

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Χωροταξίας, Πολεοδομίας & Περιφερειακής Ανάπτυξης

ΜΑΘΗΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ: ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

*Οι παραβιάσεις των σημαντικότερων υποθέσεων
των γραμμικών υποδειγμάτων (B)*

ΔΙΑΛΕΞΗ 07

Μαρί-Νοέλ Ντυκέν, Μαρία Τσιάπα
mdyken@prd.uth.gr, mtsiapa@prd.uth.gr

Παραβιάσεις Κλασικών Υποθέσεων

Υποθέσεις	Διαγνωστικό
Πολυσυγγραμμικότητα (Multicollinearity)	TOL, VIF
Ετεροσκεδαστικότητα (Heteroskedasticity)	Scatterplot Z_{pred} , Z_{resid} Έλεγχος του WHITE
Αυτοσυσχέτιση (Autocorrelation)	Durbin-Watson, κ.ά

Αν όλες οι κλασικές υποθέσεις της γραμμικής παλινδρόμησης επιβεβαιώνονται, οι εκτιμητές των ελάχιστων τετραγώνων είναι άριστοι γραμμικοί και αμερόληπτοι (θεώρημα Gauss-Markov).

Σε αυτή την περίπτωση:

- ❑ τα κατάλοιπα ε είναι ανεξάρτητα από τις ερμηνευτικές μεταβλητές και ακολουθούν **κανονική κατανομή $N(0, \sigma^2)$** , δηλαδή είναι ισόνομα κατανομημένα γύρω από τη μέση τιμή τους ($=0$).
- ❑ Επιπλέον, η συμπερασματολογία (βασισμένη στους ελέγχους t και F) ισχύει, δηλαδή μπορούμε να χρησιμοποιούμε τα στατιστικά t και F για να αξιολογήσουμε το μοντέλο.

Ορισμός της αυτοσυσχέτισης

Μια πρώτη προσέγγιση

Βασική υπόθεση της MET:

$\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}) = 0$: η συνδιακύμανση των διαδοχικών τιμών του διαταρακτικού όρου πρέπει να είναι μηδέν.

Όταν η υπόθεση αυτή δεν επιβεβαιώνεται, τότε :

- ❑ Ο διαταρακτικός όρος μιας παρατήρησης συσχετίζεται με το διαταρακτικό όρο μιας άλλης παρατήρησης και επομένως, η διακύμανση του διαταρακτικού όρου δεν είναι σταθερή.
- ❑ Οι διαταρακτικοί όροι (κατάλοιπα) παρουσιάζουν **σειριακή συσχέτιση** [serial correlation] δηλαδή **αυτοσυσχέτιση** [autocorrelation]: οι διαδοχικές τιμές του διαταρακτικού όρου συσχετίζονται μεταξύ τους.

Πρόκειται για συχνό φαινόμενο της παλινδρόμησης με δεδομένα χρονολογικών σειρών.

Μια πρώτη προσέγγιση

Γιατί το πρόβλημα εμφανίζεται κυρίως με χρονολογικές σειρές:

Όταν το μοντέλο βασίζεται σε διαστρωματικές παρατηρήσεις και ειδικά όταν ο αριθμός παρατηρήσεων είναι μεγάλος, μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα δεδομένα μας προκύπτουν από τυχαία (ή σχεδόν τυχαία) δειγματοληψία.

□ Υπό αυτήν την προϋπόθεση (τυχαία δειγματοληψία), το κατάλοιπο ε_i είναι ανεξάρτητο από οποιοδήποτε άλλο κατάλοιπο ε_j ($i \neq j$).

□ Επίσης, υπό αυτήν την προϋπόθεση, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα κατάλοιπα για διαφορετικές παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητα δεσμευμένα ως προς τις τιμές των ερμηνευτικών δεδομένων.

Στην περίπτωση χρονολογικών σειρών, είναι πολύ πιθανόν η τυχαία δειγματοληψία να μη ισχύει: η σημερινή κατάσταση επηρεάζεται από το παρελθόν.

Συνέπειες της αυτοσυσχέτισης

- Η αυτοσυσχέτιση μπορεί να οδηγήσει σε **υποεκτίμηση της διακύμανσης του διαταρακτικού όρου**

➤ υποεκτίμηση του σ_ε^2 ➔ **υπερεκτίμηση του R^2 και του F**

$$R^2 = \frac{ΑΤΠ}{\Sigma ΑΤ} = 1 - \frac{ΑΤΚ}{\Sigma ΑΤ} = 1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_Y^2}$$

- Η αυτοσυσχέτιση μπορεί επίσης να οδηγήσει στην **υποεκτίμηση της διακύμανσης των συντελεστών b_i** του υποδείγματος

$t_{\hat{b}} = \frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}_b / \sqrt{n}}$ ➔ η υποεκτίμηση του $\hat{\sigma}_b$ οδηγεί **κατά λάθος** σε μεγάλη τιμή του

t-student και **πιθανόν να δεχόμαστε ότι ο συντελεστής $b \neq 0$, ενώ στην πραγματικότητα δεν είναι στατιστικά σημαντικός**.

➔ οι συντελεστές δεν είναι αμερόληπτοι

$\hat{\sigma}_b / \sqrt{n} =$ εκτίμηση του τυπικού σφάλματος (standard error)

Μορφές αυτοσυσχέτισης

□ Αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού AR(1)

$$Y_t = a_0 + a_1 \cdot X_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \rho \cdot \varepsilon_{t-1} + v_t \quad -1 \leq \rho \leq +1$$

v_t : τυχαία μεταβλητή με $E[v_t] = 0$ και $\text{Var}[v_t] = \sigma^2$

αν $\rho = 0 \rightarrow$ δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση

□ Αυτοσυσχέτιση δευτέρου βαθμού AR(2)

$$\varepsilon_t = \rho_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + v_t \quad -1 \leq \rho_1 \leq +1 \text{ και } -1 \leq \rho_2 \leq +1$$

□ Αυτοσυσχέτιση ανώτερου βαθμού AR(p)

$$\varepsilon_t = \rho_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \dots + \rho_p \cdot \varepsilon_{t-p} + v_t \quad -1 \leq \rho_i \leq +1, i=1, \dots, p$$

□ Υπάρχουν άλλες στοχαστικές μορφές αυτοσυσχέτισης που ενδέχεται να ακολουθούν τις τιμές του διαταρακτικού όρου: η **διαδικασία του κινητού μέσου** (MA) ή ακόμα ο συνδυασμός (AR) και (MA): ARMA

Αιτίες της Αυτοσυσχέτισης

- ❑ **Παράλειψη σημαντικών μεταβλητών** στο υπόδειγμα
- ❑ **Μη ορθή μαθηματική εξειδίκευση** του υποδείγματος
- ❑ **Προβλήματα μέτρησης** της Y ή/και των ερμηνευτικών μεταβλητών (κακή αξιοπιστία των δεδομένων)
- ❑ **Χρονικές υστερήσεις** στα φαινόμενα που εξετάζονται (π.χ. η ανεργία στο χρόνο t εξαρτάται από τον ρυθμό ανάπτυξης στο χρόνο t αλλά και στο $t-1$ και ίσως στο $t-2$ κ.ά.): επίδραση ορισμένων μεταβλητών σε περισσότερες από μια χρονικές περιόδους.

Διαπίστωση της αυτοσυσχέτισης

Έλεγχος αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού

- Έλεγχος των **Durbin-Watson** (1950, 1951): η περισσότερη διαδεδομένη διαδικασία
- Έλεγχος t για σειριακή συσχέτιση ($\rho=0$ ή $\rho\neq 0$): $\hat{\varepsilon}_t = a + \rho \hat{\varepsilon}_{t-1}$
- Εναλλακτικός έλεγχος του *Durbin*

Έλεγχος του Durbin-Watson (d)

- Με αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού έχουμε:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{t1} + \dots + b_k X_{tk} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \rho \cdot \varepsilon_{t-1} + v_t \quad -1 \leq \rho \leq +1$$

- Υποθέσεις: $H_0: \rho = 0$
 $H_1: \rho \neq 0 \rightarrow \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}) \neq 0$

- Υπολογίζουμε με την MET, τα κατάλοιπα του αρχικού μας μοντέλου και με βάση τα αποτελέσματα αυτά, υπολογίζουμε την στατιστική **d**:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T \hat{\varepsilon}_t^2}$$

Το SPSS υπολογίζει την στατιστική **d**!

- Η στατιστική **d** του **Durbin-Watson**: $d = 2 - 2\rho$ όπου $0 \leq d \leq 4$

- Όταν δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση: $\rho = 0 \rightarrow d = 2$
- Με πλήρη θετική αυτοσυσχέτιση: $\rho = +1 \rightarrow d = 0$
- Με πλήρη αρνητική αυτοσυσχέτιση: $\rho = -1 \rightarrow d = 4$

1. Έλεγχος του Durbin-Watson (d)

- Η κατανομή της στατιστικής d **δεν είναι ακριβής**, εξαρτάται από την ακολουθία τόσο των καταλοίπων όσο και των ερμηνευτικών μεταβλητών. Όμως οι Durbin-Watson έδειξαν ότι η κατανομή της στατιστικής d κυμαίνεται μεταξύ δύο άλλων τιμών: d_L (κατώτερο όρο) και d_U (ανώτερο όρο).
 - Οι τιμές αυτές δίνονται από το Πίνακα του Durbin-Watson (*σε έντυπη μορφή!*)
- **Βλέπε διάγραμμα**

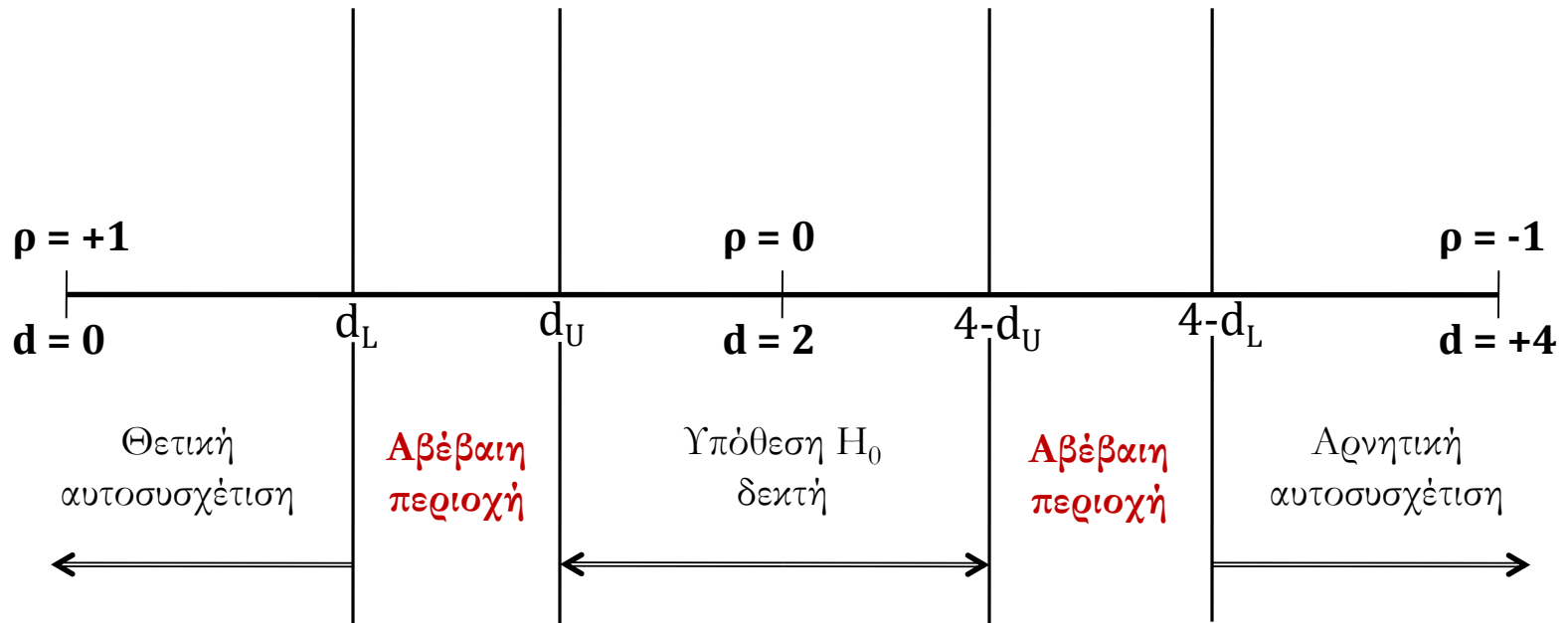
Κριτική περιοχή του D-W: $d = 2 - 2\rho$

Υποθέσεις:

$H_0: \rho = 0 \rightarrow d = 2 \rightarrow$ δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση

$H_1: \rho \neq 0$

- $\rho > 0, d < 2 \rightarrow$ θετική αυτοσυσχέτιση
- $\rho < 0, d > 2 \rightarrow$ αρνητική αυτοσυσχέτιση



n	k'=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5		k'=6		k'=7		k'=8		k'=9		k'=10	
	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
6	0.610	1.400	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
7	0.700	1.356	0.467	1.896	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.367	2.287	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
11	0.927	1.324	0.758	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.315	2.645	0.203	3.004	----	----	----	----	----	----	----	----
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.380	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	----	----	----	----	----	----
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.444	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266	----	----	----	----
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111	0.127	3.360	----	----
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.471	0.343	2.727	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.258	0.502	2.461	0.407	2.668	0.321	2.873	0.244	3.073
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.691	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.731	2.124	0.637	2.290	0.546	2.461	0.461	2.633	0.380	2.806
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407	0.504	2.571	0.424	2.735
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.750	2.174	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.013	0.784	2.144	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.959	0.874	2.071	0.798	2.188	0.723	2.309	0.649	2.431
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944	0.900	2.052	0.826	2.164	0.753	2.278	0.681	2.396
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.926	2.034	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920	0.950	2.018	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.333
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.972	2.004	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991	0.927	2.085	0.861	2.181	0.796	2.281
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.079	1.891	1.015	1.978	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967	0.971	2.054	0.908	2.144	0.845	2.236
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.876	1.053	1.957	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.216
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.197
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.149
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895	1.139	1.958	1.089	2.022	1.038	2.088
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814	1.294	1.861	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.838	1.369	1.874	1.337	1.910	1.305	1.948
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827	1.489	1.852	1.465	1.877	1.442	1.903
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826	1.506	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898
150	1.720	1.747	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832	1.622	1.846	1.608	1.862	1.593	1.877
200	1.758	1.779	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.809	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874

Πίνακας Durbin Watson

$\alpha = 5\%$

k' = αριθμός ερμηνευτικών
μεταβλητών

n	k'=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5		k'=6		k'=7		k'=8		k'=9		k'=10	
	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
6	0.390	1.142	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
7	0.435	1.036	0.294	1.676	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
8	0.497	1.003	0.345	1.489	0.229	2.102	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
9	0.554	0.998	0.408	1.389	0.279	1.875	0.183	2.433	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
10	0.604	1.001	0.466	1.333	0.340	1.733	0.230	2.193	0.150	2.690	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----
11	0.653	1.010	0.519	1.297	0.396	1.640	0.286	2.030	0.193	2.453	0.124	2.892	----	----	----	----	----	----	----	----
12	0.697	1.023	0.569	1.274	0.449	1.575	0.339	1.913	0.244	2.280	0.164	2.665	0.105	3.053	----	----	----	----	----	----
13	0.738	1.038	0.616	1.261	0.499	1.526	0.391	1.826	0.294	2.150	0.211	2.490	0.140	2.838	0.090	3.182	----	----	----	----
14	0.776	1.054	0.660	1.254	0.547	1.490	0.441	1.757	0.343	2.049	0.257	2.354	0.183	2.667	0.122	2.981	0.078	3.287	----	----
15	0.811	1.070	0.700	1.252	0.591	1.465	0.487	1.705	0.390	1.967	0.303	2.244	0.226	2.530	0.161	2.817	0.107	3.101	0.068	3.374
16	0.844	1.086	0.738	1.253	0.633	1.447	0.532	1.664	0.437	1.901	0.349	2.153	0.269	2.416	0.200	2.681	0.142	2.944	0.094	3.201
17	0.873	1.102	0.773	1.255	0.672	1.432	0.574	1.631	0.481	1.847	0.393	2.078	0.313	2.319	0.241	2.566	0.179	2.811	0.127	3.053
18	0.902	1.118	0.805	1.259	0.708	1.422	0.614	1.604	0.522	1.803	0.435	2.015	0.355	2.238	0.282	2.467	0.216	2.697	0.160	2.925
19	0.928	1.133	0.835	1.264	0.742	1.416	0.650	1.583	0.561	1.767	0.476	1.963	0.396	2.169	0.322	2.381	0.255	2.597	0.196	2.813
20	0.952	1.147	0.862	1.270	0.774	1.410	0.684	1.567	0.598	1.736	0.515	1.918	0.436	2.110	0.362	2.308	0.294	2.510	0.232	2.174
21	0.975	1.161	0.889	1.276	0.803	1.408	0.718	1.554	0.634	1.712	0.552	1.881	0.474	2.059	0.400	2.244	0.331	2.434	0.268	2.625
22	0.997	1.174	0.915	1.284	0.832	1.407	0.748	1.543	0.666	1.691	0.587	1.849	0.510	2.015	0.437	2.188	0.368	2.367	0.304	2.548
23	1.017	1.186	0.938	1.290	0.858	1.407	0.777	1.535	0.699	1.674	0.620	1.821	0.545	1.977	0.473	2.140	0.404	2.308	0.340	2.479
24	1.037	1.199	0.959	1.298	0.881	1.407	0.805	1.527	0.728	1.659	0.652	1.797	0.578	1.944	0.507	2.097	0.439	2.255	0.375	2.417
25	1.055	1.210	0.981	1.305	0.906	1.408	0.832	1.521	0.756	1.645	0.682	1.776	0.610	1.915	0.540	2.059	0.473	2.209	0.409	2.362
26	1.072	1.222	1.000	1.311	0.928	1.410	0.855	1.517	0.782	1.635	0.711	1.759	0.640	1.889	0.572	2.026	0.505	2.168	0.441	2.313
27	1.088	1.232	1.019	1.318	0.948	1.413	0.878	1.514	0.808	1.625	0.738	1.743	0.669	1.867	0.602	1.997	0.536	2.131	0.473	2.269
28	1.104	1.244	1.036	1.325	0.969	1.414	0.901	1.512	0.832	1.618	0.764	1.729	0.696	1.847	0.630	1.970	0.566	2.098	0.504	2.229
29	1.119	1.254	1.053	1.332	0.988	1.418	0.921	1.511	0.855	1.611	0.788	1.718	0.723	1.830	0.658	1.947	0.595	2.068	0.533	2.193
30	1.134	1.264	1.070	1.339	1.006	1.421	0.941	1.510	0.877	1.606	0.812	1.707	0.748	1.814	0.684	1.925	0.622	2.041	0.562	2.160
31	1.147	1.274	1.085	1.345	1.022	1.425	0.960	1.509	0.897	1.601	0.834	1.698	0.772	1.800	0.710	1.906	0.649	2.017	0.589	2.131
32	1.160	1.283	1.100	1.351	1.039	1.428	0.978	1.509	0.917	1.597	0.856	1.690	0.794	1.788	0.734	1.889	0.674	1.995	0.615	2.104
33	1.171	1.291	1.114	1.358	1.055	1.432	0.995	1.510	0.935	1.594	0.876	1.683	0.816	1.776	0.757	1.874	0.698	1.975	0.641	2.080
34	1.184	1.298	1.128	1.364	1.070	1.436	1.012	1.511	0.954	1.591	0.896	1.677	0.837	1.766	0.779	1.860	0.722	1.957	0.665	2.057
35	1.195	1.307	1.141	1.370	1.085	1.439	1.028	1.512	0.971	1.589	0.914	1.671	0.857	1.757	0.800	1.847	0.744	1.940	0.689	2.037
36	1.205	1.315	1.153	1.376	1.098	1.442	1.043	1.513	0.987	1.587	0.932	1.666	0.877	1.749	0.821	1.836	0.766	1.925	0.711	2.018
37	1.217	1.322	1.164	1.383	1.112	1.446	1.058	1.514	1.004	1.585	0.950	1.662	0.895	1.742	0.841	1.825	0.787	1.911	0.733	2.001
38	1.227	1.330	1.176	1.388	1.124	1.449	1.072	1.515	1.019	1.584	0.966	1.658	0.913	1.735	0.860	1.816	0.807	1.899	0.754	1.985
39	1.237	1.337	1.187	1.392	1.137	1.452	1.085	1.517	1.033	1.583	0.982	1.655	0.930	1.729	0.878	1.807	0.826	1.887	0.774	1.970
40	1.246	1.344	1.197	1.398	1.149	1.456	1.098	1.518	1.047	1.583	0.997	1.652	0.946	1.724	0.895	1.799	0.844	1.876	0.749	1.956
45	1.288	1.376	1.245	1.424	1.201	1.474	1.156	1.528	1.111	1.583	1.065	1.643	1.019	1.704	0.974	1.768	0.927	1.834	0.881	1.902
50	1.324	1.403	1.285	1.445	1.245	1.491	1.206	1.537	1.164	1.587	1.123	1.639	1.081	1.692	1.039	1.748	0.997	1.805	0.955	1.864
55	1.356	1.428	1.320	1.466	1.284	1.505	1.246	1.548	1.209	1.592	1.172	1.638	1.134	1.685	1.095	1.734	1.057	1.785	1.018	1.837
60	1.382	1.449	1.351	1.484	1.317	1.520	1.283	1.559	1.248	1.598	1.214	1.639	1.179	1.682	1.144	1.726	1.108	1.771	1.072	1.817
65	1.407	1.467	1.377	1.500	1.346	1.534	1.314	1.568	1.283	1.604	1.251	1.642	1.218	1.680	1.186	1.720	1.153	1.761	1.120	1.802
70	1.429	1.485	1.400	1.514	1.372	1.546	1.343	1.577	1.313	1.611	1.283	1.645	1.253	1.680	1.223	1.716	1.192	1.754	1.162	1.792
75	1.448	1.501	1.422	1.529	1.395	1.557	1.368	1.586	1.340	1.617	1.313	1.649	1.284	1.682	1.256	1.714	1.227	1.748	1.199	1.783
80	1.465	1.514	1.440	1.541	1.416	1.568	1.390	1.595	1.364	1.624	1.338	1.653	1.312	1.683	1.285	1.714	1.259	1.745	1.232	1.777
85	1.481	1.529	1.458	1.553	1.434	1.577	1.411	1.603	1.386	1.630	1.362	1.657	1.337	1.685	1.312	1.714	1.287	1.743	1.262	1.773
90	1.496	1.541	1.474	1.563	1.452	1.587	1.429	1.611	1.406	1.636	1.383	1.661	1.360	1.687	1.336	1.714	1.312	1.741	1.288	1.769
95	1.510	1.552	1.489	1.573	1.468	1.596	1.446	1.618	1.425	1.641	1.403	1.666	1.381	1.690	1.358	1.715	1.336	1.741	1.313	1.767
100	1.522	1.562	1.502	1.582	1.482	1.604	1.461	1.625	1.441	1.647	1.421	1.670	1.400	1.693	1.378	1.717	1.357	1.741	1.335	1.765
150	1.611	1.637	1.598	1.651	1.584	1.665	1.571	1.679	1.557	1.693	1.543	1.708	1.530	1.722	1.515	1.737	1.501	1.752	1.486	1.767
200	1.664	1.684	1.653	1.693	1.643	1.704	1.633	1.715	1.623	1.725	1.613	1.735	1.603	1.746	1.592	1.757	1.582	1.768	1.571	1.779

Πίνακας Durbin Watson

$\alpha = 1\%$

k' = αριθμός ερμηνευτικών μεταβλητών

Χρήση του Πίνακα Durbin-Watson (d)

Έστω ένα υπόδειγμα που αφορά 30 έτη ($T=30$) το οποίο περιλαμβάνει **6** ερμηνευτικές μεταβλητές.

Αν ο αριθμός συντελεστών $\mathbf{k} = 7$ (6 + σταθερός συντελεστής), στο πίνακα χρησιμοποιούμε $\mathbf{k}' = 6$

Για σφάλμα $\alpha = 5\%$ (πρώτο πίνακα), οι τιμές του κατώτερου \mathbf{d}_L και ανώτερου ορίου \mathbf{d}_U δίνονται από:

- τη γραμμή $t=30$, και
- τις στήλες που αντιστοιχούν στο $k' = 6$

Επομένως:

$$\mathbf{d}_L \text{ (κατώτερο όρο)} = 0,998$$

$$\mathbf{d}_U \text{ (ανώτερο όρο)} = 1,931 \rightarrow 4 - \mathbf{d}_U = 2,069$$

Επομένως, αν η τιμή της στατιστικής $d = 2 - 2\hat{\rho}$ (την οποία υπολογίζει το SPSS) βρίσκεται μεταξύ 1,931 και 2,069, δεν υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης

Περιορισμοί του ελέγχου των DW

- ❑ Για την εφαρμογή του ελέγχου DW, το μοντέλο μας πρέπει να περιλαμβάνει σταθερό όρο.
- ❑ Υπάρχουν δύο περιοχές αβεβαιότητας που δεν μας οδηγούν σε κανένα συμπέρασμα.
- ❑ Τέλος, ο έλεγχος των DW εφαρμόζεται αποκλειστικά για αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού (AR1).
- ❑ **Προσοχή:** Όταν ενσωματώνονται στο μοντέλο χρονικές υστερήσεις για την εξαρτημένη μεταβλητή στις ερμηνευτικές (δηλαδή θεωρούμε ότι: $Y_t = F(Y_{t-1})$), η τιμή της παραμέτρου d τείνει προς το 2. Επομένως, σε αυτή την περίπτωση, ο έλεγχος δεν είναι αξιόπιστος.

1ο Μοντέλο εφαρμογής: η Καμπύλη Philipps (Phillips curve)

Η καμπύλη Phillips αποτελεί μια από τις πιο γνώστες θεωρητικές σχέσεις μεταξύ οικονομικών μεταβλητών. Δείχνει την βραχυχρόνια αντίστροφη σχέση που υπάρχει μεταξύ πληθωρισμού [**inf**] και ανεργίας [**unem**].

Αν η αρνητική σχέση μεταξύ των 2 δεικτών είναι προσωρινή, μπορεί όμως να διαρκέσει μερικά χρόνια.

- ❑ Τα δεδομένα για μεταφορά στο SPSS, βρίσκονται στο αρχείο: **LECTURE7.xls** και στη ζώνη [**A2:C51**], η 1η γραμμή αφορά την περιγραφή των μεταβλητών → δεν πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στην εισαγωγή των δεδομένων στο SPSS.
- ❑ Τα δεδομένα προέρχονται από το J.M. Wooldridge (2013), Εισαγωγή στην οικονομετρία, μια σύγχρονη προσέγγιση, Εκ. Παπαζήση, Αθήνα.
- ❑ Η χρονική περίοδο υπό εξέταση είναι: 1948-1996 [T= 49]
- ❑ Δύο είναι αρχικά οι βασικές μεταβλητές:
 - **inf**= ετήσιο ποσοστό πληθωρισμό στο έτος t [Εξαρτημένη]
 - **unem** = ποσοστό ανεργίας στο έτος t [Ανεξάρτητη]

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

1./ ΕΛΕΓΧΟΣ DURBIN-WATSON

[1] Στατική καμπύλη Philipps: $inf_t = b_0 + b_1 unem_t + \varepsilon_t$

Υπόθεση: σταθερές προσδοκίες ως προς τον πληθωρισμό $\rightarrow inf_t = inf_{t-1}$

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics					Durbin-Watson
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change	
1	,230 ^a	,053	,033	3,1306	,053	2,616	1	47	,112	,803

a. Predictors: (Constant), unem

b. Dependent Variable: inf

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	1,424	1,719		,828	,412
	unem	,468	,289	,230	1,617	,112

a. Dependent Variable: inf

Ποια τα συμπεράσματά σας;

ΠΡΟΣΟΧΗ:

Στην εντολή: Analyze, Regression, Linear και, στο παράθυρο: Statistics, επιλέγουμε Durbin-Watson στο παράθυρο: Save, αποθηκεύουμε τα κατάλοιπα (*Unstandardized Residuals*)

Durbin Watson Table: $\alpha=5\%$, $K'=1$, $T=49 \rightarrow dL = 1,503$ & $dU = 1,585$

2./ Έλεγχος t , για σειριακή συσχέτιση

- Εφαρμόζουμε την ΜΕΤ στο αρχικό μας μοντέλο:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{t1} + \dots + b_k X_{tk} + \varepsilon_t$$

- Αποθηκεύουμε τα κατάλοιπα (RES_1): $\hat{\varepsilon}_t$
- Δημιουργούμε την μεταβλητή: $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ (Χάνουμε μια παρατήρηση)
- Εφαρμόζουμε την ΜΕΤ στον ακόλουθο μοντέλο:

$$\hat{\varepsilon}_t = \rho \cdot \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t \quad t = 2, \dots, T \quad \text{όπου } v_t \rightarrow N(0, \sigma_t^2)$$

Η παλινδρόμηση αυτή μπορεί να περιέχει ή να μην περιέχει σταθερό όρο, το αποτέλεσμα δεν θα επηρεαστεί σημαντικά.

- Εξετάζουμε την τιμή του t_ρ (ή την p -value) για να ελέγξουμε την υπόθεση $H_0: \rho = 0$. Συνήθως δεχόμαστε την H_1 όταν η p -value $< 5\%$.

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

2./ ΕΛΕΓΧΟΣ t ΓΙΑ ΣΕΙΡΙΑΚΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Δεδομένου ότι έχουμε αποθηκεύσει τα κατάλοιπα (RES_1), μπορούμε να επιβεβαιώσουμε το συμπέρασμα μας ως προς την αυτοσυσχέτιση.

1. Έχουμε την μεταβλητή $RES_1 = \hat{\varepsilon}_t$

2. Δημιουργούμε την μεταβλητή με μια υστέρηση $RES_1_1 = \hat{\varepsilon}_{t-1}$

Αυτό γίνεται με την εντολή:

Transform, Create Time Series,

επιλέγουμε στην ***Function: Lag*** και ***order = 1*** (μια χρονική υστέρηση)

τέλος επιλέγουμε την μεταβλητή $RES_1 (= \varepsilon_t)$, και η νέα μεταβλητή ονομάζεται: RES_1_1 όπου $RES_1_1 = \hat{\varepsilon}_{t-1}$

3. Εφαρμόζουμε την MET στον ακόλουθο μοντέλο : $\hat{\varepsilon}_t = a + \rho\hat{\varepsilon}_{t-1}$

αν η εκτίμηση του συντελεστή ρ είναι $\neq 0$ και στατιστικά σημαντική (p -value $< 0,05$), η ύπαρξη της αυτοσυσχέτισης επιβεβαιώνεται.

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

2./ ΕΛΕΓΧΟΣ t ΓΙΑ ΣΕΙΡΙΑΚΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics					Durbin-Watson
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change	
1	,588 ^a	,346	,332	2,48997296	,346	24,342	1	46	,000	1,354

a. Predictors: (Constant), LAGS(RES_1,1)

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-,113	,359		-,316	,754
	LAGS(RES_1,1)	,573	,116	,588	4,934	,000

a. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Η εκτίμηση του συντελεστής $\rho = 0,573$ με $p\text{-value} < 0,05$ (και επίσης $< 0,01$). Το αποτέλεσμα αυτό επιβεβαιώνει τον έλεγχο του Durbin-Watson. Υπάρχει επίσης ένδειξη ότι η αυτοσυσχέτιση δεν περιορίζεται σε μια (1) υστέρηση. Μπορεί να επαναληφθεί η διαδικασία με άλλους βαθμούς υστέρησης [Lag2, lag3]

3./ Έλεγχος των Ροών – Runs Test(*)

Όταν η ροή των καταλοίπων της παλινδρόμησης (θετικές και αρνητικές τιμές) είναι τυχαία, δεν υπάρχει σειριακή συσχέτιση.

Η μη συνεχής αλλαγή του πρόσημου στις τιμές του διαταρακτικού όρου αποτελεί ένδειξη της ύπαρξης αυτοσυσχέτισης.

□ Εξετάζουμε τη ροή των καταλοίπων και πιο συγκεκριμένα υπολογίζουμε πόσες φορές οι τιμές τους αλλάζουν πρόσημο, έτσι υπολογίζουμε τον **αριθμό ροών = r**.

□ Αν έχουμε **n** κατάλοιπα, υπολογίζουμε πόσα έχουν **θετική τιμή (n_1)** και πόσα έχουν **αρνητική τιμή (n_2)**, $n=n_1+n_2$.

□ Αν η ροή των καταλοίπων είναι τυχαία (H_0), η στατιστική **r** ακολουθεί κανονική κατανομή $N(\mu;\sigma^2)$ όπου:

$$\mu = \frac{2n_1n_2}{n} + 1 \quad \text{και} \quad \sigma^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}$$

□ Υπολογίζουμε τη στατιστική

$$z_r = \frac{r - \mu}{\sigma}$$

□ Τέλος εφαρμόζουμε τον γνωστό έλεγχο t-Student, εξετάζοντας ειδικά την p-value.

(*) Έλεγχος των ροών ονομάζεται επίσης έλεγχος των **Wald-Wolfowitz**

Διαδικασία ελέγχου Ροών – Runs Test

- ❑ Εφαρμογή της MET στον μοντέλο μας και αποθηκεύουμε τα κατάλοιπα RES_1.
- ❑ Copy-paste των τιμών της RES_1 στο φύλλο εργασίας: **RUNS_TEST** του αρχείου: **Autocorrelation Tests_MND.xls**
- ❑ Υπολογίζουμε τον αριθμό ροών = r .
- ❑ Υπολογίζουμε n_1 = αριθμός θετικών καταλοίπων και n_2 = αριθμός αρνητικών.
- ❑ Υπολογίζουμε την στατιστική $z_r = \frac{r - \mu}{\sigma}$
- ❑ Απόφαση:

Αν $|z_r| < z_\alpha$: δεχόμαστε την υπόθεση H_0 : δεν υπάρχει σειριακή συσχέτιση (αν n_1 αρκετά μεγάλο και $\alpha=5\%$, $z_\alpha = 1,96$)^(*)

ή ακόμα

Αν $p\text{-value} > 5\%$: δεχόμαστε την υπόθεση H_0 : δεν υπάρχει σειριακή συσχέτιση.

^(*) αν n_1 και $n_2 \leq 20$, χρησιμοποιούμε ειδικούς πίνακες που μας δίνουν τις κρίσιμες τιμές της στατιστικής r : **“Runs Test Tables”**.

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

3./ ΈΛΕΓΧΟΣ των Ροών – Runs Test

Αρχείο: Autocorrelation Tests_MND.xls

Αρχικό φύλλο εργασίας
RUNS_TEST
χωρίς δεδομένα.

Εισαγωγή των
κατάλοιπων στη στήλη B

Αντιγραφή των κελίων
C8:D8 στις παρακάτω
γραμμές.

Όλοι οι υπολογισμοί
γίνονται αυτόματα.

Διαδικασίες που πρέπει να κάνετε:

/1/ Εισάγετε τις τιμές του διαταρακτικού όρου στην στήλη B

/2/ Επιλέξετε το επίπεδο σφάλματος (π.χ. για 5%, εισάγετε 0,05) στο κελί G18

/3/ Αντιγράψτε τα δύο κελιά C8:D8 στα παρακάτω κελιά στις στήλες C και D, ανάλογα με τον αριθμό παρατηρήσεων σας

t	RESIDUAL	Sign	Runs
1		0	1
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ	
n = Αριθμός παρατηρήσεων	0
n1 = Αριθμός θετικών πρόσημων [+]	0
n2 = Αριθμός αρνητικών πρόσημων [-]	0
r = Αριθμός ροών "runs"	1
E[k] =	#ΔΙΑΙΡ./0!
V[k] =	#ΔΙΑΙΡ./0!
σ[k]	#ΔΙΑΙΡ./0!
z _r	#ΔΙΑΙΡ./0!
a (%)	0,05
p-value	#ΔΙΑΙΡ./0!
z-crit	1,960
Απόφαση	#ΔΙΑΙΡ./0!

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

3./ ΈΛΕΓΧΟΣ των Ροών – Runs Test

A	B	C	D	E	F	G
Διαδικασίες που πρέπει να κάνετε: /1/ Εισάγετε τις τιμές του διαταρακτικού όρου στην στήλη B /2/ Επιλέξετε το επίπεδο σφάλματος (π.χ. για 5%, εισάγετε 0,05) στο κελί G18 /3/ Αντιγράψετε τα δύο κελιά C8:D8 στα παρακάτω κελιά στις στήλες C και D, ανάλογα με τον αριθμό παρατηρήσεων σας						

t	RESIDUAL	Sign	Runs
1	4,89941	1	0
2	-5,3826	0	1
3	-2,60203	0	0
4	4,93323	1	1
5	-0,92649	0	1
6	-1,97972	0	0
7	-3,29555	0	0
8	-3,88116	0	0
9	-1,84088	0	0
10	-0,1344	0	0
11	-1,80346	0	0
12	-3,29555	0	0
13	-2,29555	0	0
14	-3,5567	0	0
15	-2,99555	0	0

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ	
n = Αριθμός παρατηρήσεων	49
n1 = Αριθμός θετικών πρόσημων [+]	19
n2 = Αριθμός αρνητικών πρόσημων [-]	30
r = Αριθμός ροών "runs"	9
E[k] =	24,265
V[k] =	10,792
σ[k]	3,285
z _r	4,647
a (%)	0,05
p-value	0,000
z-crit	1,960
Απόφαση	H1: serial autocorrelation

Τα κατάλοιπα του υποδείγματος $inf_t = b_0 + b_1 unem_t + \varepsilon_t$ εισάχθηκαν στη στήλη B (RESIDUAL). Όπως προκύπτει από τους υπολογισμούς, η αλλαγή πρόσημου στα κατάλοιπα έγινε 9 φορές (μικρός αριθμός). $|z_r| = 4,647 > 1,96$ και $p\text{-value} = 0,000 \rightarrow$ ισχύει H_1

4./ Έλεγχος Breusch - Godfrey

- ❑ Ο έλεγχος αυτός ανήκει στην κατηγορία των ελέγχων που ονομάζονται έλεγχοι των πολλαπλασιαστών του Lagrange (LM).
- ❑ Ο έλεγχος αυτός μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις μορφές αυτοσυσχέτισης και όχι μόνο στην αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού (AR1)

- ❑ Ο έλεγχος για σειριακή συσχέτιση q βαθμού είναι:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_q = 0$$

- ❑ Εφαρμόζουμε την MET στο μοντέλο:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{1t} + \dots + b_k X_{kt} + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T$$

- ❑ Με βάση τις εκτιμήσεις του διαταρακτικού όρου, εφαρμόζουμε την MET στο ακόλουθο μοντέλο:

$$\hat{\varepsilon}_t = a_0 + a_1 X_{1t} + \dots + a_k X_{kt} + \rho_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \rho_2 \hat{\varepsilon}_{t-2} + \dots + \rho_q \hat{\varepsilon}_{t-q} + v_t \quad t = (q+1), \dots, T$$

→ R_ε^2

- ❑ Εφαρμόζουμε τον έλεγχο με τον πολλαπλασιαστή Lagrange (LM), για να ελέγξουμε τη H_0 .

→ $LM = (T - q)R_\varepsilon^2 \rightarrow X_q^2$ όπου T = αριθμός ετών του αρχικού υποδείγματος

Αν $LM > X_q^2$ τότε απορρίπτουμε την H_0 και υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης.

Επειδή, δεν γνωρίζουμε - εκ των προτέρων - ποιος είναι ο βαθμός αυτοσυσχέτισης, ξεκινάμε με αρκετά μεγάλο βαθμό μέχρι να βρούμε τον ακριβό βαθμό

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

4./ ΕΛΕΓΧΟΣ Breusch-Godfrey

- ❑ Με την εκτίμηση του αρχικού μοντέλου, βρήκαμε τις εκτιμήσεις του διαταρακτικού όρου (RES_1).
- ❑ Με βάση την μεταβλητή RES_1, δημιουργήσαμε τρεις μεταβλητές που αντιστοιχούν στα κατάλοιπα με 1, 2 και 3 χρονικές υστερήσεις (θα μπορούσαμε να λαμβάνουμε υπόψη και παραπάνω βαθμούς υστερήσεις).
- ❑ Εφαρμόζουμε την MET στον ακόλουθο μοντέλο:

$$\text{inf} = b_0 + b_1 \text{unem} + \varepsilon \quad \text{με 49 παρατηρήσεις} \rightarrow \text{δημιουργία της μεταβλητής RES}_1$$

- ❑ Έπειτα, εφαρμόζουμε την MET στον παρακάτω μοντέλο:

$$\text{Res}_1 = a_0 + a_1 \text{unem} + \rho_1 \text{Res}_1_1 + \rho_2 \text{Res}_1_2 + \rho_3 \text{Res}_1_3 + v$$

με 46 παρατηρήσεις

- ❑ Τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης στα κατάλοιπα μας δίνει για το συντελεστή προσδιορισμού :

$$\mathbf{R}_\varepsilon^2 = \mathbf{0,657}$$

Ενώ παράλληλα, όλοι οι συντελεστές $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$ είναι στατιστικά σημαντικοί.

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

4./ ΕΛΕΓΧΟΣ Breusch-Godfrey

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,811 ^a	,657	,624	1,83030319	1,754

a. Predictors: (Constant), LAGS(RES_1,3), LAGS(RES_1,1), unem, LAGS(RES_1,2)

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	3,653	1,328		2,751	,009
unem	-,636	,225	-,338	-2,828	,007
LAGS(RES_1,1)	,988	,128	,996	7,694	,000
LAGS(RES_1,2)	-,436	,152	-,454	-2,861	,007
LAGS(RES_1,3)	,443	,116	,472	3,828	,000

a. Dependent Variable: Unstandardized Residual

$$LM = (T - q)R_{\varepsilon}^2 = (49 - 3) \times 0,657 = 30,22$$

- ✓ Για 5% και $q=3$, $X_q^2 = 7,81 \Rightarrow LM > X_q^2 \Rightarrow H_1$
- ✓ Για 1% και $q=3$, $X_q^2 = 11,34$

Αρχείο:

Autocorrelation Tests_MND.xls

B	C	D
BREUSCH-GODFREY TEST (LM STATISTICS)		
Διαδικασίες που πρέπει να κάνετε:		
/1/ Εισάγετε τις 3 τιμές στα κελιά με πορτοκαλί χρώμα		
Αριθμός ετών	49	
Αριθμός χρονικών υστερήσεων	3	
R_{ε}^2	0,657	
T-q	46	
LM = (T-q)·R_ε²	30,22	
a (%)	0,05	0,01
χ^2	7,81	11,34
p-value	0,000	
Απόφαση	H1: serial autocorrelation	H1: serial autocorrelation

5./ Έλεγχος h-Durbin

Όταν το αρχικό μοντέλο περιλαμβάνει **χρονική υστέρηση** (ενσωμάτωση της εξαρτημένης στις ερμηνευτικές με μια περίοδο υστέρησης), ο έλεγχος των DW δεν είναι αξιόπιστος. Ο Durbin προτείνει εναλλακτικό έλεγχο με τη στατιστική **h-Durbin**.

□ Εφαρμόζουμε την MET στο αρχικό μας μοντέλο που έχει πλέον την ακόλουθη μορφή:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{t1} + \dots + b_k X_{tk} + a Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad Y_{t-1} = \text{lag variable} \quad [2]$$

□ Υπολογίζουμε τον εκτιμημένο ρ , με βάση την τιμή του DW

□ Υπολογίζουμε την στατιστική **h-Durbin**, όπου:

$$\hat{h} = \hat{\rho} \cdot \sqrt{\frac{T}{1 - T \cdot \text{Var}(\hat{a})}} \quad T = \text{αριθμός παρατηρήσεων του μοντέλου} [1]$$

□ Αν T αρκετά μεγάλο, η στατιστική h-Durbin ακολουθεί κανονική κατανομή.

□ Αν $|\hat{h}| \geq 1,96$, τότε η υπόθεση H_0 ($\rho=0$) απορρίπτεται και ισχύει η H_1 .

Όμως ο έλεγχος αυτός δεν μπορεί να εφαρμοστεί συστηματικά εφόσον η στατιστική h απαιτεί: $T \cdot \text{Var}(\hat{a}) > 1$

2ο Μοντέλο εφαρμογής:

5./ ΕΛΕΓΧΟΣ h-Durbin

Υπόδειγμα: $inf_t = b_0 + b_1 unem_t + b_2 inf_{t-1} + \varepsilon_t$ [2]

Το υπόδειγμα περιλαμβάνει μια χρονική υστέρηση: ο πληθωρισμός στο έτος t επηρεάζεται και από το επίπεδο πληθωρισμού του προηγούμενου έτος: t-1.

- ❑ Δημιουργούμε την μεταβλητή **inf_{t-1}** με την γνωστή εντολή: **Transform, Create Time Series**.
- ❑ Εφαρμόζουμε την MET στο μοντέλο [2]: $inf = b_0 + b_1 unem_t + b_2 inf_1 + \varepsilon$

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,683 ^a	,467	,443	2,3592	1,477

a. Predictors: (Constant), LAGS(inf,1), unem

b. Dependent Variable: inf

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	2,431	1,354		1,795	,079
	unem	-,244	,261	-,120	-,935	,355
	LAGS(inf,1)	,728	,126	,739	5,762	,000

a. Dependent Variable: inf

- ❑ Υπολογίζουμε την στατιστική h-Durbin (Χρήση του αρχείου: **Autocorrelation Tests_MND.xls**)

1ο Μοντέλο εφαρμογής:

5./ ΕΛΕΓΧΟΣ h-Durbin

B	C	D	E
ΕΛΕΓΧΟΣ h-Durbin			
Διαδικασίες που πρέπει να κάνετε:			
/1/ Εισάγετε τις 3 τιμές στα κελιά με πορτοκαλί χρώμα			
Αριθμός ετών			
Τιμή του Durbin-Watson			
Εκτίμηση του ρ		1,000	
Τυπικό σφάλμα του συντελεστή(*)			
Διακύμανση του συντελεστή		0,000	
h-Durbin		0,00	
Εισαγωγή των 3 απαραίτητων τιμών			
a (%)	5%	1%	0,1%
z _a	1,96	2,58	3,29
Απόφαση	H0: no serial autocorrelation	H0: no serial autocorrelation	H0: no serial autocorrelation

(*) Πρόκειται για τον συντελεστή της μεταβλητής με μια χρονική υστέρηση

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,683 ^a	,467	,443	2,3592	1,477

a. Predictors: (Constant), LAGS(inf,1), unem

b. Dependent Variable: inf

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	2,431	1,354		1,795	,079
	unem	-,244	,261	-,120	-,935	,355
	LAGS(inf,1)	,728	,126	,739	5,762	,000

a. Dependent Variable: inf

T= 48 (έχουμε χάσει μια παρατήρηση με την υστέρηση)
Durbin-Watson = 1,477 → $\hat{\rho} = 0,262$.

Τυπικό σφάλμα του συντελεστή \hat{a} (Standard Error) = 0,126 → $V(\hat{a}) = 0,762$

H-Durbin = 3,88 > 1,96

B	C	D	E
ΕΛΕΓΧΟΣ h-Durbin			
Διαδικασίες που πρέπει να κάνετε:			
/1/ Εισάγετε τις 3 τιμές στα κελιά με πορτοκαλί χρώμα			
Αριθμός ετών			49
Τιμή του Durbin-Watson			1,477
Εκτίμηση του ρ			0,262
Τυπικό σφάλμα του συντελεστή(*)			0,126
Διακύμανση του συντελεστή			0,778
h-Durbin		3,88	
Εισαγωγή των 3 απαραίτητων τιμών			
a (%)	5%	1%	0,1%
z _a	1,96	2,58	3,29
Απόφαση	H1: serial autocorrelation	H1: serial autocorrelation	H1: serial autocorrelation

(*) Πρόκειται για τον συντελεστή της μεταβλητής με μια χρονική υστέρηση

Durbin-Watson = 1,477 → $\hat{\rho} = 0,262$.

Τυπικό σφάλμα του συντελεστή \hat{a} (Standard Error) = 0,126 → $V(\hat{a}) = 0,778$

6./ Εναλλακτικός Έλεγχος του Durbin

Όταν οι ερμηνευτικές μεταβλητές δεν είναι αυστηρά εξωγενείς, το DW δεν είναι αξιόπιστο διότι η στατιστική τείνει συστηματικά προς το 2.

Η ύπαρξη χρονικής υστέρησης για την εξαρτημένη μεταβλητή απαιτεί τη χρήση του εναλλακτικού ελέγχου του Durbin.

Διαδικασία:

- Εφαρμόζουμε την MET στο μοντέλο:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_{1t} + \dots + b_k X_{kt} + b_{k+1} Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T$$

- Με βάση τις εκτιμήσεις του διαταρακτικού όρου $\hat{\varepsilon}_t$, εφαρμόζουμε την MET στο ακόλουθο μοντέλο:

$$\hat{\varepsilon}_t = a_0 + a_1 X_{1t} + \dots + a_k X_{kt} + a_{k+1} Y_{t-1} + \rho \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t \quad t = 2, \dots, T$$

- Παίρνουμε τα αποτελέσματα σχετικά με την εκτίμηση του ρ , t_ρ και p-value, για να ελέγξουμε τη $H_0: \rho=0$ έναντι την $H_1: \rho \neq 0$.

Σε αυτή την περίπτωση, **ο έλεγχος t είναι έγκυρος**.

2ο Μοντέλο εφαρμογής:

6./ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ του Durbin

Υπόδειγμα: $inf_t = b_0 + b_1 unem_t + b_2 inf_{t-1} + \varepsilon_t$ [2]

Με την εκτίμηση του υποδείγματος [2], βρήκαμε τις εκτιμήσεις του διαταρακτικού όρου (RES_2).

- ❑ Δημιουργούμε την μεταβλητή RES_2_1 (Διαταρακτικός όρος με μια χρονική υστέρηση).
- ❑ Εφαρμόζουμε την MET στον ακόλουθο υπόδειγμα:

$$Res_2 = a_0 + a_1 unem + a_2 inf_1 + \rho RES_2_1 + v$$

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,155 ^a	,024	-,044	2,04188583	1,712

a. Predictors: (Constant), LAGS(RES_2,1), unem, LAGS(inf,1)

b. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	,367	1,176		,312	,757
	unem	-,048	,241	-,038	-,198	,844
	LAGS(inf,1)	,020	,170	,032	,118	,907
	LAGS(RES_2,1)	,117	,201	,137	,584	,563

a. Dependent Variable: Unstandardized Residual

Ο συντελεστής $\rho = 0,117$
 Η p-value για ρ είναι πολύ υψηλή (> 10%), δεν υπάρχει τελικά έντονο πρόβλημα αυτοσυσχέτισης.

**Ποιες οι λύσεις όταν διαπιστώνουμε την ύπαρξη
αυτοσυσχέτισης;**

Οι λύσεις ...

- ❑ Μια πρώτη λύση είναι η μετατροπή του υποδείγματος από γραμμικό σε λογαριθμικό ή σε πολυωνυμικό ή ακόμα σε δυναμικό.
- ❑ Αν η μετατροπή δεν λύνει το πρόβλημα, τότε πρέπει να αλλάξουμε μέθοδο εκτίμησης της παλινδρόμησης έτσι ώστε να λάβουμε υπόψη μας την αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων όπως:
 - ✓ Η γενικευμένη (ή εφικτή) μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων
 - ✓ Η γενικευμένη (ή εφικτή) μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας

Οι γενικευμένες μέθοδοι αφορούν αποκλειστικά τον 1^ο βαθμό αυτοσυσχέτισης
Γενικά χρησιμοποιούμε τις εφικτές μεθόδους και πιο συγκεκριμένα:

- ✓ Η μέθοδος διαδικασιών σε δύο βήματα
- ✓ Η μέθοδος επαναληπτικών διαδικασιών (γενίκευση της μεθόδου σε 2 βήματα)