

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
 ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
 ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ & ΔΙΚΤΥΩΝ
 Εισηγητής: Γιάννης Χατζάρας
 Εξάμηνο: Εαρινό 2012-2013

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ στο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ II

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1. i) Να βρεθεί η γωνία μεταξύ των επιπέδων $5x + y - z = 10$ και $x - 2y + 3z = -1$
 Βρείτε ένα διάνυσμα παράλληλο στη τομή τους. (Μον 0.5+0,5)

ii) Εξετάστε αν το πεδίο δυνάμεων $f(x, y, z) = y \sin z \vec{i} + x \sin z \vec{j} + xy \cos z \vec{k}$ είναι
 συντηρητικό. Αν ναι, βρείτε τη συνάρτηση δυναμικού. (Μον 0.75)

ΘΕΜΑ 2. i) Να βρεθεί η διεύθυνση επί της οποίας η $f(x, y, z) = z \ln(x^2 + y^2)$ ελαττώνεται
 ταχύτερα στο $P_0(1, 1, 1)$ και πόση είναι η ελάττωση αυτή. (Μον 0.75)

ii) Να σχεδιαστεί η περιοχή R επί της οποίας γίνεται η ολοκλήρωση

$\int_0^1 \int_0^{x^2} 4dydx + \int_1^2 \int_0^{(x-2)^2} 4dydx$ και να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα με ανεστραμμένη σειρά
 ολοκλήρωσης. (Μον 1)

ΘΕΜΑ 3. Έστω R η περιοχή που περικλείεται από τον άξονα xx' την ευθεία $x = 1$ και τη
 καμπύλη $y = x^3$. Αν c είναι το σύνορο της R , εφαρμόστε το Θεώρημα Green για τον
 υπολογισμό του $\oint_c 2xy^3 dx + 4x^2 y^2 dy$. (Μον 1)

Να υπολογιστεί ο στροβιλισμός του πεδίου $f(x, y) = 2xy^3 \vec{i} + 4xy^2 \vec{j}$. (Μον 0,5)

ΘΕΜΑ 4. α) Να υπολογιστεί ο $\log(1-i)$. (Μον 0,5)

β) Να λυθεί η εξίσωση $z^4 = 1$. (Μον 0,5)

γ) Να βρεθεί η συζυγής αρμονική $v = v(x, y)$ της συνάρτησης $u(x, y) = 2x - x^3 + 3xy^2$,
 $x, y \in \mathbb{R}$. (Μον. 0,75). Αφού διαπιστώσετε ότι η συνάρτηση $f = u + iv$ είναι ολόμορφη να
 βρείτε την παράγωγο $f'(z)$. (Μον. 0,75)

ΘΕΜΑ 5. α) Δείξτε ότι η συνάρτηση $c(t) = 3\cos t - 2i \sin t : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ είναι απλός,
 κλειστός και λείος δρόμος. Τι καμπύλη παριστάνει; (Μον 0,75) Ποιος είναι ο
 προσανατολισμός του δρόμου; (Μον 0,5.)

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_c \frac{\sin(\pi z/4)}{z^2 - 4} dz$, όπου c ο δρόμος του (α) (Μον 1,25)

Καλή Επιτυχία