

Όνομα/νυμο:

Υπογραφή:

ΑΜ:

Εξάμηνο:

Αριθμός διφύλλων:

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Ανοιχτό βιβλίο μαθήματος & σημειώσεις μαθήματος. Κλειστά κινητά.

**Θέμα 1:** (25%) Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα. Απαντήστε αναλυτικά.

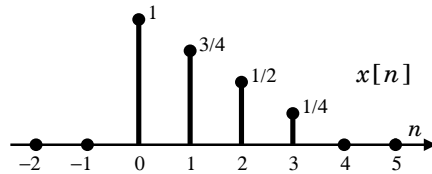
(a) Υπολογίστε τον DFT,  $X[k]$  για  $0 \leq k \leq N - 1$ , του σήματος:

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{για } 0 \leq n \leq (N/2)-1 \\ 0, & \text{για } N/2 \leq n \leq N-1, \end{cases}$$

με  $N$  άρτιο. Απλοποιείστε την έκφραση που λαμβάνετε για  $k = 0$ ,  $k$  άρτιο, και  $k$  περιττό.

(b) Θεωρήστε την πεπερασμένη ακολουθία  $x[n]$  του παρακάτω σχήματος. Έστω επίσης  $X[k]$  ο DFT τεσσάρων σημείων ( $N = 4$ ) της ακολουθίας αυτής. Σχεδιάστε την ακολουθία  $y[n]$ , της οποίας ο DFT ισούται με

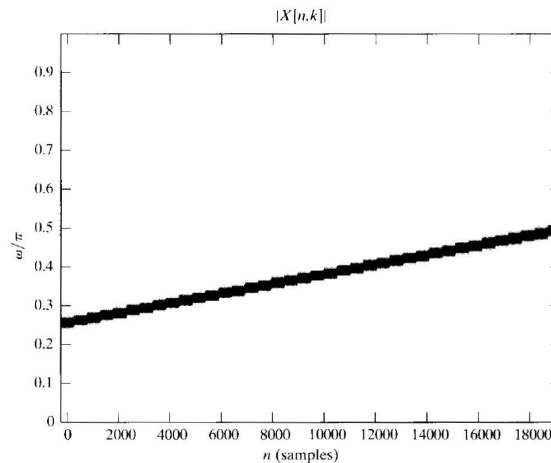
$$Y[k] = e^{-j3\pi k/2} X[k], \quad k = 0, 1, 2, 3.$$



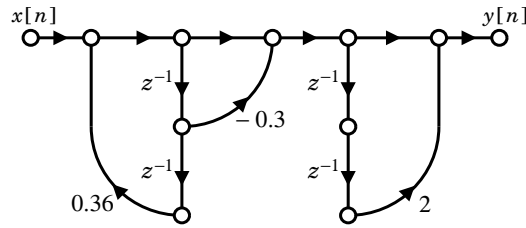
(c) Βρείτε προσεγγιστικά τις παραμέτρους  $\omega_0$  και  $\lambda$  του σήματος

$$x[n] = \sin \left( \omega_0 n + \frac{1}{2} \lambda n^2 \right)$$

(chirp signal) από το φασματόγραμμά του (spectrogram), που έχει σχεδιαστεί στο παρακάτω σχήμα (σκούρες περιοχές υποδηλώνουν μεγάλες τιμές του μέτρου του DFT).



**Θέμα 2:** (25%) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το διάγραμμα υλοποίησης ενός αιτιατού, γραμμικού και χρονικά αναλλοίωτου συστήματος.

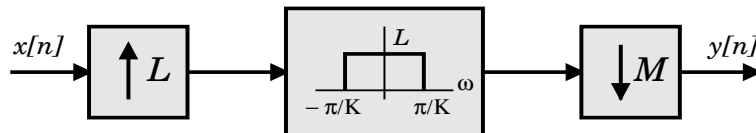


- Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του,  $H(z)$ , και σχεδιάστε το διάγραμμα μηδενικών και πόλων του συστήματος.
- Σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησής του σε κανονική μορφή (direct form) I και II.
- Εκφράστε τη συνάρτηση μεταφοράς ως γινόμενο συστήματος ελάχιστης φάσης (minimum phase),  $H_{\min}(z)$ , και ολοπερατού (all pass),  $H_{\text{ap}}(z)$ , και σχεδιάστε τα διαγράμματα πόλων/μηδενικών τους.

**Θέμα 3:** (25%) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς,  $H(z)$ , του κατωπερατού (lowpass) φίλτρου Butterworth τάξης 1 με συχνότητα στην απόσβεση 3 dB ίση με  $\omega_c = 0.2\pi$ , χρησιμοποιώντας τον δι-γραμμικό μετασχηματισμό όπως επίσης και την μέθοδο αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης. Σε κάθε περίπτωση σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησης των φίλτρων σε κανονική μορφή (direct form) II, όπως επίσης και το διάγραμμα μηδενικών και πόλων. Για βοήθεια στις πράξεις, δίνονται τα:

$$\tan(0.1\pi) = 0.325, \quad \frac{\tan(0.1\pi)}{1 + \tan(0.1\pi)} = 0.245, \quad \frac{1 - \tan(0.1\pi)}{1 + \tan(0.1\pi)} = 0.51, \quad e^{-0.2\pi} = 0.53.$$

**Θέμα 4:** (25%) Δίνεται το παρακάτω σύστημα αλλαγής ρυθμού δειγματοληψίας κατά ρητό  $M/L$ , με χρήση κατάλληλου κατωπερατού φίλτρου κέρδους  $L$  και συχνότητας αποκοπής  $\omega_c = \pi/K$ , όπου  $K = \max\{L, M\}$ . Απαντήστε αναλυτικά στα δύο παρακάτω ανεξάρτητα ερωτήματα.



- Αν  $L = 4$ ,  $M = 3$ , και η είσοδος είναι η

$$x[n] = \frac{\sin(2\pi n/3)}{\pi n},$$

ποια είναι η έξοδος  $y[n]$  του συστήματος;

- Αν η είσοδος και έξοδος είναι

$$x[n] = \cos(3\pi n/4) \quad \text{και} \quad y[n] = \cos(\pi n/2),$$

αντίστοιχα, βρείτε το λόγο  $M/L$ . Είναι αυτός μοναδικός;