

Η ημερομηνία παράδοσης του 2ου συνόλου ασκήσεων θα ανακοινωθεί σύντομα.

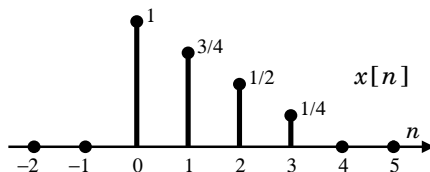
Άσκηση 1: Υπολογίστε τον DFT, $X[k]$ για $0 \leq k \leq N - 1$, του σήματος:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{για } 0 \leq n \leq (N/2)-1 \\ 0, & \text{για } N/2 \leq n \leq N-1, \end{cases}$$

με N άρτιο. Απλοποιείστε την έκφραση που λαμβάνετε για $k = 0$, k άρτιο, και k περιττό.

Άσκηση 2: Θεωρήστε την πεπερασμένη ακολουθία $x[n]$ του παρακάτω σχήματος. Έστω επίσης $X[k]$ ο DFT τεσσάρων σημείων ($N = 4$) της ακολουθίας αυτής. Σχεδιάστε την ακολουθία $y[n]$, της οποίας ο DFT ισούται με

$$Y[k] = e^{-j3\pi k/2} X[k], \quad k = 0, 1, 2, 3.$$



Άσκηση 3: Υπολογίστε τον DFT μήκους $N = 24$ των δύο πεπερασμένων ακολουθιών $x[n] = \delta[n - 8]$ και $x[n] = \sin(\pi n/3)$, για $0 \leq n \leq 23$.

Άσκηση 4: Δίνονται οι ακολουθίες τεσσάρων δειγμάτων:

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right), \quad h[n] = 2^n, \quad \text{για } n = 0, 1, 2, 3.$$

Υπολογίστε πρώτα τους DFT των $x[n]$ και $h[n]$, $X[k]$ και $H[k]$, για $N = 4$. Στη συνέχεια υπολογίστε την γραμμική και την κυκλική συνέλιξη των $x[n]$ και $y[n]$, και συγκρίνετε τις μεταξύ τους, όπως και με την ακολουθία που προκύπτει από τον αντίστροφο DFT του γινομένου $X[k]H[k]$ ($N = 4$).

Άσκηση 5: Υπολογίστε την κυκλική συνέλιξη των ακολουθιών:

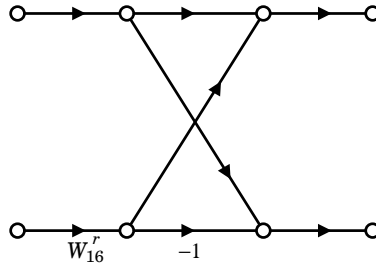
$$x[n] = 6\delta[n] + 5\delta[n - 1] + 4\delta[n - 2] + 3\delta[n - 3] + 2\delta[n - 4] + \delta[n - 5]$$

και

$$h[n] = \delta[n] + \delta[n - 4],$$

για $N = 6$ και για $N = 10$.

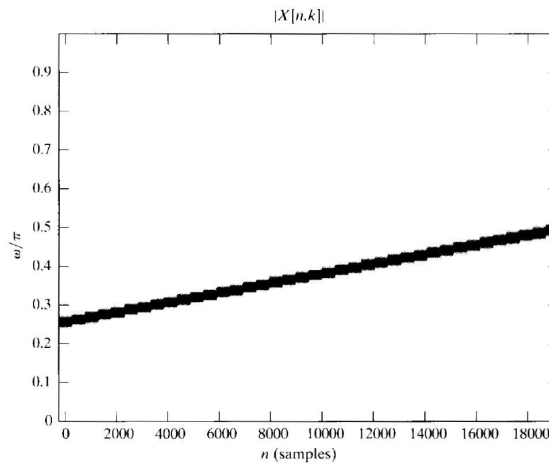
Άσκηση 6: Το διάγραμμα ροής πεταλούδας (butterfly) του παρακάτω σχήματος αποτελεί τμήμα της υλοποίησης του αλγορίθμου FFT με αποδεκατισμό στον χρόνο (decimation in time), για μήκος μετασχηματισμού $N = 16$. Πόσα είναι τα στάδια/βήματα του διαγράμματος υλοποίησης του FFT, και ποιες είναι οι πιθανές τιμές του r για κάθε ένα από τα στάδια/βήματα αυτά; Σε ποια στάδια υπάρχουν πεταλούδες με τιμή $r = 2$;



Άσκηση 7: Βρείτε προσεγγιστικά τις παραμέτρους ω_0 και λ του σήματος

$$x[n] = \sin \left(\omega_0 n + \frac{1}{2} \lambda n^2 \right)$$

(chirp signal) από το φασματόγραμμά του (spectrogram), που έχει σχεδιαστεί στο παρακάτω σχήμα (σκούρες περιοχές υποδηλώνουν μεγάλες τιμές του μέτρου του DFT).



Άσκηση 8: Θέλουμε να εκτιμήσουμε το φάσμα του σήματος διακριτού χρόνου

$$x[n] = \cos(\pi n/4) + \cos(17\pi n/64) ,$$

χρησιμοποιώντας ένα ορθογώνιο παράθυρο $w[n]$ με μήκος 64, και διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT) μήκους επίσης 64. Εξηγήστε εάν αναμένετε να διακρίνονται δύο διαχωρίσιμες κορυφές που αντιστοιχούν στις συχνότητες των δύο συνημιτόνων, ή όχι.

Άσκηση 9: Δίνεται το σήμα:

$$x[n] = \begin{cases} \cos(\pi n/6), & 0 \leq n \leq 35 \\ \cos(\pi n/2), & 36 \leq n \leq 71 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

του οποίου θέλουμε να εκτιμήσουμε το φασματόγραμμα. Υπολογίστε (και σχεδιάσετε σε 3-D) τα δείγματα

$$X[rR, k] = \sum_{m=0}^{L-1} x[rR + m] w[m] e^{-j(2\pi/N)km},$$

για $-\infty < r < \infty$ και $0 \leq k \leq N - 1$, όπου το $w[n]$ είναι ένα ορθογώνιο παράθυρο μήκους $L = 36$, ο DFT έχει μήκος $N = 36$, και η δειγματοληψία στο χρόνο γίνεται επίσης με $R = 36$.