ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (ΜΥ0202)

Μ.Ν. ΝΤΥΚΈΝ,
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΊΑΣ
Τ.Μ.Χ.Π.Π.Α.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

2018-2019

ΑΡΧΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

1. **Ατομικά δεδομένα**

Έστω X = μεταβλητή που εξετάζεται
n = αριθμός ατόμων του πληθυσμού ή του δείγματος (αριθμός παρατηρήσεων)
Κάθε άτομο έχει την ίδια απόλυτη συχνότητα = 1 ➔ σχετική συχνότητα : $f_i = \frac{1}{n}$ ➔ $\sum_{i=1}^{n} f_i = n$

2. **Ομαδοποιημένα δεδομένα**

Έστω k = αριθμός κατηγοριών / ομάδων / τάξεων
n = αριθμός ατόμων του πληθυσμού ή του δείγματος ➔ n_i = αριθμός ατόμων στην κατηγορία / ομάδα i, όπου i=1,…, k

Κάθε κατηγορία έχει διαφορετική απόλυτη συχνότητα = n_i ➔ σχετική συχνότητα για την κατηγορία i : $f_i = \frac{n_i}{n}$ ➔ $\sum_{i=1}^{k} f_i = 1$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ: τι πρέπει να γνωρίζουμε;

1. Παραγωγή κυκλικού διαγράμματος

Για κάθε κυκλικό τομέα i = 1,…, k, υπολογίζουμε : $360 \times \frac{n_i}{n} = 360 \times f_i$

Όπου $f_i = \frac{n_i}{n}$ ή $f_i = 100 \times \frac{n_i}{n}$ (%)

2. Παραγωγή Ιστογράμματος με κλάσεις διαφορετικού πλάτος

(α) Επιλογή εύρους αναφοράς στον οριζόντιο άξονα (π.χ. 0 – 9,9 = 1)
(β) Ορισμός μονάδες αναφορών για κάθε κλάση
(γ) Υπολογισμός διορθωμένων συχνοτήτων για κάθε κατηγορία / ομάδα / κλάση:

$$f_i^* = f_i / \mu o \nu \acute{\alpha} \delta \varepsilon \varsigma$$

Κλάσεις	n_i	f_i	Μονάδες	f_i^*
0 – 9,9	32	0,356	1	0,356
10,0 – 19,9	22	0,244	1	0,244
20,0 – 39,9	18	0,200	2	0,100
40,0 – 59,9	9	0,100	2	0,050
60,0 – 99,9	9	0,100	4	0,025
Σύνολο	90	1,000		

3. Παραγωγή Ιστογράμματος με κλάσεις ίσου πλάτος

Εύρος τιμών της μεταβλητής X: e = Xmax – Xmin
Πλάτος της κάθε κλάση = e / k όπου k = πλήθος ομάδων
Αριθμός κλάσεων **k** υπολογίζεται με: **$k = 1 + 3{,}3 \log_{10}(n)$**
όπου n = πλήθος των παρατηρήσεων

$\log_{10}(n)$ = λογάριθμος (δεκαδικός λογάριθμος) ➔ βλέπε πίνακα στο παράρτημα

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥ και ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑ ΜΕ *ΑΤΟΜΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ*

	n = Μόνος	n = Ζυγός
Θέση της διάμεσου δίνεται από	$\frac{n+1}{2}$	$\frac{n}{2}$ $\kappa\alpha\iota$ $\frac{n}{2}+1$
Τιμή της διάμεσου	$\mathrm{M}_d = Q_2 = X_{\frac{n+1}{2}}$	$\mathrm{M}_d = Q_2 = \frac{1}{2}(X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1})$

Μέθοδος Tukey′ s Hinges

(A) n = Μόνος		(B) n = Ζυγός	
$n' = \frac{n+1}{2}$		$n' = \frac{n}{2}$	
(A1) n′ : μονός	**(A2) n′ : ζυγός**	**(B1) n′ : μονός**	**(B2) n′ : ζυγός**
$Q_1 = X_{\frac{n'+1}{2}}$	$Q_1 = \frac{1}{2}\left(X_{\frac{n'}{2}} + X_{\frac{n'}{2}+1}\right)$	$Q_1 = X_{\frac{n'+1}{2}}$	$Q_1 = \frac{1}{2}\left(X_{\frac{n'}{2}} + X_{\frac{n'}{2}+1}\right)$
$Q_3 = X_{\frac{3n'-1}{2}}$	$Q_3 = \frac{1}{2}\left(X_{\frac{3n'}{2}} + X_{\frac{3n'}{2}-1}\right)$	$Q_3 = X_{\frac{3n'+1}{2}}$	$Q_3 = \frac{1}{2}\left(X_{\frac{3n'}{2}} + X_{\frac{3n'}{2}+1}\right)$

Άλλη η **θέση** του Q_1 , Q_2 και Q_3 και άλλη η **τιμή** τους!

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥ, ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΩΝ ΚΑΙ ΔΕΚΑΤΗΜΟΡΙΩΝ ΜΕ *ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ*

Έστω **m** = αριθμός της τάξης που περιλαμβάνει το Τεταρτημόριο Q_1, Q_2, Q_3 ή το Δεκατημόριο d_1, d_2,…, d_8, d_9, ανάλογα με αυτό που αναζητούμε

$$Q_p \text{ ή } D_p = L_m + \frac{w}{n_m}(p.n - N_{m-1})$$

ή

$$Q_p \text{ ή } D_p = L_m + \frac{w}{f_m}(p - F_{m-1})$$

L_m = αριστερό άκρο της **τάξης αναφοράς m** (τάξη μέσα στην οποία βρίσκεται ο δείκτης Q_p)

n = πλήθος ατόμων, μέγεθος δείγματος

w = πλάτος διαστήματος της τάξης m

p = 0,25 (Q_1), 0,75 (Q_3), 0,1 ($_{D1}$), 0,2 (D_2),…, 0,9 (D_9)

N_{m-1} = **απόλυτη** ***αθροιστική*** συχνότητα του διαστήματος που προηγείται του διαστήματος αναφοράς

F_{m-1} = **σχετική** ***αθροιστική*** συχνότητα του διαστήματος που προηγείται του διαστήματος αναφοράς

Κάτω και Άνω Εσωτερικοί φράχτες:

Κάτω: $W_1 = Q_1 – 1.5 \times (Q_3-Q_1) = Q_1 - 1.5 \times d_F$

Άνω : $W_3 = Q_3 + 1.5 \times (Q_3-Q_1) = Q_3 +1.5 \times d_F$

Κάτω και Άνω Εξωτερικοί φράχτες:

Κάτω: $WW_1 = Q_1 – 3 \times (Q_3-Q_1) = Q_1 - 3 \times d_F$

Άνω : $WW_3 = Q_3 + 3 \times (Q_3-Q_1) = Q_3 +3 \times d_F$

Θηκόγραμμα

ΜΕΤΡΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ – ΑΠΛΑ ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Μέτρα	Ατομικά δεδομένα	Ομαδοποιημένα δεδομένα
Μέση τιμή	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i X_i = \sum_{i=1}^{k} f_i X_i$
Εύρος τιμών	e = Xmax - Xmin	
Ενδοτεταρτομοριακό διάστημα (εύρος)	$D_F = Q_3 - Q_1$	
Σχετικό Ενδοτεταρτομοριακό διάστημα	$ED = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$	
Διάστημα του Kelley	$DK = D_9 - D_1$	
Αναλόγια μεταξύ 9ου Δεκατημόριου και 1ου Δεκατημόριου (Dispersion Ratio)	$DR = \frac{D_9}{D_1}$	

ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ

Μέτρα	Ατομικά δεδομένα	Ομαδοποιημένα δεδομένα
Διακύμανση (διασπορά) (α) **Πληθυσμός ή μεγάλο δείγμα**	$V[X]=s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n}$	$V[X]=s^2=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i(X_i-\bar{X})^2}{n}$
Διακύμανση (διασπορά) (β) **Μικρό δείγμα**	$V[X]=s^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$	$V[X]=s^2=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$
Τυπική απόκλιση	$s=\sqrt{V(X)}$	
Απλός συντελεστής μεταβλητότητας (CV)	$CV=\frac{s}{\bar{X}}$	
Σταθμισμένος συντελεστής μεταβλητότητας (wCV) για n χωρικές ενότητες	$wCV=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}w_i(X_i-\bar{X})^2}}{\bar{X}}$ όπου $w_i=\frac{P_i}{P_\bullet}$	P. = Συνολικός πληθυσμός Pi = Πληθυσμός περιοχής i

ΜΕΤΡΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

- α_3 = ***Συντελεστής Λοξότητας*** (coefficient of Skewness) = $\alpha_3 = \dfrac{m_3}{s^3}$, m_3 = κεντρική ροπή τάξης 3

- α_4 = ***Συντελεστής Κύρτωσης*** (coefficient of Kurtosis) = $\alpha_4 = \dfrac{m_4}{s^4}$, m_4 = κεντρική ροπή τάξης 4

Ατομικά δεδομένα: $m_r = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^r$ Ομαδοποιημένα δεδομένα: $m_r = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x})^r$

ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ (Δ.Ε.)

Το **ακριβές** (1-α)% Δ.Ε. της **μέσης τιμής** είναι: $\mu \pm z_a \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{d}$ και $d \approx 1 - \frac{n}{N}$

n > 30
- 95% Δ.Ε. → α=5% → z_a = 1,960
- 98% Δ.Ε. → α=2% → z_a = 2,326
- 99% Δ.Ε. → α=1% → z_a = 2,576

Οι τιμές του z_a διαβάζονται στον πίνακα της κανονικής κατανομής (μεγάλα δείγματα) ή στον πίνακα του Student (μικρά δείγματα)

Το **ακριβές** (1-α)% Δ.Ε. μιας **αναλογίας** (p) / ποσοστό είναι: $p \pm z_a \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.\sqrt{d} = p \pm z_a \times \sqrt{\frac{pq}{n}}.\sqrt{d} = p \pm z_a \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.\sqrt{d}$

Το (1-α)% Δ.Ε. για τη **διαφορά μεταξύ 2 μέσων τιμών**: (α) **μεγάλα δείγματα** $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm z_a.\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$

(β) **Τουλάχιστον ένα από τα 2 δείγματα είναι μικρό** $(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t(v, a/2).s.\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

$$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

Το (1-α)% Δ.Ε. για τη διαφορά μεταξύ 2 αναλογιών: (α) **μεγάλα δείγματα** $(p_1 - p_2) \pm z_a.\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$

(β) **Τουλάχιστον ένα από τα 2 δείγματα είναι μικρό** $(p_1 - p_2) \pm t(v, a/2).\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}$

Όπου $v = n_1 + n_2$

(1). Έλεγχος της μέσης τιμής (<u>έχουμε μια μεταβλητή και ένα δείγμα</u>)

<u>Στατιστική του ελέγχου</u>: t-Student

$$t = \frac{\mu - \mu_o}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Ho (μ = μο) απορρίπτεται όταν :		
Δίπλευρος έλεγχος (μ≠μο)	Μονόπλευρος έλεγχος από δεξιά (μ > μο)	Μονόπλευρος έλεγχος από αριστερά (μ < μο)
$\lvert t \rvert$ > t(n-1;a/2) ή $\lvert z \rvert$ > z_a	**t > t(n-1;a) ή t > z_a**	**t < - t(n-1;a) ή t < - z_a**

(2). Έλεγχος για τη διαφορά δύο μέσων τιμών

1η περίπτωση
2 ανεξάρτητα δείγματα που προκύπτουν από 2 διαφορετικούς πληθυσμούς

2 δείγματα με μέγεθος > 30 (n_1 > 30 και n_2 > 30)	2 δείγματα όπου τουλάχιστον ένα έχει μέγεθος ≤ 30 ($n_1 \leq 30$ ή/και $n_2 \leq 30$) και οι διασπορές των πληθυσμών είναι ίσες ($\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$)	2 δείγματα με μέγεθος ≤ 30 ($n_1 \leq 30$ και $n_2 \leq 30$) και οι διασπορές των πληθυσμών είναι διαφορετικές ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)
$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$	$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}}$	$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$
$\lvert t \rvert < z_a$ ➔ Αποδοχή της Ho	$\lvert t \rvert < t(n_1+n_2-1; a/2)$ ➔ Αποδοχή της Ho	$\lvert t \rvert < t(v; a/2)$ ➔ Αποδοχή της Ho

$n_1 = n_2 = n$

v = 2 x (n-1)

$n_1 \neq n_2$

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

(2). Έλεγχος για τη διαφορά δύο μέσων τιμών

2η περίπτωση

1 και μοναδικό δείγμα που προκύπτει από 1 και μοναδικό πληθυσμό, όμως έχουμε **2 μεταβλητές** (2 μετρήσεις): X_1 και X_2

Έστω $Z = X_1 - X_2$ $\bar{Z}$ = μέση τιμή της μεταβλητής Z και s_z = τυπική απόκλιση της Z

Στατιστική : $t = \frac{\bar{z}}{s_z/\sqrt{n}}$

Απόφαση:

(i) $n \le 30$: $|t| < t(n\text{-}1; a/2)$ ➔ Αποδοχή της Ho

(ii) $n > 30$: $|t| < z_a$ ➔ Αποδοχή της Ho

ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ [04/04]

(3). Έλεγχος για τη αναλογία p (ένα δείγμα)

Στατιστική του ελέγχου:

$$z = \frac{p - p_o}{\sqrt{\frac{p.q}{n}}}$$

Απόφαση: Ηο απορρίπτεται όταν $|z| > z_a$

p_o = ποσοστό αναφοράς
p = ποσοστό (αναλογία) των ατόμων του δείγματος που έχουν ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό.
q = 1 - p

(4). Έλεγχος για τη διαφορά αναλογιών δύο πληθυσμών (δύο δείγματα)

Στατιστική του ελέγχου:

$$z = \frac{p_1 - p_2}{s} \quad \& \quad s = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

Απόφαση: Ηο απορρίπτεται όταν $|z| > z_a$

ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

(α) Ανεξαρτησία μεταξύ δύο ποιοτικών μεταβλητών

$$X^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$E_{ij} = \dfrac{O_{i.} \times O_{.j}}{O_{..}}$ Αν $X^2 \geq X^2(v;a)$ ➔ η υπόθεση Ηο απορρίπτεται $\nu = (r-1)x(c-1)$

$$V = \sqrt{\frac{X^2}{n \times \min(r-1, c-1)}}$$

(β) Συσχέτιση μεταξύ δύο ποσοτικών μεταβλητών

Γραμμική συσχέτιση

$$r_p = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(Y_i-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n} \times \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}{n}}}$$

Μη Γραμμική συσχέτιση

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i-1}^{n} d_i^2}{n^3 - n}$$

όπου $d_i = Rk(X_i) - Rk(Y_i)$

ANOVA

Εκτίμηση των διακυμάνσεων

Συνολική διακύμανση του δείγματος: **Total Sum of Squares**

TSS = $\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(\mathrm{Y}_{ij}-\overline{\mathrm{Y}})^2$ όπου $\overline{\mathrm{Y}}$ = μέση τιμή του δείγματος

Διακύμανση μεταξύ των ομάδων: **Between groups Sum of Squares**

BSS =$\sum_{j=1}^{k} n_j(\overline{\mathrm{Y}}_j - Y)^2$ όπου $\overline{\mathrm{Y}}_j$= μέση τιμή της ομάδας j, (j= 1,…k)

Διακύμανση εντός των ομάδων: **Within groups Sum of Squares**

WSS = $\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(Y_{ij}-\overline{Y}_j)^2$ όπου $\overline{Y}_j$= μέση τιμή της ομάδας j

TSS = BSS + WSS

Υπολογισμός της Στατιστικής του Fisher

$$\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{BSS/(k-1)}}{\boldsymbol{WSS/(n-k)}}$$

Απόφαση

Εάν F ≥ F(k-1;n-κ) ➔ η υπόθεση H_o απορρίπτεται

Πίνακες

Αριθμός παρατηρήσεων n	$log_{10}(n)$		Αριθμός παρατηρήσεων n	$log_{10}(n)$		Αριθμός παρατηρήσεων n	$log_{10}(n)$
10	1,000		26	1,415		42	1,623
11	1,041		27	1,431		43	1,633
12	1,079		28	1,447		44	1,643
13	1,114		29	1,462		45	1,653
14	1,146		30	1,477		46	1,663
15	1,176		31	1,491		47	1,672
16	1,204		32	1,505		48	1,681
17	1,230		33	1,519		49	1,690
18	1,255		34	1,531		50	1,699
19	1,279		35	1,544		51	1,708
20	1,301		36	1,556		52	1,716
21	1,322		37	1,568		53	1,724
22	1,342		38	1,580		54	1,732
23	1,362		39	1,591		55	1,740
24	1,380		40	1,602		60	1,778
25	1,398		41	1,613		70	1,845

Πίνακες

Πίνακας της κατανομής Student για (n-1) και a/2

n-1	α/2 = 0.10	α/2= 0,05	α/2 = 0,025	α/2 = 0,01	α/2 = 0,005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

n > 30, μεγάλο δείγμα.

Κατά προσέγγιση, η κατανομή Student του τείνει προς την Κανονική κατανομή.

α = 5% (0,05) ➔ α/2 = 0,025 ➔ $z_α$ = 1,960

α = 1% (0,01) ➔ α/2 = 0,005 ➔ $z_α$ = 2,576

Πίνακες

Πίνακας της κατανομής X^2

	α				
ν	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
1	3,84	4,22	4,71	5,41	6,63
2	5,99	6,44	7,01	7,82	9,21
3	7,81	8,31	8,95	9,84	11,34
4	9,49	10,03	10,71	11,67	13,28
5	11,07	11,64	12,37	13,39	15,09
6	12,59	13,20	13,97	15,03	16,81
7	14,07	14,70	15,51	16,62	18,48
8	15,51	16,17	17,01	18,17	20,09
9	16,92	17,61	18,48	19,68	21,67
10	18,31	19,02	19,92	21,16	23,21
11	19,68	20,41	21,34	22,62	24,72
12	21,03	21,79	22,74	24,05	26,22
13	22,36	23,14	24,12	25,47	27,69
14	23,68	24,49	25,49	26,87	29,14
15	25,00	25,82	26,85	28,26	30,58
16	26,30	27,14	28,19	29,63	32,00
17	27,59	28,44	29,52	31,00	33,41
18	28,87	29,75	30,84	32,35	34,81
19	30,14	31,04	32,16	33,69	36,19
20	31,41	32,32	33,46	35,02	37,57

Πίνακας του *Bravais-Pearson*

ddl	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,9512	0,9878	0,9971	0,9997	1,0000	1,0000
2	0,8002	0,9002	0,9502	0,9802	0,9902	0,9992
3	0,6872	0,8055	0,8785	0,9345	0,9589	0,9913
4	0,6085	0,7294	0,8116	0,8823	0,9173	0,9742
5	0,5510	0,6696	0,7546	0,8330	0,8747	0,9510
6	0,5069	0,6216	0,7069	0,7889	0,8345	0,9251
7	0,4717	0,5824	0,6665	0,7499	0,7978	0,8984
8	0,4429	0,5495	0,6320	0,7156	0,7647	0,8723
9	0,4188	0,5216	0,6022	0,6852	0,7349	0,8472
10	0,3982	0,4974	0,5761	0,6582	0,7080	0,8235
11	0,3804	0,4763	0,5531	0,6340	0,6837	0,8011
12	0,3647	0,4577	0,5326	0,6122	0,6615	0,7801
13	0,3508	0,4410	0,5141	0,5924	0,6413	0,7605
14	0,3384	0,4261	0,4975	0,5744	0,6227	0,7421
15	0,3273	0,4125	0,4823	0,5579	0,6057	0,7248
16	0,3171	0,4002	0,4684	0,5427	0,5899	0,7086
17	0,3079	0,3889	0,4557	0,5287	0,5752	0,6933
18	0,2994	0,3785	0,4439	0,5157	0,5616	0,6789
19	0,2915	0,3689	0,4330	0,5035	0,5489	0,6654
20	0,2843	0,3600	0,4229	0,4922	0,5369	0,6525
21	0,2776	0,3517	0,4134	0,4817	0,5258	0,6404
22	0,2713	0,3439	0,4045	0,4717	0,5153	0,6289
23	0,2654	0,3367	0,3962	0,4624	0,5053	0,6179
24	0,2599	0,3299	0,3884	0,4536	0,4960	0,6075
25	0,2547	0,3234	0,3810	0,4452	0,4871	0,5976
26	0,2499	0,3174	0,3740	0,4373	0,4787	0,5881
27	0,2453	0,3116	0,3674	0,4296	0,4707	0,5791
28	0,2409	0,3062	0,3612	0,4227	0,4630	0,5705
29	0,2368	0,3010	0,3552	0,4159	0,4558	0,5622
30	0,2328	0,2961	0,3495	0,4095	0,4488	0,5543
31	0,2291	0,2915	0,3441	0,4033	0,4422	0,5467
32	0,2255	0,2870	0,3389	0,3974	0,4359	0,5394
33	0,2221	0,2827	0,3340	0,3917	0,4298	0,5323
34	0,2189	0,2787	0,3293	0,3863	0,4240	0,5256
35	0,2157	0,2748	0,3247	0,3811	0,4184	0,5190
36	0,2128	0,2710	0,3204	0,3761	0,4130	0,5128
37	0,2099	0,2674	0,3162	0,3713	0,4078	0,5067
38	0,2071	0,2640	0,3122	0,3667	0,4028	0,5009
39	0,2045	0,2606	0,3083	0,3622	0,3980	0,4952
40	0,2019	0,2574	0,3045	0,3579	0,3933	0,4897
50	0,1808	0,2308	0,2734	0,3219	0,3543	0,4434
60	0,1651	0,2110	0,2502	0,2950	0,3250	0,4080
70	0,1530	0,1955	0,2320	0,2738	0,3019	0,3799
80	0,1431	0,1831	0,2173	0,2567	0,2831	0,3570
90	0,1350	0,1727	0,2051	0,2424	0,2674	0,3377
100	0,1281	0,1639	0,1948	0,2302	0,2541	0,3212

Πίνακες

Πίνακας της κατανομής του FISHER

F Values for $\alpha = 0.05$

n-k \ k-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.3	19.33	19.35	19.37	19.38
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96
inf	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88

F Values for $\alpha = 0.01$

n-k \ K-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.2	5.06	4.94
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.14
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56
inf	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41