

Οι ασκήσεις, γραπτές ή τυπωμένες, παραδίδονται στην έναρξη του μαθήματος της Τετάρτης, 11/12, στις **16:15**. Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι ατομικές.

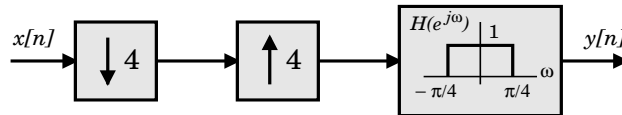
Άσκηση 1: Στο σήμα συνεχούς χρόνου $x_c(t) = \sin(10\pi t) + \cos(20\pi t)$ έχει γίνει δειγματοληψία με περίοδο T και, ως αποτέλεσμα, έχει προκύψει το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right).$$

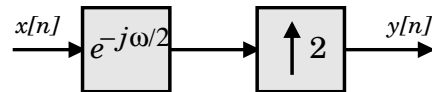
Βρείτε την περίοδο δειγματοληψίας. Είναι μοναδική; Αν όχι, εντοπίστε και δεύτερη κατάλληλη περίοδο T , συμβατή με τα παραπάνω. Θα υπάρχει φαινόμενο αναδίπλωσης (aliasing) κατά την ανακατασκευή του σήματος συνεχούς χρόνου από το σήμα διακριτού χρόνου;

Άσκηση 2: Ποια είναι η έξοδος $y[n]$ του συστήματος του σχήματος σε είσοδο

$$x[n] = \left[\frac{\sin(\pi n/8)}{\pi n} \right]^2 ;$$

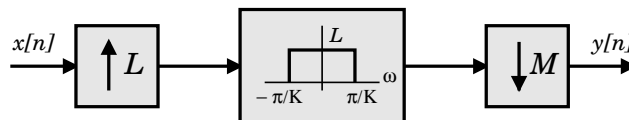


Άσκηση 3: Στο σύστημα του σχήματος, η είσοδος είναι η $x[n] = \delta[n]$. Σχεδιάστε το πλάτος και την φάση του $Y(e^{j\omega})$ της εξόδου (για $|\omega| < \pi$).

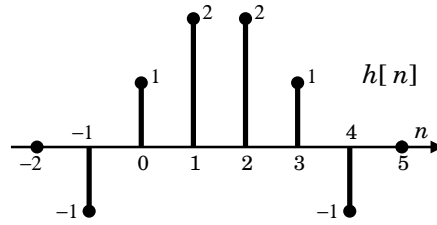


Άσκηση 4: Δίνεται το παρακάτω σύστημα αλλαγής ρυθμού δειγματοληψίας κατά ρητό M/L , με χρήση κατάλληλου κατωπερατού φίλτρου κέρδους L και συχνότητας αποκοπής $\omega_c = \pi/K$, όπου $K = \max\{L, M\}$. Ποια είναι η έξοδος $y[n]$ του συστήματος, εάν $L = 4$, $M = 3$, και

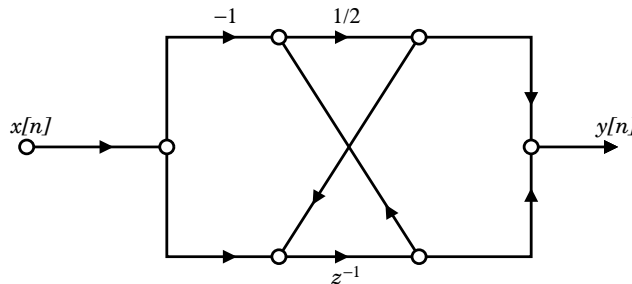
$$x[n] = \frac{\sin(2\pi n/3)}{\pi n} ;$$



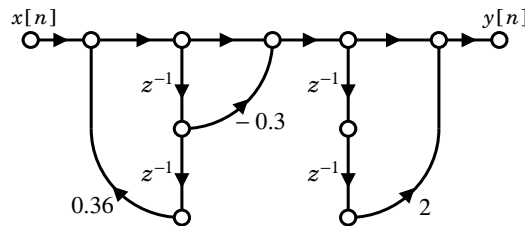
Άσκηση 5: Ποια είναι η καθυστέρηση ομάδας του γραμμικά χρονικά αναλλοίωτου συστήματος με κρουστική απόκριση που δίνεται στο παρακάτω σχήμα;



Άσκηση 6: Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται το διάγραμμα ενός γραμμικά χρονικά αναλλοίωτου συστήματος. Βρείτε την συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος, $H(z)$, και σχεδιάστε το σε κανονική μορφή I και II. Σχεδιάστε επίσης το μέτρο της απόκρισης συχνότητας του συστήματος, $|H(e^{j\omega})|$.



Άσκηση 7: Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το διάγραμμα υλοποίησης ενός αιτιατού, γραμμικού και χρονικά αναλλοίωτου συστήματος.



- Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του, $H(z)$, και σχεδιάστε το διάγραμμα μηδενικών και πόλων του συστήματος.
- Σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησής του σε κανονική μορφή (direct form) I και II.
- Εκφράστε τη συνάρτηση μεταφοράς ως γινόμενο συστήματος ελάχιστης φάσης (minimum phase), $H_{\min}(z)$, και ολοπερατού (all pass), $H_{\text{ap}}(z)$, και σχεδιάστε τα διαγράμματα πόλων/μηδενικών τους.

Άσκηση 8: Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς, $H(z)$, του κατωπερατού (lowpass) φίλτρου Butterworth τάξης 1 με συχνότητα στην απόσβεση 3 dB ίση με $\omega_c = 0.2\pi$, χρησιμοποιώντας τον δι-γραμμικό μετασχηματισμό όπως επίσης και την μέθοδο αμετάβλητης χροστικής απόκρισης. Σε κάθε περίπτωση σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησης των φίλτρων σε κανονική μορφή (direct form) II, όπως επίσης και το διάγραμμα μηδενικών και πόλων. Για βοήθεια στις πράξεις, δίνονται τα:

$$\tan(0.1\pi) = 0.325, \quad \frac{\tan(0.1\pi)}{1 + \tan(0.1\pi)} = 0.245, \quad \frac{1 - \tan(0.1\pi)}{1 + \tan(0.1\pi)} = 0.51, \quad e^{-0.2\pi} = 0.53.$$

Άσκηση 9: Έστω ότι το φίλτρο διακριτού χρόνου δίνεται από την:

$$H(z) = \frac{6}{1 - e^{-0.3}z^{-1}} - \frac{3}{1 - e^{-0.6}z^{-1}}.$$

Το φίλτρο αυτό έχει σχεδιαστεί με την μέθοδο της αμετάβλητης χροστικής απόκρισης (impulse invariance) με βάση ένα φίλτρο συνεχούς χρόνου, χρησιμοποιώντας τη σχέση $h[n] = 3h_c(3n)$ μεταξύ των χροστικών αποκρίσεων του φίλτρου διακριτού και συνεχούς χρόνου. Βρείτε μία συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου συνεχούς χρόνου, $H_c(s)$, από την οποία μπορεί να προέκυψε το δοθέν φίλτρο διακριτού χρόνου.

Άσκηση 10: Σχεδιάστε ένα υπερπερατό φίλτρο με χροστική απόκριση πεπερασμένου μήκους (FIR highpass filter) που να ικανοποιεί τις συνθήκες

$$|H(e^{j\omega})| < 2/\sqrt{10}, \quad \text{για } 0 \leq |\omega| \leq 0.25\pi$$

και

$$1 - 1/\sqrt{10} < |H(e^{j\omega})| < 1 + 1/\sqrt{10}, \quad \text{για } 0.75\pi \leq |\omega| \leq \pi,$$

χρησιμοποιώντας την μέθοδο της παραθύρωσης (χρησιμοποιώντας κάποιο κατάλληλο απλό παράθυρο). Βρείτε την χροστική απόκριση του φίλτρου (χωρίς τον αριθμητικό υπολογισμό των $h[n]$) και σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησής του. Παραλείψτε το τελικό στάδιο ελέγχου της ικανοποίησης των προδιαγραφών από το σχεδιασμένο φίλτρο.