Κεφάλαιο 5: Στρατηγική χωροταξικής διάταξης

Κ.5.1 Γραμμή Παραγωγής

Μια γραμμή παραγωγής θεωρείται μια διάταξη με επίκεντρο το προϊόν, όπου μια σειρά από σταθμούς εργασίας μπαίνουν σε σειρά με στόχο ο κάθε ένας από αυτούς να κάνει μια ή περισσότερες εργασίες, που αποτελούν στοιχεία για την παραγωγή του τελικού προϊόντος. Μια γραμμή παραγωγής είναι μια διάταξη των μέσων παραγωγής όπου το προϊόν ολοκληρώνεται σταδιακά καθώς κινείται κατά μήκος της (π.χ. κατά μήκος ενός ιμάντα). Τις εργασίες που γίνονται πάνω στο προϊόν, τις ομαδοποιούμε σε σταθμούς εργασίας. Η σειρά εκτέλεσης των εργασιών υπόκειται σε τεχνολογικούς περιορισμούς που τους εκφράζουμε με ένα διάγραμμα διαδοχής. Όλοι οι σταθμοί παραγωγής ξεκινάνε να δουλεύουν ταυτόχρονα και παραδίδουν το ολοκληρωμένο υπό-προϊόν τους στον επόμενο σταθμό μετά από ένα χρονικό κύκλο που καθορίζει ή καθορίζεται από τον επιθυμητό ρυθμό παραγωγής ή/και τους χρόνους κατεργασίας των υπό-προϊόντων και τελικού προϊόντος. Ο χρονικός κύκλος είναι ο χρόνος που χρειάζεται για την παραγωγή ενός προϊόντος όταν μια γραμμή παραγωγής έχει φτάσει στο σημείο ισορροπίας της. Σημείο ισορροπίας είναι όταν σε όλους τους σταθμούς υπάρχει ένα προϊόν ή ένα υπό-προϊόν υπό-κατεργασία. Ο χρονικός κύκλος ορίζεται και ως η περίοδος μιας γραμμής παραγωγής ή αλλιώς ως ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ της παραγωγής δύο διαδοχικών προϊόντων ή υπό-προϊόντων.

Σε μία γραμμή παραγωγής μπορούμε να έχουμε ένα προϊόν ή μια ομάδα προϊόντων. Για να γίνει μια επένδυση σε μία νέα γραμμή παραγωγής συνήθως ισχύουν οι παρακάτω υποθέσεις:

1. Η ποσότητα παραγωγής είναι αρκετά μεγάλη ώστε η χρησιμοποίηση του εξοπλισμού να κυμαίνεται σε υψηλά επίπεδα.
2. Η ζήτηση του προϊόντος είναι αρκετά σταθερή που να δικαιολογεί την μεγάλη επένδυση σε εξειδικευμένο εξοπλισμό.
3. Το προϊόν είναι τυποποιημένο ή πλησιάζει μια φάση της ζωής του που να δικαιολογεί την μεγάλη επένδυση σε εξειδικευμένο εξοπλισμό.
4. Η προμήθεια των πρώτων υλών και των εξαρτημάτων είναι αρκετή και ομοιόμορφης ποιότητας που να εξασφαλίζει την ομαλή λειτουργία του εξειδικευμένου εξοπλισμού.

Παραδείγματα γραμμών παραγωγής είναι οι αυτοκινητοβιομηχανίες, οι χημικές βιομηχανίες, οι βιομηχανίες τροφίμων κ.α. Βασικός στόχος σε μία γραμμή παραγωγής είναι η εξισορρόπησή της δηλαδή η όσο το δυνατόν καλύτερη και ομαλότερη χρήση των επιμέρους σταθμών εργασίας. Ως καλύτερη και ομαλότερη χρήση ορίζεται η όσο τον δυνατόν ισοκατανομή των εργασιών ανάμεσα στους σταθμούς και η όσο το δυνατόν ισομερής χρήση των σταθμών κατά την παραγωγική διαδικασία. Σε μία γραμμή παραγωγής είναι σχεδόν σίγουρο ότι κάποιοι σταθμοί εργασίας θα υπολειτουργούν κατά ένα ποσοστό του συνολικού χρόνου παραγωγής. Αυτός ο χρόνος ονομάζεται νεκρός χρόνος και συμβολίζεται με ***d***. Υπολειτουργία ενός σταθμού εργασίας θεωρείται η κατάσταση κατά την οποία ένας σταθμός έχει τελειώσει την εργασία του νωρίτερα από τον σταθμό που βρίσκεται μετά από αυτόν και έτσι βρίσκεται σε κατάσταση αναμονής χωρίς να εκτελεί κάποια εργασία έως ότου τελειώσει ο σταθμός εργασίας που τον ακολουθεί.

Η καθυστέρηση εξισορρόπησης μιας γραμμής παραγωγής, είναι ο συνολικός νεκρός χρόνος εξαιτίας της ατελούς διαίρεσης του συνολικού περιεχομένου εργασίας ανάμεσα στους σταθμούς. Μια γραμμή παραγωγής λέγεται ότι είναι 100% εξισορροπημένη αν όλοι οι σταθμοί έχουν το ίδιο χρονικό περιεχόμενο εργασίας με αποτέλεσμα το **d**=0.

Κ.5.2 Εξισορρόπηση γραμμής παραγωγής

Το πρόβλημα εξισορρόπησης μιας γραμμής παραγωγής κατανέμει τις εργασίες στους σταθμούς παραγωγής έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η καθυστέρηση εξισορρόπησης ή/και ο νεκρός χρόνος.

Η μαθηματική διαμόρφωση του προβλήματος εξισορρόπησης περιλαμβάνει τις παρακάτω παραμέτρους:

n: ο αριθμός των εργασιών,

t_i: ο χρόνος κατεργασίας της εργασία *i*,

m: ο αριθμός των σταθμών εργασίας (*j*),

c: ο ρυθμός παραγωγής (τεμάχια τον χρόνο),

T: ο χρονικός κύκλος (= 1/*c*),

d: η καθυστέρηση εξισορρόπησης και

την παρακάτω μαθηματική μορφή:

$$Min\ d = mT - \sum_{i=1}^{n} t_i$$

υπό τους περιορισμούς:

- $\max\{t_i\} \leq T$ (1)
- $\sum_{i=1}^{n} t_i X_{ij} \leq T\ \forall j = 1, \ldots, m$ (2)
- $\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = 1\ \forall i = 1, \ldots, n$ (3)
- Τεχνολογικοί περιορισμοί που συνδέονται με τους περιορισμούς αλληλουχίας για την παραγωγή του τελικού προϊόντος (π.χ. δεν μπορούμε να τοποθετήσουμε τον προφυλακτήρα σε ένα όχημα και μετά να βάλουμε τους αισθητήρες για του αερόσακους) (4)

όπου X_{ij} ισούται με 1 αν η εργασία *i* κατανεμηθεί στον σταθμό *j* και 0 αν δεν κατανεμηθεί στον σταθμό *j*.

Ανάλυση περιορισμών:

- Ο περιορισμός (1) ικανοποιεί την συνθήκη ότι ο μέγιστος χρόνος για να γίνει κάθε μια από τις εργασίες πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος από τον χρονικό κύκλο,

- Ο περιορισμός (2) ικανοποιεί την συνθήκη ότι ο συνολικός χρόνος κατεργασίας των εργασιών που θα γίνουν στην μηχανή *j* δεν πρέπει να ξεπερνάει τον χρονικό κύκλο της γραμμής παραγωγής,
- Ο περιορισμός (3) ικανοποιεί την συνθήκη ότι μια εργασία θα ανατεθεί σε ένα σταθμό οπωσδήποτε,
- Τέλος ο περιορισμός (4) αντιστοιχεί στους τεχνολογικούς περιορισμούς της γραμμής παραγωγής οι οποίοι συνήθως αντιστοιχούν στους περιορισμούς αλληλουχίας δηλαδή στην ύπαρξη κάποιων εργασιών που προαπαιτούν την εκτέλεση κάποιων άλλων πριν απ'αυτές.

Ελαχιστοποίηση συνολικής καθυστέρησης:

Για δεδομένο χρονικό κύκλο ***T***, η συνολική καθυστέρηση ***d*** ελαχιστοποιείται αν ελαχιστοποιήσουμε τον συνολικό αριθμό σταθμών εργασίας ***m***, ενώ για δεδομένο τον αριθμό σταθμών εργασίας ***m***, η συνολική καθυστέρηση ***d*** ελαχιστοποιείται αν ελαχιστοποιήσουμε τον χρονικό κύκλο ***T***.

Ο θεωρητικά ελάχιστος αριθμός σταθμών εργασίας (Θ.Ε.Α.Σ.) είναι ίσος με το άθροισμα όλων των χρόνων κατεργασίας των εργασιών διαιρούμενος με τον χρονικό κύκλο: $\Theta.E.A.\Sigma. = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{T}$.

Άλλοι σημαντικοί δείκτες είναι:

- Η απόδοση εξισορρόπησης (*Α.Ε.*): $A.E. = (\sum_{i=1}^{n} t_i)/mT$ και
- Το ποσοστό νεκρού χρόνου $(\Pi.N.X.)$: $\Pi.N.X. = 1 - A.E.$

Διάγραμμα διαδοχής:

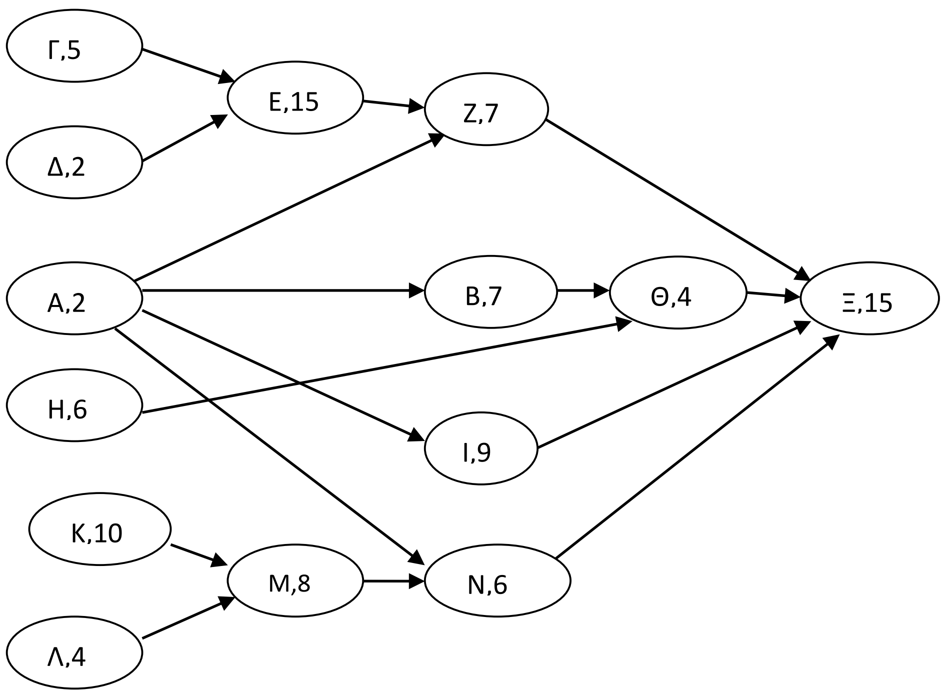
Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι εργασίες που απαιτούνται για την παραγωγή ενός προϊόντος, οι διάρκειές τους καθώς και οι περιορισμοί αλληλουχίας.

Εργασία	**Χρόνοι κατεργασίας**	**Εργασίες που προηγούνται (Προαπαιτούμενες)**
Α	2	
Β	7	Α
Γ	5	
Δ	2	
Ε	15	Γ,Δ
Ζ	7	Α,Ε

Η	6	
Θ	4	Β,Η
Ι	9	Α
Κ	10	
Λ	4	
Μ	8	Κ,Λ
Ν	6	Α,Μ
Ξ	15	Ζ,Θ,Ι,Ν

Για παράδειγμα οι εργασίες Α, Γ, Δ, Κ, Λ και Η μπορούν να γίνουν οποιαδήποτε στιγμή χωρίς την απαίτηση να έχουν ήδη προηγηθεί κάποιες άλλες εργασίες. Οι αναγκαίες σε προαπαιτούμενες εργασίες προκύπτουν όμως για άλλες εργασίες οπως η εργασία Β που για την διεξαγωγή της οποίας είναι προαπαιτούμενες η εργασία Α για την Ε οπου προαπαιτούμενες είναι η Γ και η Δ κ.α.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα το διάγραμμα διαδοχής για την παραγωγή αυτού του προϊόντος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Κ.5.3 Μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος ανάθεσης εργασιών σε σταθμούς εργασίας

Κ.5.3.1 Ευρετική-Προσεγγιστική μέθοδος

Η ευρετική μέθοδος επίλυσης του προβλήματος ανάθεσης εργασιών σε σταθμούς εργασίας, όπως όλες οι ευρετικές μέθοδοι, μπορεί να μας βρει μια εφικτή λύση με αρκετά εύκολο και γρήγορο τρόπο αλλά δεν μπορεί να μας εγγυηθεί ότι η λύση αυτή θα είναι και η βέλτιστη. Για την ευρετική μέθοδο έχουν αναπτυχθεί μία σειρά από κριτήρια επιλογής εργασιών προς ανάθεση τα οποία ονομάζονται συντελεστές βαρύτητας των εργασιών. Οι συντελεστές βαρύτητας μπορεί να είναι:

- Ο χρόνος κατεργασίας της εργασίας,
- Ο χρόνος κατεργασίας της εργασίας συν το άθροισμα των χρόνων κατεργασίας όλων των εργασιών που ακολουθούν την εργασία αυτή ως και την τελευταία εργασία που πρέπει να γίνει για να παραχθεί το τελικό προϊόν,
- Ο αριθμός των εργασιών που ακολουθούν την εργασία αυτή ως και την τελευταία εργασία που πρέπει να γίνει για να παραχθεί το τελικό προϊόν.

Ο ευρετικός - προσεγγιστικός αλγόριθμος για την λύση του προβλήματος ανάθεσης εργασιών σε σταθμούς εργασίας περιλαμβάνει τα ακόλουθα 4 βήματα:

1. Ανατίθεται ένας συντελεστής βαρύτητας σε κάθε εργασία,
2. Ενημερώνεται το σύνολο των διαθεσίμων προς κατανομή εργασιών (είτε εργασίες οι οποίες στερούνται προαπαιτούμενες, είτε εργασίες των οποίων οι προαπαιτούμενες εργασίες έχουν κατανεμηθεί). Οι εργασίες μπαίνουν σε φθίνουσα σειρά του συντελεστή βαρύτητας τους,
3. Κατανέμεται η εργασία με το μεγαλύτερο συντελεστή βαρύτητας στον πρώτο σταθμό στον οποίο δεν παραβιάζονται οι περιορισμοί της παραγωγικής ικανότητας και οι τεχνολογικοί περιορισμοί,
4. Επαναφορά στο βήμα 2 έως ότου όλες οι εργασίες έχουν ανατεθεί σε σταθμούς εργασίας.

<u>**Αριθμητικό παράδειγμα 5.1**</u>

Εργασία	Συντελεστής βαρύτητας: Χρόνοι κατεργασίας	Συντελεστής βαρύτητας: Χρόνοι κατεργασίας συν το άθροισμα των χρόνων κατεργασίας όλων των εργασιών που ακολουθούν	Συντελεστής βαρύτητας: Ο αριθμός των εργασιών που ακολουθούν την εργασία
Α	2	50	6
Β	7	26	2
Γ	5	42	3
Δ	2	29	3

Ε	15	37	2	
Ζ	7	22	1	
Η	6	25	2	
Θ	4	19	1	
Ι	9	24	1	
Κ	10	29	3	
Λ	4	33	3	
Μ	8	29	2	
Ν	6	21	1	
Ξ	15	15	0	

Λύση:

Για ***T***=20 και με κριτήριο τον χρόνο κατεργασίας της εργασίας, η λύση προκύπτει από τα παρακάτω βήματα:

Επανάληψη 1:

Στην πρώτη επανάληψη του αλγορίθμου οι διαθέσιμες κατανεμημένες κατά φθίνουσα σειρά (Κ, Η, Γ, Λ, Α, Δ). Σε περίπτωση που 2 εργασίες έχουν τον ίδιο συντελεστή βαρύτητας τότε ένας από τους άλλους συντελεστές βαρύτητας χρησιμοποιείτε για να προσδιοριστεί ποια εργασία θα πρέπει να εκτελεσθεί (αν γίνεται) πριν από την άλλη. Στο παράδειγμα η Α και η Δ έχουν τον ίδιο χρόνο κατεργασίας, όμως η Α προηγείται της Δ στην λίστα διότι αν για παράδειγμα θεωρήσουμε των δεύτερο συντελεστή βαρύτητας ως υπό-κριτήριο σε περίπτωση ισοβαθμίας τότε η Α παίρνει την τιμή 50 και η Δ την τιμή 39.

Έτσι, επιλέγεται η πρώτη διαθέσιμη από την λίστα εργασία Κ και ανατίθεται στον πρώτο σταθμό εργασιών (ΣΕ1). Εν συνεχεία ανανεώνεται η λίστα των διαθεσίμων από όπου λείπει πλέον η εργασία Κ και έχουν προστεθεί άλλες εργασίες που προέκυψαν να είναι διαθέσιμες μετά από την ανάθεση της εργασίας Κ. Στο παράδειγμα δεν προκύπτει καμία καινούργια διαθέσιμη εργασία πέραν αυτών που είχαμε και προηγουμένως.

Επανάληψη 2:

Στην δεύτερη επανάληψη το σύνολο των διαθεσίμων εργασιών είναι (Η, Γ, Λ, Α, Δ) και οι σταθμοί εργασίας είναι μόνο ένας ο ΣΕ1 με την Κ και συνολικό χρόνο κατεργασίας 10 και υπολειπόμενο χρόνο κατεργασίας *T*-10 = 10.

Επανάληψη 3:

Στην τρίτη επανάληψη αναθέτουμε την Η στον τρέχοντα σταθμό εργασίας (αν είναι εφικτό, αν οχί τότε την αναθέτουμε σε επόμενο σταθμό εργασίας) και παίρνουμε το σύνολο (Γ, Λ, Α, Δ) και οι σταθμοί εργασίας συνεχίζουν να είναι μόνο ο ΣΕ1 με την Κ αλλά και την Η και συνολικό νέο χρόνο κατεργασίας 16 και νέο υπολειπόμενο χρόνο κατεργασίας *T*-16 = 4.

Επανάληψη 4:

Στην τέταρτη επανάληψη ελέγχουμε αν χωράει κάποια άλλη διαθέσιμη εργασία. Οι εργασία Γ δεν χωράει οπότε ελέγχουμε την επόμενη διαθέσιμη εργασία. Η επόμενη διαθέσιμη είναι η εργασία Λ η οποία χωράει στον τρέχον σταθμό. Ο συνολικός νέος χρόνος κατεργασίας είναι 20 και ο νέος υπολειπόμενος χρόνος κατεργασίας *T*-20 = 0. Αυτό σημαίνει ότι την επόμενη εργασία θα την αναθέσουμε αναγκάστηκα σε επόμενο σταθμό εργασίας (ΣΕ2)

Ο αλγόριθμος συνεχίζει με τον ίδιο τρόπο προσθέτοντας εργασίες στον ΣΕ2 ως που να γεμίσει και στην συνέχεια αναθέτουμε εργασίες στον ΣΕ3 κτλ…

Κ.5.3.2 Ακριβής λύση

Δυνατό και εφικτό *υποσύνολο* n εργασιών $S = J_1, J_2, \ldots, J_n$ είναι ένα υποσύνολο n εργασιών οι οποίες μπορούν να εκτελεστούν με κάποια σειρά χωρίς να είναι ανάγκη να εκτελεστεί οποιαδήποτε άλλη εργασία δεν ανήκει σε αυτό το σύνολο.

Δυνατή *υποαλληλουχία* n εργασιών $S = J_1, J_2, \ldots, J_n$ είναι μια υποαλληλουχία n εργασιών που μπορούν να εκτελεστούν με τη σειρά που σημειώνονται και των οποίων το αντίστοιχο υποσύνολο είναι δυνατό.

Σε κάθε δυνατό υποσύνολο αντιστοιχούν μια ή περισσότερες δυνατές υποαλληλουχίες.

Το κόστος κ εκτέλεσης των εργασιών μιας υποαλληλουχίας δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\kappa = (r - 1)T + t^r$$

όπου r είναι ο ελάχιστος αριθμός σταθμών εργασίας που χρειάζονται για να κατανεμηθούν οι εργασίες της υποαλληλουχίας με τη σειρά που σημειώνονται, εκ των οποίων οι $(r - 1)$

απασχολούνται πλήρως ενώ στον τελευταίο αντιστοιχούν τόσες εργασίες που το άθροισμα τους είναι t^r.

Γενικά το κόστος εκτέλεσης των εργασιών μιας υποαλληλουχίας δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\kappa = \kappa \left\{J_1, J_2, \dots J_{(p-1)}\right\} + \Delta\{J_p\} \text{ για } 2 < p < n$$

όπου,

$\Delta\left\{J_p\right\} = t_p$ αν η J_p εργασία χωράει να τοποθετηθεί στον τελευταίο σταθμό της $\left\{J_1, J_2, \dots J_{(p-1)}\right\}$ ή

$\Delta\{Jp\} = t_p$ (με τοποθέτηση της J_p στον επόμενο σταθμό αν δεν χωράει στον τελευταίο) συν τον νεκρό χρόνο που τυχόν αφήνει στον τρέχον σταθμό.

Για κάθε δυνατό υποσύνολο S υπολογίζουμε το κόστος του από τον παρακάτω τύπο:

$$\kappa\,\{S\} = \min_\mu[\kappa\{S - J_\mu\} + \Delta\{J_\mu\}]$$

υπό την προϋπόθεση ότι το $\left\{S, \dots, J_\mu\right\}$ είναι δυνατό υποσύνολο. Με μ συμβολίζονται όλες οι δυνατές υποαλληλουχίες του δυνατού υποσυνόλου.

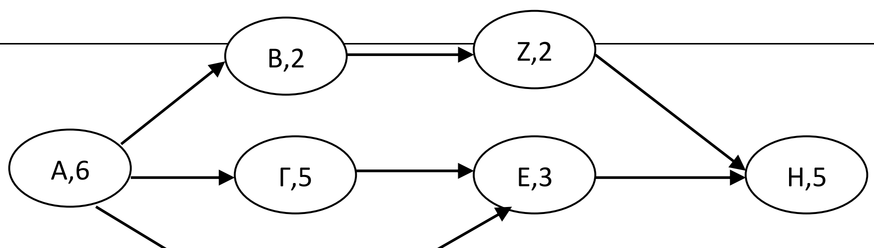
Από την παραπάνω σχέση βρίσκουμε το κόστος των δυνατών υποσυνόλων p εργασιών από το κόστος των δυνατών υποσυνόλων των $p-1$ εργασιών για $p = 2, \dots, n.$

Βήματα της ακριβής μεθόδου:

1. Υπολογίζουμε το κόστος όλων των υποσυνόλων υπολογίζοντας πρώτα τα επιμέρους κόστη των δυνατών υποαλληλουχιών των δυνατών υποσυνόλων;
2. Επιλέγω το ελάχιστο κόστος για κάθε υποαλληλουχία ξεκινώντας από το τέλος προς την αρχή δηλαδή από το υποσύνολο που περιέχει όλες τις εργασίες;
3. Βρίσκω την βέλτιστη ή βέλτιστες λύσεις (δηλαδή την/τις βέλτιστη(ες) υποαλληλουχία(ες) εργασιών);
4. Τοποθετώ τις εργασίες όπως προκύπτουν από την βέλτιστη λύση.

<u>Αριθμητικό παράδειγμα 5.2</u>

Έστω το παρακάτω διάγραμμα διαδοχής (με Τ=7) για την παραγωγή ενός προϊόντος:



Τα δυνατά υποσύνολα του προβλήματος αυτού δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αυξ. Αριθμός	**Εργασίες**
1	Α
2	Α,Β
3	Α,Γ
4	Α,Δ
5	Α,Β,Γ
6	Α,Β,Δ
7	Α,Γ,Δ
8	Α,Β,Γ,Δ
9	Α,Γ,Δ,Ε
10	Α,Β,Γ,Δ,Ε
11	Α,Β,Ζ
12	Α,Β,Γ,Ζ
13	Α,Β,Δ,Ζ
14	Α,Β,Γ,Δ,Ζ
15	Α,Β,Γ,Δ,Ε,Ζ

16	Α,Β,Γ,Δ,Ε,Ζ,Η

Περίπτωση **μιας** εργασίας:

$\kappa\{A\} = 6$

Περίπτωση **δύο** εργασιών:

$\kappa\{A, B\} = \min[k\{A\} + \Delta\{B\}] = 6 + 2 + 1 = 9$

$\kappa\{A, \Gamma\} = \min[k\{A\} + \Delta\{\Gamma\}] = 6 + 5 + 1 = 12$

$\kappa\{A, \Delta\} = \min[k\{A\} + \Delta\{\Delta\}] = 6 + 1 = 7$

Περίπτωση **τριών** εργασιών:

$$\kappa\{A, B, \Gamma\} = \min \begin{matrix} [k\{A, B\} + \Delta\{\Gamma\}] = 9 + 5 = 14 \\ [k\{A, \Gamma\} + \Delta\{B\}] = 12 + 2 = 14 \end{matrix}$$

$$\kappa\{A, B, \Delta\} = \min \begin{matrix} [k\{A, B\} + \Delta\{\Delta\}] = 9 + 1 = 10 \\ [k\{A, \Delta\} + \Delta\{B\}] = 7 + 2 = 9 \end{matrix}$$

$$\kappa\{A, \Gamma, \Delta\} = \min \begin{matrix} [k\{A, \Gamma\} + \Delta\{\Delta\}] = 12 + 1 = 13 \\ [k\{A, \Delta\} + \Delta\{\Gamma\}] = 7 + 5 = 12 \end{matrix}$$

$\kappa\{A, B, Z\} = \min[k\{A, B\} + \Delta\{Z\}] = 9 + 2 = 11$

Περίπτωση **τεσσάρων** εργασιών:

$$\kappa\{A, B, \Gamma, \Delta\} = \min \begin{matrix} [k\{A, B, \Gamma\} + \Delta\{\Delta\}] = 14 + 1 = 15 \\ [k\{A, B, \Delta\} + \Delta\{\Gamma\}] = 9 + 5 = 14 \\ [\kappa\{A, \Gamma, \Delta\} + \Delta\{B\} = 12 + 2 = 14 \end{matrix}$$

$\kappa\{A, \Gamma, \Delta, E\} = \min[k\{A, \Gamma, \Delta\} + \Delta\{E\}] = 13 + 3 + 2 = 17$

$$\kappa\{A,B,\Gamma,Z\} = \min \begin{matrix} [k\{A,B,\Gamma\} + \Delta\{Z\}] = 14 + 2 = 16 \\ [k\{A,B,Z\} + \Delta\{\Gamma\}] = 11 + 5 + 3 = 19 \end{matrix}$$

$$\kappa\{A,B,\Delta,Z\} = \min \begin{matrix} [k\{A,B,Z\} + \Delta\{\Delta\}] = 11 + 1 = 12 \\ [k\{A,B,\Delta\} + \Delta\{Z\}] = 9 + 2 = 11 \end{matrix}$$

Περίπτωση **πέντε** εργασιών:

$$\kappa\{A,B,\Gamma,\Delta,E\} = \min \begin{matrix} [k\{A,B,\Gamma,\Delta\} + \Delta\{E\}] = 14 + 3 = 17 \\ [k\{A,\Gamma,\Delta,E\} + \Delta\{B\}] = 17 + 2 = 19 \end{matrix}$$

$$\kappa\{A,B,\Gamma,\Delta,Z\} = \min \begin{matrix} [k\{A,B,\Gamma,\Delta\} + \Delta\{Z\}] = 14 + 2 = 16 \\ [k\{A,B,\Gamma,Z\} + \Delta\{\Delta\}] = 16 + 1 = 17 \\ [\kappa\{A,B,\Delta,Z\} + \Delta\{\Gamma\} = 11 + 5 + 3 = 19 \end{matrix}$$

Περίπτωση **έξι** εργασιών:

$$\kappa\{A,B,\Gamma,\Delta,E,Z\} = \min \begin{matrix} [k\{A,B,\Gamma,\Delta,E\} + \Delta\{Z\}] = 17 + 2 = 19 \\ [k\{A,B,\Gamma,\Delta,Z\} + \Delta\{E\}] = 16 + 3 = 19 \end{matrix}$$

Περίπτωση **επτά** εργασιών:

$$\kappa\{A,B,\Gamma,\Delta,E,Z,H\} = \min[k\{A,B,\Gamma,\Delta,E,Z\} + \Delta\{H\}] = 19 + 5 = 24$$

Λύση:

Εύρεση **βέλτιστης** λύσης:

Λύση	Κατανομή σε σταθμούς
(Α,Δ,Β,Γ,Ζ,Ε,Η)	(Α,Δ), (Β,Γ), (Ζ,Ε), (Η)
(Α,Δ,Γ,Β,Ζ,Ε,Η)	(Α,Δ), (Γ,Β), (Ζ,Ε), (Η)
(Α,Δ,Β,Γ,Ε,Ζ,Η)	(Α,Δ), (Β,Γ), (Ε,Ζ), (Η)
(Α,Δ,Γ,Β,Ε,Ζ,Η)	(Α,Δ), (Γ,Β), (Ε,Ζ), (Η)

Με καθυστέρηση (νεκρό χρόνο) *d*= 4*7-24 = 4 και απόδοση εξισορρόπησης = 24/(4*7) = 0,857.