

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
 ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
 ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ
 Διδάσκων: Γιάννης Χατζάρας
 Ακαδ. Έτος : εαρινό 2016-2017

Εξέταση Σεπτεμβρίου στο ΛΟΓΙΣΜΟ ΙΙ

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1. i) Δείξτε ότι η συνάρτηση με τύπο $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + \tan^{-1} \frac{y}{x}$, με $x^2 + y^2 > 0$, είναι αρμονική στο $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$. (Μον 1,5)

ii) Να βρεθεί η γωνία μεταξύ του οριζοντίου επιπέδου και του εφαπτόμενου επιπέδου της επιφάνειας $x^2 + y^2 + 4z^2 = 12$ στο σημείο $P_0(2, 2, 1)$. (Μον 1)

iii) Σε ποια διεύθυνση η συνάρτηση $f(x, y, z) = \frac{x}{y} - yz$ παρουσιάζει τη μέγιστη μείωση τιμών στο σημείο $P_0(4, 1, 1)$ και πόση είναι αυτή; (Μον 1)

ΘΕΜΑ 2. Βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης και το ολικό μέγιστο/ελάχιστο της συνάρτησης $f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 1$ στη κλειστή τριγωνική περιοχή (1^ο τεταρτημόριο) που φράσσεται από τις ευθείες $x=0$, $y=2$ και $y=2x$. (Μον 1)

ΘΕΜΑ 3. i) Να υπολογίσετε το $\int_0^1 \int_x^1 \frac{y}{x^2 + y^2} dy dx$ με τη χρήση πολικών συντεταγμένων. Να κάνετε το σχεδιάγραμμα της περιοχής ολοκλήρωσης. (Μον 1)

ii) Δείξτε ότι το διανυσματικό πεδίο $F(x, y, z) = e^{y+2z} (\vec{i} + x\vec{j} + 2x\vec{k})$ είναι συντηρητικό και βρείτε μια συνάρτηση δυναμικού f για την F . (Μον 1,5)

iii) Εφαρμόστε το Θεώρημα Green για τον υπολογισμό του $\oint_c (-x^2 + 2xy) dx + (y^2 + x) dy$, όπου c το σύνορο του χωρίου $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$ (να κάνετε ένα σχεδιάγραμμα). (Μον 1,25)

ΘΕΜΑ 4. i) Ποιο είναι το όρισμα του μιγαδικού $\frac{-2}{1+i\sqrt{3}}$; (Μον 0,75)

ii) Αν οι συναρτήσεις $u(x, y)$ και $v(x, y)$ είναι η μία συζυγής αρμονική της άλλης τότε και οι δύο είναι σταθερές συναρτήσεις. (Μον 1,5)

Καλή επιτυχία