*, η ιδέα της οποίας ανάγεται ήδη στον Λόρδο Kelvin. Στην αντλία θερμότητας που εργάζεται αντιστρεπτά, το εργαζόμενο μέσο ακολουθεί κυκλική διεργασία *αριστερόστροφη*, κατά τη διάρκεια της οποίας προσδίδεται σ'αυτό η ωφέλιμη ισχύς  $P_{rev}$ , Σχ. 9.5



Σχήμα 9.5 Σχηματική παράσταση αντιστρεπτής αντλίας θερμότητας.

Η αντλία θερμότητας παραλαμβάνει από το περιβάλλον τη ροή θερμότητας  $(\dot{Q}_u)_{rev}$  και αποδίδει στον θερμαινόμενο χώρο τη θερμότητα:

$$\dot{Q} = (\dot{Q}_u)_{rev} + P_{rev}$$

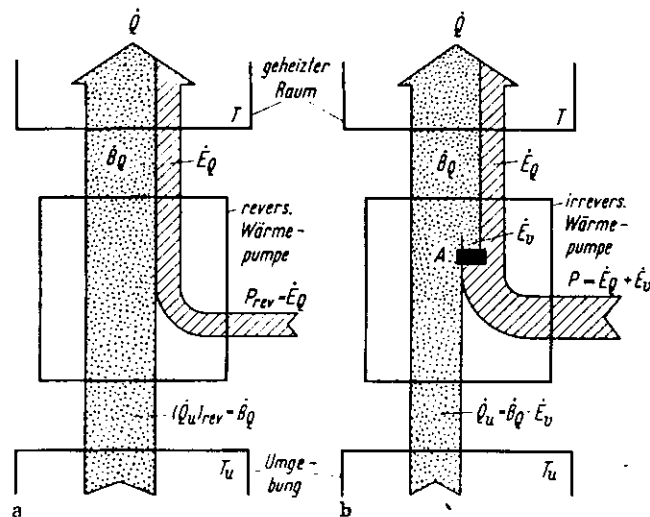
Η θερμότητα που λαμβάνεται από το περιβάλλον αποτελείται μόνο από ανέργεια:

$$(\dot{Q}_u)_{\text{rev}} = \dot{B}_Q = \frac{T_u}{T} \dot{Q}.$$

Μαζί με την ισχύ κινήσεως που προσδίδεται, προσάγεται και η ροή εξέργειας που είναι απαραίτητη για τη θέρμανση:

$$P_{\text{rev}} = \dot{E}_Q = \left(1 - \frac{T_u}{T}\right) \dot{Q}.$$

Η θερμότητα  $\dot{Q}$  που προσδίδεται από την αντλία θερμότητας, είναι ακριβώς το προκαθορισμένο μίγμα  $\dot{E}_Q$  και  $\dot{B}_Q$ , Σχ. 9.6α.



Σχήμα 9.6 Παραστάσεις της ροής εξέργειας-ανέργειας για αντλίες θερμότητας  
(a) αντιστρεπτά  
(b) μη-αντιστρεπτά

Η αντλία θερμότητας, αντίθετα από τη θερμική μηχανή, ενώνει την εξέργεια που προσδίδεται με τη μορφή έργου, με την ανέργεια που παραλαμβάνει από το περιβάλλον, και προσδίδει το σύνολο στο θερμαινόμενο χώρο ( $T > T_u$ ).

Η αντιστρεπτή αντλία θερμότητας, είναι η πιο ευνοϊκή λύση του προβλήματος της θέρμανσης από θερμοδυναμική άποψη.

Στην πραγματικότητα, οι αντλίες θερμότητας εργάζονται μη-αντιστρεπτά, Σχ.9.6β. Εδώ πρέπει να προσδοθεί μεγαλύτερη μηχανική ή ηλεκτρική ισχύς κίνησης  $P > \dot{E}_Q$ , για να καλυφθεί και το ρεύμα απώλειας σε εξέργεια  $\dot{E}_v$  της αντλίας θερμότητας:

$$P - P_{\text{rev}} = P - \dot{E}_Q = \dot{E}_v$$

Η επιπλέον ισχύς μετατρέπεται σε ανέργεια, οπότε η ροή ανέργειας που λαμβάνεται από το περιβάλλον, γίνεται:

$$\dot{Q}_u = (\dot{Q}_u)_{\text{rev}} + \dot{E}_v = \dot{B}_Q + \dot{E}_v$$

Επομένως, ένα μέρος της ανέργειας που είναι απαραίτητη στο θερμαινόμενο χώρο, παράγεται αντιστρεπτά από εξέργεια:

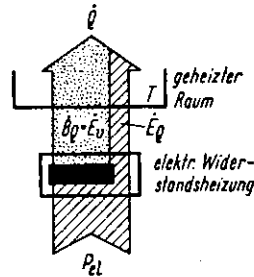
$$\dot{B}_Q = \dot{Q}_u + \dot{E}_v = \dot{Q}_u + P - P_{\text{rev}}.$$

Ο εξεργειακός βαθμός απόδοσης της μή-αντιστρεπτής αντλίας θερμότητας, είναι:

$$\zeta = \frac{\dot{E}_Q}{P} = \frac{\dot{E}_Q}{P_{rev} + \dot{E}_v} = \frac{\dot{E}_Q}{\dot{E}_Q + \dot{E}_v}$$

και είναι οπωσδήποτε μικρότερος της μονάδας, ενώ στην πράξη δεν ξεπερνά το 0.45-0.5

Η θέρμανση με ηλεκτρική αντίσταση, είναι ένα τυπικό παράδειγμα για τη δεύτερη περίπτωση (μή-αντιστρεπτή θέρμανση). Εδώ προσφέρεται καθαρή εξέργεια, από την οποία με μή αντιστρεπτές διεργασίες παράγεται ολόκληρη η ανέργεια θέρμανσης (Σχ.9.7).



Σχήμα 9.7 Παράσταση ροής εξέργειας - ανέργειας για τη θέρμανση με ηλεκτρική αντίσταση.

Ο εξεργειακός βαθμός αποδόσεως αυτής της διεργασίας, που είναι και η πλέον δυσμενής από θερμοδυναμικής απόψεως, είναι:

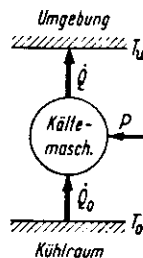
$$\zeta = \frac{\dot{E}_Q}{P_{el}} = \frac{\dot{E}_Q}{\dot{Q}} = 1 - \frac{T_u}{T}$$

Πάντως η θέρμανση με ηλεκτρική αντίσταση έχει το πλεονέκτημα του πολύ χαμηλού κόστους εγκαταστάσεως. Δεν απαιτείται δηλαδή καμιά ιδιαίτερη τεχνική δαπάνη, αφού οι μή αντιστρεπτές διεργασίες εξελίσσονται από μόνες τους.

Αλλά και ο εξεργειακός βαθμός απόδοσης της απ'ευθείας θέρμανσης με εστία καύσης, δεν είναι μεγαλύτερος από το βαθμό απόδοσης της θέρμανσης με ηλεκτρική αντίσταση. Η χημική ενέργεια δηλ. που απελευθερώνεται με τη μορφή θερμότητας κατά τη διεργασία καύσης, αποτελείται σχεδόν εντελώς από εξέργεια, βλ. ενότητα 8. Εξαιτίας της απλότητάς τους, οι δύο παραπάνω μέθοδοι δεν έχουν εκτοπιστεί ακόμη από την πολύπλοκη, και επομένως δαπανηρή, αντλία θερμότητας.

## Η ψυκτική μηχανή

Ανάλογη είναι και η εφαρμογή της αντλίας θερμότητας στην τεχνολογία της ψύξης. Στην περίπτωση αυτή, η αντλία εργάζεται μεταξύ της θερμοκρασίας  $T_0$  του ψυκτικού θαλάμου, και της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος (ψυκτική μηχανή ή εγκατάσταση ψύξης - Σχ.9.8).

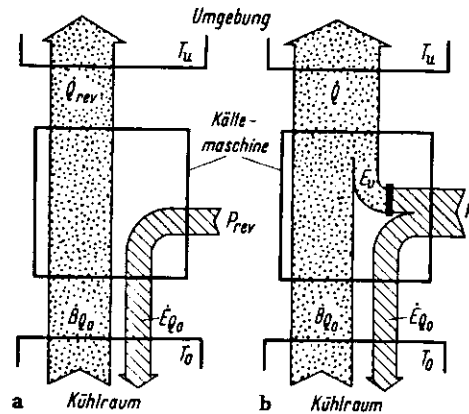


Σχήμα 9.8 Σχηματική παράσταση εγκατάστασης ψύξης.

Το εργαζόμενο μέσο της ψυκτικής μηχανής, εκτελεί μία αριστερόστροφη κυκλική διεργασία, κατά την οποία παραλαμβάνει από το χώρο ψύξης την ισχύ ψύξης  $\dot{Q}_0$ , ενώ στην ψυκτική μηχανή προσδίδεται η ισχύς κίνησης  $P$ , και στο περιβάλλον αποδίδεται η θερμότητα  $\dot{Q} < 0$ , για την οποία ισχύει σύμφωνα με το 1ο Θ.Α.:

$$|\dot{Q}| = \dot{Q}_0 + P$$

Στο Σχ. 9.9 παριστάνεται σχηματικά η ροή εξέργειας και ανέργειας σε μία αντιστρεπτή και μία μη-αντιστρεπτή εγκατάσταση ψύξης.



Σχήμα 9.9 Σχηματική παράσταση της ροής εξέργειας και ανέργειας σε μία εγκατάσταση ψύξης:

- (a) μηχανή ψύξης που εργάζεται αντιστρεπτά  
(b) μηχανή ψύξης που εργάζεται μη-αντιστρεπτά

Στην ψυκτική μηχανή που εργάζεται αντιστρεπτά, προσδίδεται η ισχύς κίνησης:

$$P_{rev} = \dot{E}_{Q_0} = \left( \frac{T_u}{T_0} - 1 \right) \dot{Q}_0$$

που καλύπτει ακριβώς τις απαιτήσεις σε εξέργεια του χώρου ψύξης. Πάντως, στη μη-αντιστρεπτή μηχανή θα πρέπει να προσδοθεί μεγαλύτερη ισχύς κίνησης:

$$P = \dot{E}_{Q_0} + \dot{E}_v = P_{rev} + \dot{E}_v$$

για την κάλυψη και της απώλειας ισχύος  $\dot{E}_v$  εξαιτίας των μη-αντιστρεπτοτήτων. Η επιπλέον ισχύς μετατρέπεται σε ανέργεια, που πηγαινει στο περιβάλλον:

$$|\dot{Q}| = \dot{B}_{Q_0} + \dot{E}_v = |\dot{Q}_{rev}| + \dot{E}_v.$$

Ετσι, οι μη αντιστρεπτότητες, αφενός αυξάνουν την απαίτηση σε ισχύ, αφετέρου αυξάνουν τη ροή ανέργειας προς το περιβάλλον (αύξηση κόστους εγκατάστασης).

Η ποιότητα μίας εγκατάστασης ψύξης από θερμοδυναμικής πλευράς, εκτιμάται από τον εξεργειακό βαθμό απόδοσης:

$$\zeta \equiv \frac{\dot{E}_{Q_0}}{P} = \frac{\dot{E}_{Q_0}}{\dot{E}_{Q_0} + \dot{E}_v} \leq 1.$$

Για την αξιολόγηση μίας εγκατάστασης ψύξης, χρησιμοποιείται συχνά στην τεχνική της ψύξης, ο αριθμός ισχύος:

$$\varepsilon \equiv \dot{Q}_0 / P$$



που έχει οριστεί με βάση μόνο το 1ο Θ.Α., και γι'αυτό μπορεί να γίνει και  $> 1$ . Ο αριθμός αυτός δεν είναι χρήσιμος για την αξιολόγηση των θερμοδυναμικών απωλειών μίας εγκατάστασης. Συνδέεται με τον εξεργειακό βαθμό απόδοσης με τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{P} = \frac{Q_0}{E_{Q_0}} \cdot \frac{E_{Q_0}}{P} = \frac{T_0}{T_u - T_0} \cdot \zeta.$$

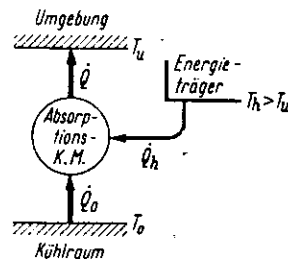
Για δεδομένες θερμοκρασίες  $T_0$  και  $T_u$  μπορεί να πάρει τη μέγιστη τιμή:

$$\varepsilon_{\text{rev}} = \frac{T_0}{T_u - T_0}$$

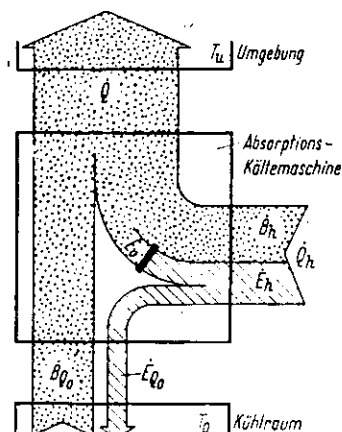
(αντιστρεπτή εγκατάσταση ψύξης με  $\zeta = 1$ ).  $\varepsilon/\varepsilon_{\text{rev}} = \zeta$

Μέχρι τώρα θεωρήθηκε ότι η εξέργεια που είναι απαραίτητη για τη μηχανή ψύξης, προσδίδεται με τη μορφή μηχανικής ισχύος ή ηλεκτρικής ισχύος κίνησης (μηχανές ψύξης με συμπίεση).

Αλλά και κατά την ηλεκτροθερμική παραγωγή ψύξης που στηρίζεται στο φαινόμενο Peltier (1834), προσδίδεται καθαρή εξέργεια με τη μορφή ηλ. ενέργειας. Εδώ, ένα από τα δύο υλικά από τα οποία αποτελείται ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, διαρρέεται από ηλ. ρεύμα. Επομένως οι δύο θέσεις συγκολλήσεως παίρνουν διαφορετικές θερμοκρασίες, και είναι δυνατή η παραλαβή θερμότητας στην ψυχρή επαφή, και μεταφορά της στη θερμή επαφή.



Σχήμα 9.10 Σχηματική παράσταση ψυκτικής μηχανής απορρόφησης



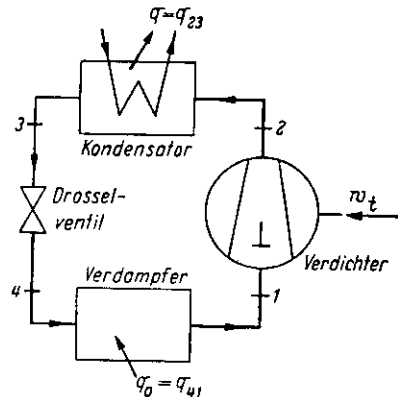
Σχήμα 9.11 Σχηματική παράσταση ροής εξέργειας και ανέργειας σε εγκατάσταση ψύξης με απορρόφηση.

Σε μία μηχανή ψύξης, αντί να προσφέρεται καθαρή εξέργεια με τη μορφή μηχανικής ή ηλεκτρικής ισχύος κίνησης, μπορεί να προσδοθεί εξέργεια αναμεμειγμένη με ανέργεια με τη μορφή θερμότητας. Εδώ υπάρχουν δύο διαφορετικές παραλλαγές για κίνηση των μηχανών ψύξης με προσαγωγή θερμορροής θέρμανσης:

Πρόκειται για τη μηχανή ψύξης με τζιφάρι, και τη μηχανή ψύξης με απορρόφησης (βλ. Σχ.9.10, 9.11).

### Η μηχανή συμπίεσης ψυχρού ατμού

Σαν παράδειγμα ψυκτικής μηχανής, θα εξετάσουμε τη μηχανή ψύξης με συμπίεση (Σχ.9.12). Ο συμπίεστος απορροφά κεκορεσμένο ατμό με την πίεση του εξατμιστήρα  $p_0$ , και τον συμπιέζει αδιαβατικά ως την πίεση του συμπυκνωτή  $p$ . Ο υπέρθερμος ατμός της κατάστασης 2, ψύχεται ισοβαρώς στο συμπυκνωτή και συμπυκνώνεται πλήρως. Το υγρό που βράζει (κατάσταση 3), στραγγαλίζεται στην πίεση του εξατμιστήρα  $p_0$ . Ο υγρός ατμός που προκύπτει κατά το στραγγαλισμό, εξατμίζεται στον εξατμιστήρα με παραλαβή ψυκτικής ισχύος από τον ψυκτικό θάλαμο.



Σχήμα 9.12 Κύκλωμα ψυκτικής μηχανής ψυχρού ατμού.

Επειδή για τη μεταφορά θερμότητας είναι πάντοτε απαραίτητη μία πεπερασμένη διαφορά θερμοκρασίας, θα πρέπει η θερμοκρασία συμπύκνωσης  $T$  που αντιστοιχεί στην πίεση του συμπυκνωτή  $p$ , να είναι μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T_u$ .

Η θερμοκρασία εξατμισμού που αντιστοιχεί στην πίεση του εξατμιστή  $p_0$ , χαρακτηρίζεται με το σύμβολο  $T_0^*$ . Αυτή θα πρέπει να είναι μικρότερη από τη θερμοκρασία  $T_0$  του χώρου ψύξης. Αν με το  $\dot{m}$  συμβολίσουμε τη ροή μάζας του ψυκτικού μέσου που ανακυκλώνεται, τότε για την ισχύ ψύξης ισχύει:

$$\dot{Q}_0 = \dot{m}q_0 = \dot{m}(h_1 - h_4) = \dot{m}(h_0'' - h')$$

επειδή  $h_4 = h_3 = h'$  (στραγγαλισμός!). Για την ισχύ κίνησης του συμπιεστή, προκύπτει:

$$P = \dot{m}w_t = \dot{m}(h_2 - h_1) = \frac{\dot{m}}{\eta_{sv}} (h_{2'} - h_0')$$

όπου  $\eta_{sv}$  ο ισεντροπικός βαθμός απόδοσης. Οι ενθαλπίες που εμφανίζονται στις εξισώσεις αυτές, λαμβάνονται από τον πίνακα ατμού ή από το διάγραμμα  $p, h$  του ψυκτικού μέσου. Στο διάγραμμα  $p, h$ , παριστάνεται η κυκλική διεργασία με ιδιαίτερη ευκρίνεια.

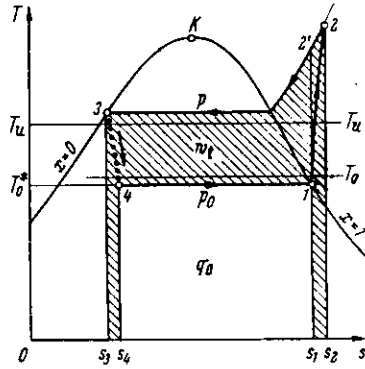
Για τη ροή θερμότητας που πρέπει να αποδοθεί στο ψυχρό νερό (περιβάλλον), λαμβάνεται:

$$|\dot{Q}| = \dot{m} |q| = \dot{m}(h_2 - h_3) = \dot{m}(h_2 - h').$$

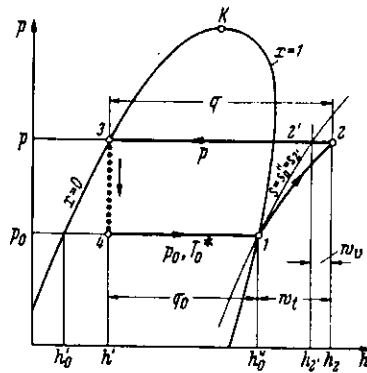
Εξάλλου, για το ισοζύγιο ισχύει:

$$w_i = |q| - q_0.$$

Επειδή η θερμότητα  $q$  που πρέπει να αποδοθεί παριστάνεται στο διάγραμμα T-s, Σχ. 9.13, από την επιφάνεια κάτω από την ισοβαρή της πίεσης του συμπυκνωτή, το τεχνικό έργο  $w_t$  παριστάνεται από τη διαγραμμισμένη επιφάνεια του Σχ. 9.13.



Σχήμα 9.13 Κυκλική διεργασία του ψυκτικού μέσου μιάς μηχανής ψύξης ψυχρού ατμού σε διάγραμμα T-s.



Σχήμα 9.14 Κυκλική διεργασία του ψυκτικού μέσου μιάς μηχανής ψύξης ψυχρού ατμού σε διάγραμμα p,h.

Επειδή η κυκλική διεργασία εσωτερικά (στραγγαλισμός και μη ισεντροπική συμπίεση) και εξωτερικά (μεταφορά θερμότητας) είναι μη-αντιστρεπτή, εμφανίζονται απώλειες σε εξέργεια και ο εξεργειακός βαθμός αποδόσεως της ψυκτικής μηχανής ψυχρού ατμού είναι σημαντικά μικρότερος της μονάδας: ισχύει

$$\zeta = \frac{\dot{E}Q_0}{P} = \frac{e_{q_0}}{w_t} = \frac{e_{q_0} q_0}{q_0 w_t} = \frac{T_u - T_0}{T_0} \cdot \varepsilon$$

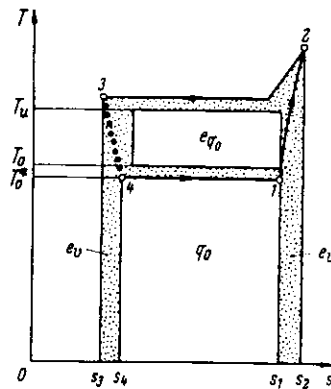
όπου ο αριθμός ισχύος είναι:

$$\varepsilon = \frac{q_0}{w_t} = \eta_{sv} \frac{h'_0 - h'}{h_{2'} - h'_0} = \eta_{sv} f(p, p_0).$$

Ο αριθμός ισχύος εξαρτάται εκτός από τον  $\eta_{sv}$ , μόνο από τις δύο πιέσεις  $p$  και  $p_0$ .  
 Η συνολική απώλεια εξέργειας  $e_u$  της εγκατάστασης ψύξης, είναι:

$$e_v = w_t - e_{q_0} = w_t - \frac{T_u - T_0}{T_0} q_0$$

Αυτή, στο διάγραμμα T-s του Σχ. 9.15, δίνεται από τη σκιασμένη επιφάνεια. Η απώλεια εξέργειας  $e_u$  αποτελείται από τις απώλειες στα τέσσερα τμήματα της εγκατάστασης.



Σχήμα 9.15 Παραγόμενο ψύχος  $q_0$ , εξέργεια του ψύχους  $e_{q_0}$  και συνολική απώλεια εξέργειας  $e_u$  μίας μηχανής ψύξης ψυχρού ατμού.

Οι απώλειες αυτές θα υπολογιστούν μεμονωμένα και να παρασταθούν στο διάγραμμα T-s σαν επιφάνεια. Με τη μορφή αυτή είναι δυνατόν να συγκριθούν μεταξύ τους, και να προκύψουν στοιχεία για την ελαχιστοποίησή τους.

Κατά τη μή-αντιστρεπτή αδιαβατική συμπίεση, η εντροπία του ψυκτικού μέσου αυξάνεται από  $s_1$  σε  $s_2$ . Επομένως η απώλεια εξέργειας του συμπιεστή είναι:

$$e_{v12} = T_u (s_2 - s_1)$$

βλ. Σχ. 9.16.

Στο συμπυκνωτή εμφανίζεται μιá ακόμη απώλεια εξέργειας κατά τη μεταφορά θερμότητας στο ψυχρό νερό, που θερμαίνεται τόσο λίγο ώστε η εξέργειά του δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Η ελάττωση επομένως της εξέργειας  $e_2 - e_3$  του ψυκτικού μέσου, θα θεωρηθεί αποκλειστικά σαν απώλεια εξέργειας:

$$e_{v23} = e_2 - e_3 = h_2 - h_3 - T_u (s_2 - s_3) = |q| - T_u (s_2 - s_3).$$

Η απώλεια αυτή εξέργειας παριστάνεται στο διάγραμμα T-s, Σχ. 9.16, από την επιφάνεια μεταξύ της ισοβαρούς της πίεσεως του συμπυκνωτή  $p$  και της ισόθερμης  $T = T_u$ , στο τμήμα που περιλαμβάνεται μεταξύ των τετμημένων  $s_2$  και  $s_3$ .

Κατά τον αδιαβατικό στραγγαλισμό, η εντροπία αυξάνεται από  $s_3$  σε  $s_4$ . Επομένως, για την απώλεια εξέργειας κατά το στραγγαλισμό, ισχύει:

$$e_{v34} = T_u (s_4 - s_3).$$

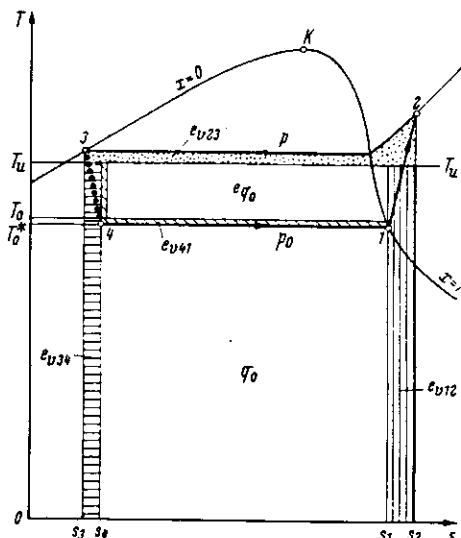
Αλλά και στον εξατμιστήρα η εξέργεια μετετρέπεται σε ανέργεια σαν συνέπεια της μή-αντιστρεπτής μεταφοράς θερμότητας  $q_0$  από τη θερμοκρασία του χώρου ψύξης  $T_0$  στη θερμοκρασία εξατμίσεως  $T_0$ . Για την περίπτωση αυτή ισχύει:

$$e_{v41} = e_4 - e_1 - e_{q_0},$$

επειδή η ελάττωση της εξέργειας του ψυκτικού μέσου που εξατμίζεται είναι μεγαλύτερη από την εξέργεια  $e_{q_0}$ , που παραλαμβάνεται από το χώρο ψύξης. Επειδή

$$e_4 - e_1 = h_4 - h_1 - T_u(s_4 - s_1) = T_u(s_1 - s_4) - q_0$$

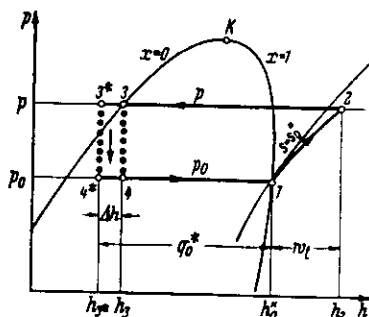
η  $e_{u41}$  παριστάνεται από την επιφάνεια που είναι διαγραμματισμένη στο Σχ. 9.16.



Σχήμα 9.16 Κυκλική διεργασία του ψυκτικού μέσου και απώλεια σε εξέργεια των τεσσάρων επί μέρους διεργασιών.

### Βελτιώσεις της διεργασίας. Πολυβάθμιες εγκαταστάσεις συμπίεσης

Οι απώλειες εξέργειας της εγκατάστασης ψύξης ψυχρού ατμού που εξετάστηκαν στο τελευταίο κεφάλαιο, μπορούν να ελαττωθούν με τη χρήση συμπιεστή με υψηλότερο ισεντροπικό βαθμό απόδοσης, και με συσκευές μεταφοράς θερμότητας με μεγαλύτερες επιφάνειες. Πάντως αυτό δεν επιδρά στην απώλεια εξέργειας κατά το στραγγαλισμό: Στο σημείο αυτό μπορεί να προκύψει βελτίωση μόνο με μεταβολή της διεργασίας.



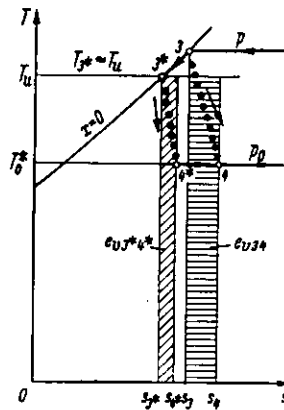
Σχήμα 9.17 Κυκλική διεργασία με υπόψυξη του ψυκτικού μέσου που συμπυκνώνεται.

Αν υπάρχει ψυχρό νερό σε αρκετή ποσότητα, τότε το ψυκτικό μέσο που έχει υγροποιηθεί στο συμπυκνωτή, μπορεί να ψυχθεί περισσότερο. Εγκαταλείπει το συμπυκνωτή με θερμοκρασία  $t_3$ , που είναι χαμηλότερη από τη θερμοκρασία συμπύκνωσης  $t_3 = t(p)$ . Στην ακραία περίπτωση, η  $t_3$  θα μπορούσε να φτάσει τη θερμοκρασία περιβάλλοντος. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα  $p-h$  του Σχ. 9.17, το ψύχος  $q_0$  που παράγεται, με την υπόψυξη αυξάνεται κατά  $\Delta h = h_3 - h_3^*$ , χωρίς να είναι απαραίτητο περισσότερο έργο από τον συμπιεστή.

Η βελτίωση αυτή πραγματοποιείται με την ελάττωση της απώλειας εξέρργειας

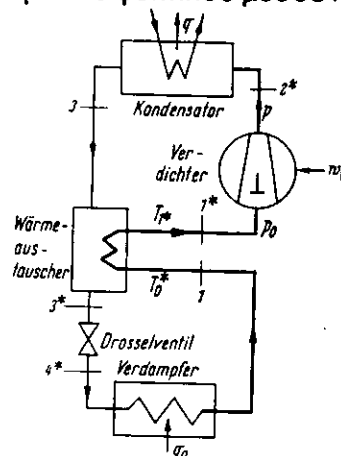
$$e_{v34} = T_u (s_4 - s_3)$$

Αν δηλ. ο στραγγαλισμός αρχίζει επάνω στην ισοβαρή της πίεσης του συμπυκνωτή  $p$  που στο διάγραμμα  $T-s$  του Σχ. 9.18 συμπίπτει πρακτικά με τη γραμμή βρασμού, σε χαμηλότερη θερμοκρασία, τότε η αύξηση της εντροπίας κατά το στραγγαλισμό είναι τόσο μικρότερη, όσο χαμηλότερη είναι η  $t_{3^*}$ .



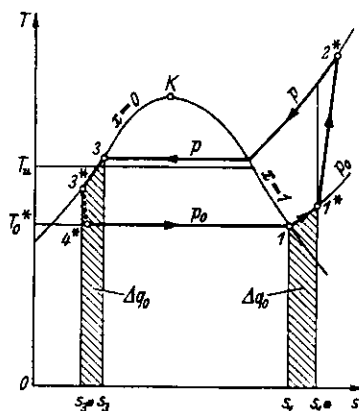
Σχήμα 9.18 Ελάττωση της απώλειας εξέρργειας κατά το στραγγαλισμό με υπόψυξη του ψυκτικού μέσου που συμπυκνώνεται.

Σημαντική ελάττωση της απώλειας εξέρργειας κατά το στραγγαλισμό, μπορεί να επιτευχθεί με την κατασκευή ενός πρόσθετου εναλλάκτη θερμότητας, στον οποίο το ψυκτικό μέσο που συμπυκνώνεται, ψύχεται από τον ατμό του ψυκτικού μέσου που έρχεται από τον εξατμιστήρα.



Σχήμα 9.19 Διάγραμμα κυκλώματος μίας μηχανής ψύξης ψυχρού ατμού με αναγεννητική εναλλαγή θερμότητας μεταξύ του ψυκτικού μέσου που έχει συμπυκνωθεί και του ατμού του ψυκτικού μέσου.

Το Σχ.9.19 δίνει το διάγραμμα κυκλώματος μιάς τέτοιας εγκατάστασης ψύξης, και το Σχ. 9.20 δίνει τη διεργασία σε διάγραμμα T-s.



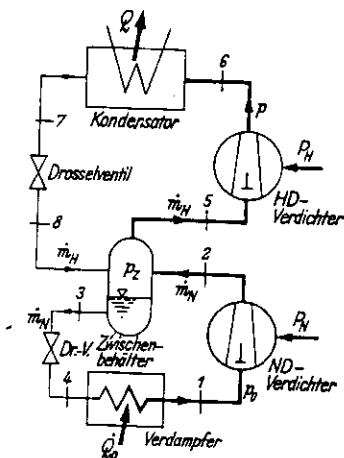
Σχήμα 9.20 Μεταβολές κατάστασης του ψυκτικού μέσου κατά την κυκλική διεργασία με εσωτερική εναλλαγή θερμότητας.

Μ'αυτή την εσωτερική ή αναγεννητική εναλλαγή θερμότητας μεταξύ υγρού και υπέρθερμου ατμού του ψυκτικού μέσου, μπορεί τώρα το υγρό ψυκτικό μέσο να ψυχθεί σημαντικά, ακόμη και κάτω από τη θερμοκρασία περιβάλλοντος. Ετσι αυξάνεται το ψύχος  $q_0$  που παράγεται, κατά το ποσό

$$\Delta q_0 = h_4 - h_{4^*} = h_3 - h_{3^*} = h_{1^*} - h_0',$$

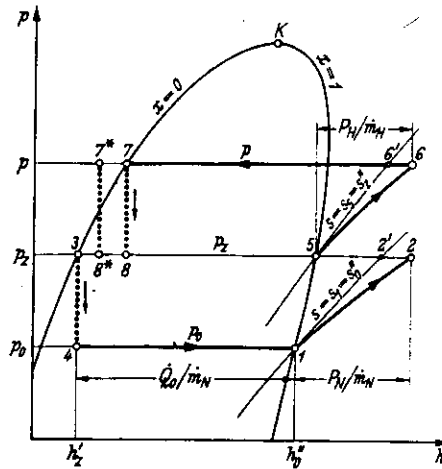
δηλαδή ακριβώς κατά την ενέργεια που μεταφέρεται με τη μορφή θερμότητας κατά την εναλλαγή θερμότητας. Επειδή όμως τώρα ο συμπιεστής αναρροφά και τον ατμό της κατάστασης 1', το έργο του συμπιεστή αυξάνεται, επειδή ο όγκος  $v_1'$  του ατμού που πρέπει να προωθηθεί είναι μεγαλύτερος από τον όγκο  $v_1 = v_0$  κατά την αναρρόφηση από τον κεκορεσμένο ατμό.

Παραπέρα δυνατότητες βελτίωσης της διεργασίας, παρουσιάζονται με την διβάθμια μηχανή ψυχρού ατμού (Σχ.9.21).



Σχήμα 9.21 Διάγραμμα κυκλώματος διβάθμιας ψυκτικής μηχανής με ψυχρό ατμό και ενδιάμεσο δοχείο.

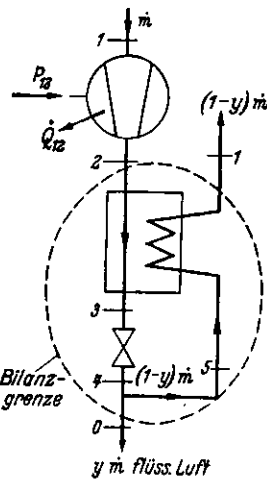
Οι μεταβολές κατάστασης του ψυκτικού μέσου σε μία τέτοια μηχανή, φαίνονται στο Σχ. 9.22



Σχήμα 9.22 Μεταβολές κατάστασης του ψυκτικού μέσου μίας διβάθμιας ψυκτικής μηχανής με ψυχρό ατμό, σε διάγραμμα p-h. Κατά την υπόψυξη του ψυκτικού μέσου, ο στραγγαλισμός στο κύκλωμα υψηλής πίεσης αρχίζει από την κατάσταση 7\* (αντί για την 7) και τελειώνει στην 8\* (αντί στην 8).

**Η μέθοδος Linde για την υγροποίηση του αέρα**

Η ιδιότητα των πραγματικών αερίων να ψύχονται κατά το στραγγαλισμό (φαινόμενο Joule-Thomson) χρησιμοποιήθηκε αρχικά από τον Linde στη μέθοδο του για την υγροποίηση του αέρα. Το διάγραμμα κυκλώματος μίας τέτοιας εγκατάστασης φαίνεται στο Σχ.9.23: εδώ πρόκειται για ανοικτό σύστημα που αναρροφά αέρα από το περιβάλλον, ένα τμήμα του λαμβάνεται σαν υγρός αέρας, και το τμήμα που δεν έχει υγροποιηθεί αποδίδεται και πάλι στο περιβάλλον. Οι μεταβολές καταστάσεων του αέρα φαίνονται στο διάγραμμα T-s, Σχ. 9.24



Σχήμα 9.23 Διάγραμμα κυκλώματος της εγκατάστασης για την παραγωγή υγρού αέρα.

Ο συμπιεστής αναρροφά από το περιβάλλον αέρα και τον συμπιέζει σε υψηλή πίεση  $p_2$ . Η συμπίεση αυτή λαμβάνει χώρα σε πολλές βαθμίδες με ενδιάμεση ψύξη, και έτσι η ισόθερμη συμπίεση μπορεί να θεωρηθεί σαν ιδανική περίπτωση της διεργασίας αυτής. Ο αέρας που έχει συμπιεστεί ψύχεται στον εναλλάκτη αντιρροής, και κατόπιν στραγγαλιζεται. Κατά την



ψύξη στον εναλλάκτη αντιρροής, ο αέρας υψηλής πίεσης πρέπει να φτάσει στην τελική θερμοκρασία  $T_3$ , που είναι τόσο χαμηλή, ώστε ο στραγγαλισμός 34 να καταλήγει στην περιοχή υγρού ατμού. Μετά από το στραγγαλισμό, το τμήμα που έχει υγροποιηθεί αφαιρείται από την εγκατάσταση, ενώ ο αέρας που δεν έχει υγροποιηθεί θερμαίνεται στον εναλλάκτη αντιρροής. Ένα ισοζύγιο ενέργειας για τον εναλλάκτη αντιρροής και τον υγροποιητή, δίνει:

$$\dot{m}h_2 = (1 - y)\dot{m}h_1 + y\dot{m}h_0.$$

όπου  $m$  η ροή μάζας αέρα που προωθείται από το συμπιεστή και  $y$  το τμήμα που υγροποιείται. Από την εξίσωση ισοζυγίου λαμβάνεται το τμήμα του αέρα που έχει υγροποιηθεί:

$$y = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_0}.$$

Για την ισόθερμη συμπίεση του αέρα θα πρέπει να δαπανηθεί στην αντιστρεπτή ιδανική περίπτωση, το ειδικό τεχνικό έργο:

$$(w_{112})_{\text{rev}} = h_2 - h_1 - (q_{12})_{\text{rev}} = h_2 - h_1 - T_1(s_2 - s_1)$$

Επειδή η κατάσταση 1 συμπίπτει με την κατάσταση περιβάλλοντος, ισχύει:

$$(w_{112})_{\text{rev}} = h_2 - h_u - T_u(s_2 - s_u) = e_2,$$

επομένως το ειδικό τεχνικό έργο ισούται με την εξέργεια του αέρα που έχει συμπιεστεί. Για την πραγματική συμπίεση τίθεται:

$$w_{112} = \frac{1}{\eta_{1V}} (w_{112})_{\text{rev}} = e_2/\eta_{1V}$$

όπου  $\eta_{1V}$  ο ισόθερμος βαθμός απόδοσης του συμπιεστή. Αν το έργο του συμπιεστή αναφερθεί στη μάζα του αέρα που έχει υγροποιηθεί, λαμβάνεται:

$$w'_i = \frac{w_{112}}{y} = \frac{e_2}{\eta_{1V}} \frac{h_1 - h_0}{h_1 - h_2}.$$

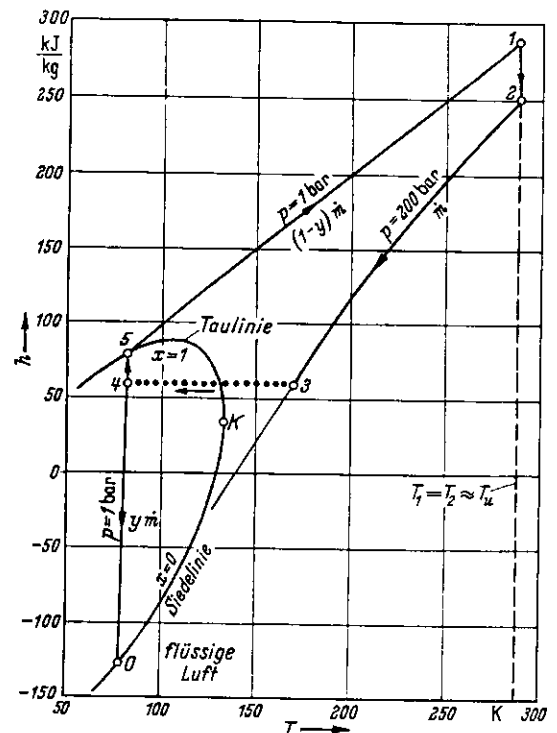
Αν συγκριθεί αυτή η τιμή με την εξέργεια του αέρα:

$$(w'_i)_{\text{min}} = e_0 = h_0 - h_u - T_u(s_0 - s_u).$$

λαμβάνεται η παρακάτω σχέση για τον εξεργειακό βαθμό απόδοσης της μηχανής Linde:

$$\zeta = \frac{(w'_i)_{\text{min}}}{w'_i} = \eta_{1V} \frac{e_0}{e_2} \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_0}.$$

Επειδή στο συμπιεστή, στον εναλλάκτη αντιρροής και κυρίως κατά το στραγγαλισμό εμφανίζονται μεγάλες απώλειες εξέργειας, ο εξεργειακός βαθμός απόδοσης στη απλή αυτή μηχανή, παίρνει τιμές της τάξης του 10%.



Σχήμα 9.24 Διεργασία Linde για την υγροποίηση αέρα.