

## ΕΥΘΕΙΕΣ και ΕΠΙΠΕΔΑ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Βρείτε ένα επίπεδο που να διέρχεται από τα σημεία  $P_1(1, 2, 3)$  και  $P_2(3, 2, 1)$  και είναι παράλληλο προς το επίπεδο  $4x - y + 2z = 7$ .
2. Να βρείτε τη γωνία των επιπέδων  $5x + y - z = 10$  και  $x - 2y + 3z = -1$ .
3. Δείξτε ότι τρία σημεία  $A, B, C$  είναι συνευθειακά αν και μόνο αν  $AB \times AC = 0$ .
4. Βρείτε την απόσταση της αρχής των αξόνων από το επίπεδο που διέρχεται δια του σημείου  $P_0(4, 2, 1)$  κάθετα στο διάνυσμα  $N(6, -2, 3)$ .
5. Δείξτε ότι τρία σημεία  $A, B, C$  είναι συνευθειακά αν και μόνο αν  $AB \times AC = 0$ .  
Είναι τα σημεία  $A(1, 2, -3), B(3, 1, 0), C(-3, 4, -9)$ ;

6. Τέμνονται οι ευθείες

$$\frac{x+1}{3} = y-6 = \frac{z-3}{2} \text{ και } \frac{x-6}{2} = \frac{y-11}{2} = \frac{z-3}{-1};$$

Αν ναι, βρείτε το επίπεδο τομής τους.

7. Να βρεθεί η απόσταση της ευθείας  $\varepsilon_1$  που διέρχεται από τα σημεία  $A(1, 0, -1), B(-1, 1, 0)$  και της ευθείας  $\varepsilon_2$  που διέρχεται από τα  $C(3, 1, -1), D(4, 5, -2)$ .
8. Βρείτε τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης των σωματιδίων με διάνυσμα θέσης που δίνεται τη χρονική στιγμή  $t$  από την εξίσωση:

i)  $r(t) = \tan t \vec{i} + \sinh(2t) \vec{j} + \frac{1}{\cos(3t)} \vec{k}$

ii)  $r(t) = \ln(t^2 + 1) \vec{i} + \tan^{-1} t \vec{j} + \sqrt{t^2 + 1} \vec{k}$

Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας καθώς και η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων ταχύτητας και επιτάχυνσης.

9. Να βρεθεί το μοναδιαίο εφαπτόμενο και το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα των καμπυλών

i)  $r(t) = 6\sin(2t)\vec{i} + 6\cos(2t)\vec{j} + 5t\vec{k}$

ii)  $r(t) = \frac{1}{3}(1+t)^{3/2}\vec{i} + \frac{1}{3}(1-t)^{3/2}\vec{j} + \frac{t}{2}\vec{k}$

Να υπολογιστεί η καμπυλότητα  $k$  των παραπάνω καμπυλών.