

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

1. Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$α) \int \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}, \quad β) \int \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx, \quad γ) \int (1-\sqrt[3]{\frac{x}{x-1}}) dx, \quad δ) \int \frac{x}{\sqrt[3]{x-1}} dx$$

2. Ομοίως τα ολοκληρώματα:

$$Α) \int \cos^5 x dx, \quad β) \int \cos^4 x dx, \quad γ) \int \sin^4 x \cos^2 x dx, \quad δ) \int \frac{dx}{1+\cos x}$$

3. Ομοίως τα ολοκληρώματα

$$α) \int \cos(4x) \sin(5x) dx, \quad β) \int \frac{2x-3}{x^2(x^3-1)} dx, \quad γ) \int x^2 \ln x dx, \quad δ) \int \frac{e^{4x} - 2e^{2x}}{e^{2x} - 3e^x + 2} dx$$

4. Ομοίως τα ολοκληρώματα

$$α) \int_1^{+\infty} x^{-2} dx, \quad β) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+1}, \quad γ) \int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx, \quad δ) \int_0^2 \frac{dx}{x(x-2)},$$
$$ε) \int_1^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} dx, \quad στ) \int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln(\ln x)}.$$

5. Να βρεθεί το μήκος τόξου της καμπύλης  $c: y = \ln(1-x^2)$  από το σημείο  $O(0,0)$  ως το σημείο  $A(1/2, \ln 3 - \ln 4)$ .

6. Να βρεθεί ο όγκος του παραγόμενου στερεού που προκύπτει από το χωρίο που περιορίζεται από την καμπύλη  $c: y = \tan^{-1} x$ , τον άξονα  $x'x$  και την ευθεία  $x=1$ , όταν περιστρέφεται κατά μια πλήρη περιστροφή γύρω από τον  $x'x$ .

7. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου το οποίο βρίσκεται στο εσωτερικό της καρδιοειδούς καμπύλης  $c: r = 1 + \cos \theta$ , και δεξιά της κατακόρυφης ευθείας  $\varepsilon: 4r \cos \theta = 3$ .

8. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περιορίζεται από τις καμπύλες  $K_1: y^2 + 8x = 16$  και  $K_2: y^2 - 24x = 48$ .

9. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περιορίζεται από την καμπύλη  $K_1: y = -x^2 + 5x - 4$  και τις εφαπτόμενες της στα σημεία  $A(1,0)$  και  $B(4,0)$ .

10. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου το οποίο βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου  $c: r = 3 \cos \theta$  και στο εσωτερικό της καρδιοειδούς καμπύλης  $k: r = 1 + \cos \theta$ .