ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Εισαγωγή

Τα τριφασικά κυκλώματα Ε.Ρ. αποτελούν τη σπουδαιότερη κατηγορία κυκλωμάτων Ε.Ρ., αφού χρησιμοποιούνται σε ευρεία κλίμακα στα δίκτυα μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Επιπλέον, η πλειονότητα των ηλεκτρικών μηχανών είναι τριφασικές, λόγω των καταλυτικών πλεονεκτημάτων τους έναντι των μονοφασικών (υψηλότερη απόδοση, υψηλότερη ροπή, λιγότερος θόρυβος κλπ). Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι για επίπεδα ισχύος άνω των 3kW χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά οι τριφασικές μηχανές.

Το βασικό πλεονέκτημα του τριφασικού Ε.Ρ. είναι ότι μπορεί να μεταφέρει τριπλάσια ισχύ σε σχέση με το μονοφασικό Ε.Ρ. Φυσικά, αυτή η πρόταση οδηγεί στη σκέψη πως η χρήση συστημάτων με περισσότερες φάσεις από το τριφασικό θα ήταν καλύτερη λύση. Εντούτοις, το τριφασικό σύστημα έχει επικρατήσει παγκοσμίως για τεχνικοοικονομικούς λόγους, έναντι των πολυφασικών συστημάτων.

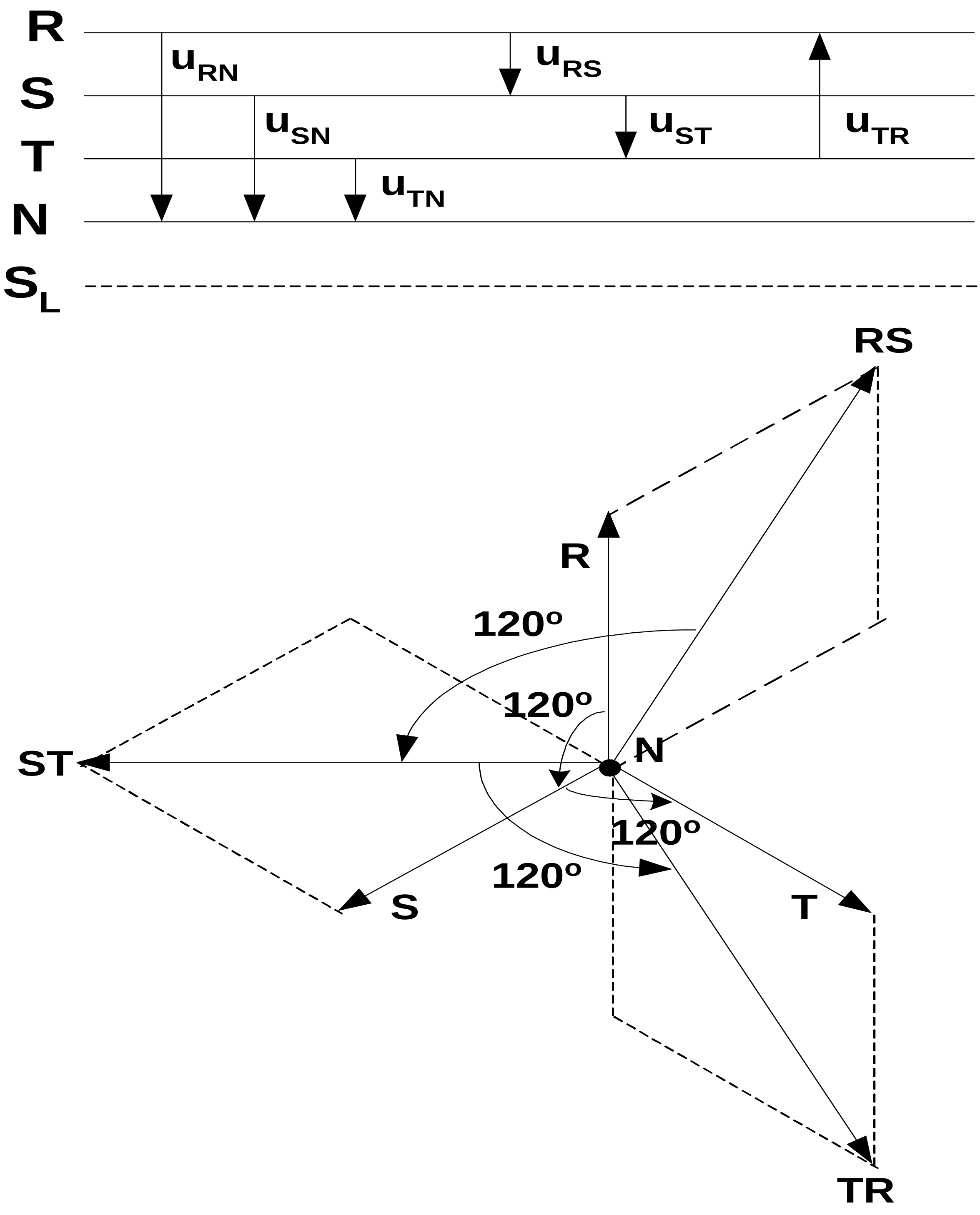
Εάν και το θέμα των τριφασικών συστημάτων είναι τεράστιας σημασίας και για το Μηχανολόγο, θα αρκεστούμε σε κάποιες βασικές έννοιες ώστε να κατανοήσουμε τους όρους που χρησιμοποιούνται σε αυτά τα συστήματα. Έτσι, θα είμαστε σε θέση να αντιμετωπίσουμε ζήτηματα τριφασικού Ε.Ρ. με τη χρήση και κάποιων επιπρόσθετων συγγραμμάτων εξειδίκευσης σε αυτό το αντικείμενο.

Θεμελιώδεις έννοιες

Το τριφασικό σύστημα τάσεων, αποτελείται βασικά από τρεις πηγές εναλλασσόμενης τάσης (τρεις φάσεις). Οι πηγές αυτές έχουν την ίδια συχνότητα και την ίδια ενεργό τιμή, αλλά παρουσιάζουν διαφορά φάσης 120^o. Οι φάσεις αυτές συμβολίζονται με τα γράμματα R, S, T. Επιπλέον, ο αγωγός επιστροφής αυτών των πηγών είναι κοινός και ονομάζεται ουδέτερος (συμβολίζεται ως N ή Mp). Στο σχήμα 1 παρουσιάζονται οι τάσεις αυτές διανυσματικά. Προκύπτει ότι το άθροισμα των τριών αυτών τάσεων κάθε χρονική στιγμή είναι μηδέν:

$$u_{RN}(t) + u_{SN}(t) + u_{TN}(t) = 0 \qquad (1)$$

Επιπλέον, σύμφωνα και με το σχήμα 2, στα τριφασικά συστήματα υπάρχει και ένας πέμπτος αγωγός γείωσης, ο οποίος και εξασφαλίζει την προστασία των χρηστών του συστήματος από επικίνδυνες τάσεις επαφής, ιδίως σε περιπτώσεις σφαλμάτων (βραχυκυκλώματα). Ο αγωγός γείωσης συμβολίζεται με S_L και έχει μηδενική τάση. Επιπλέον και το ρεύμα που τον διαρρέει είναι μηδενικό σε κανονική λειτουργία, κάτι που δεν ισχύει σε περιπτώσεις σφαλμάτων. Τα υπόλοιπα σύμβολα του σχήματος 1 είναι τα εξής:



Σχήμα 1. Το τριφασικό σύστημα των τάσεων

$$u_{RN} = \sqrt{2}U_{\phi} \sin wt$$
$$u_{SN} = \sqrt{2}U_{\phi} \sin(wt + 120^o) \qquad (2),$$
$$u_{TN} = \sqrt{2}U_{\phi} \sin(wt + 240^o)$$

είναι οι φασικές τάσεις του τριφασικού συστήματος και U_{φ} είναι η ενεργός τιμή των φασικών τάσεων.

$$u_{RS} = u_{RN} - u_{SN} = \sqrt{2}U_{\pi} \sin wt$$
$$u_{ST} = u_{SN} - u_{TN} = \sqrt{2}U_{\pi} \sin(wt + 120^o) \qquad (3),$$
$$u_{TR} = u_{TN} - u_{RN} = \sqrt{2}U_{\pi} \sin(wt + 240^o)$$

είναι οι πολικές τάσεις του τριφασικού συστήματος και U_{π} είναι η ενεργός τιμή των πολικών τάσεων. Παρατηρούμε πως και οι πολικές τάσεις παρουσιάζουν διαφορά φάσης 120^o και επομένως το άθροισμά τους είναι επίσης μηδενικό:

$$u_{RS}(t) + u_{ST}(t) + u_{TR}(t) = 0 \qquad (4)$$

Η σχέση που συνδέει τις ενεργές τιμές των πολικών και των φασικών τάσεων είναι η εξής:

$$U_{\phi} = \frac{U_{\pi}}{\sqrt{3}} \qquad (5)$$

Στα τριφασικά συστήματα τα πολικά μεγέθη έχουν ιδιαίτερη σημασία και γι' αυτό συνήθως τα δεδομένα αυτών των συστημάτων αναφέρονται σε πολικά μεγέθη. Έτσι, εάν σε κάποιο τριφασικό εξάρτημα δεν διευκρινίζεται ότι τα δεδομένα είναι πολικά ή φασικά, τότε θεωρούμε ότι είναι πολικά.

Τριφασικά φορτία

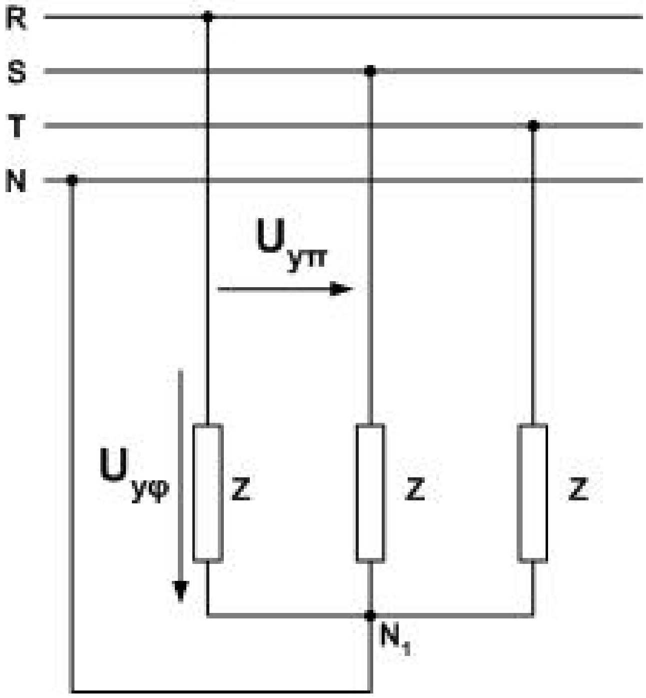
Τα τριφασικά φορτία είναι συνήθως οι τριφασικές ηλεκτρικές μηχανές ή οι τριφασικοί μετασχηματιστές. Οι διατάξεις αυτές παρουσιάζουν ικανοποιητική συμμετρία, δηλαδή η ισοδύναμη εμπέδηση ανά φάση είναι σχεδόν σταθερή. Σε αυτές τις περιπτώσεις θεωρούμε ότι το φορτίο είναι συμμετρικό και επομένως μπορούμε να αναλύσουμε το όλο τριφασικό κύκλωμα με τη βοήθεια του μονοφασικού ισοδυνάμου κυκλώματος. Δηλαδή, υπολογίζουμε τις τάσεις και τα ρεύματα για το υποκύκλωμα της φάσης R ή της πολικής τάσης RS και στη συνέχεια οι αντίστοιχες τάσεις και ρεύματα για τις άλλες φάσεις είναι απλώς μετατοπισμένες κατά 120^o και 240^o αντίστοιχα.

Στην περίπτωση των συμμετρικών τριφασικών φορτίων ο ουδέτερος δε διαρρέεται από ρεύμα και επομένως έχει μηδενική τάση. Αυτό όμως δεν ισχύει σε περιπτώσεις σφαλμάτων, καθώς και σε περιπτώσεις ασύμμετρων φορτίων. Με τον όρο ασύμμετρα φορτία, εννοούμε τα φορτία που δεν παρουσιάζουν την ίδια εμπέδηση σε όλες τις φάσεις τους. Έτσι, η ανάλυση αυτών των κυκλωμάτων είναι πιο επίπονη διαδικασία, λόγω του μεγάλου αριθμού κόμβων και βρόχων που καλούμαστε να επιλύσουμε.

Στο παρόν σύγγραμμα θα ασχοληθούμε μόνο με τα συμμετρικά φορτία, εστιάζοντας κυρίως στα χαρακτηριστικά των δύο σημαντικότερων συνδεσμολογιών τους, που είναι ο αστέρας και το τρίγωνο.

Η συνδεσμολογία Αστέρα

Στη συνδεσμολογία αστέρα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.2, το τριφασικό φορτίο έχει ένα κοινό σημείο, το οποίο ονομάζεται ουδέτερος του φορτίου (N_1). Ο ουδέτερος του φορτίου συνδέεται με τον ουδέτερο του τριφασικού συστήματος τάσεων.



Σχήμα 2. Η συνδεσμολογία αστέρα

Η φασική τάση του αστέρα συμπίπτει με τη φασική τάση του τριφασικού συστήματος τάσης και η πολική τάση συμπίπτει με την αντίστοιχη πολική του συστήματος. Άρα:

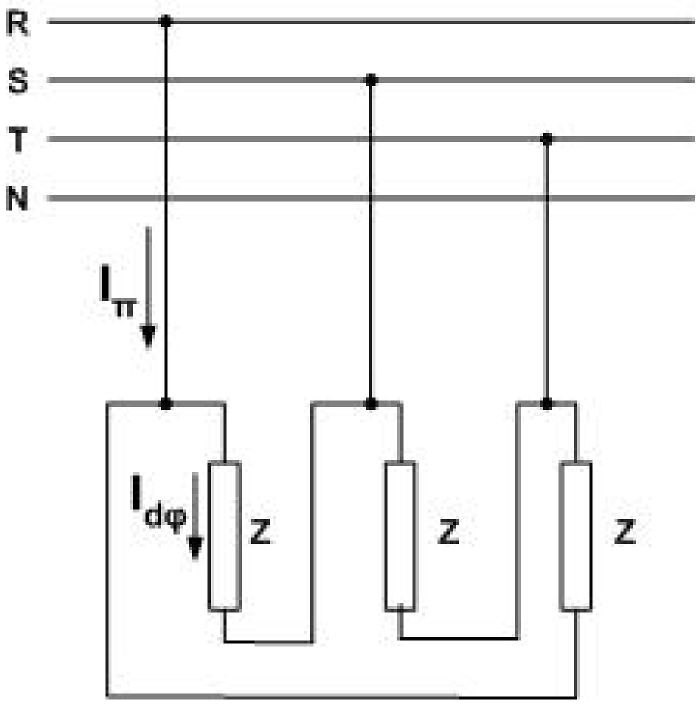
$$U_{y\phi} = U_{\phi}$$
$$U_{y\pi} = U_{\pi} \qquad (6)$$
$$U_{y\phi} = \frac{U_{y\pi}}{\sqrt{3}}$$

Επιπλέον, τα ρεύματα που ρέουν στις φάσεις του αστέρα είναι ίδια με τα ρεύματα που ρέουν στις αντίστοιχες φάσεις (πόλους) του συστήματος. Άρα:

$$I_{y\phi} = I_{\pi} \qquad (7)$$

Η συνδεσμολογία τριγώνου

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 3, στη συνδεσμολογία τριγώνου το φορτίο δεν παρουσιάζει κοινό σημείο.



Σχήμα 4.3. Η συνδεσμολογία τριγώνου

Στη συνδεσμολογία τριγώνου το ρεύμα του πόλου είναι το διανυσματικό άθροισμα των φασικών ρευμάτων των δύο φάσεων του φορτίου που συνδέονται στον εν λόγω πόλο (σύμφωνα με τον 1^{o} Κανόνα του Kirchhoff). Επομένως:

$$I_{d\phi} = \frac{I_{\pi}}{\sqrt{3}} \qquad (8)$$

Αντίθετα, η φασική τάση του φορτίου και η πολική τάση του φορτίου είναι ίσες και μάλιστα είναι ίσες και με την αντίστοιχη πολική τάση του τριφασικού συστήματος:

$$U_{d\phi} = U_{d\pi} = U_{\pi} = \sqrt{3}U_{\phi} \qquad (9)$$

Η ισχύς στο τριφασικό σύστημα τάσεων

Η ισχύς γενικά στο τριφασικό σύστημα τάσεων είναι το άθροισμα των επιμέρους ισχύων των τριών φάσεων:

$$P = P_R + P_S + P_T \qquad (10)$$

Λόγω όμως συμμετρίας των τριών φάσεων, προκύπτει ότι:

$$P = 3P_R = 3P_S = 3P_T = 3U_\phi I_\phi \cos\phi = \sqrt{3}U_\pi I_\pi \cos\phi \qquad (11),$$

όπου cosφ είναι ο συντελεστής ισχύος του τριφασικού φορτίου. Φυσικά, η εύρεση του φασικού ρεύματος (I_φ) και του συντελεστή ισχύος γίνεται με τη βοήθεια του μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος στα συμμετρικά φορτία.

Αντίστοιχα, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς είναι:

$$Q = 3Q_R = 3Q_S = 3Q_T = 3U_\phi I_\phi \sin\phi = \sqrt{3}U_\pi I_\pi \sin\phi \qquad (12)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad (13)$$

Φυσικά, η συνολική ισχύς του συστήματος ισούται πάντα με το άθροισμα των επιμέρους ισχύων των φορτίων του συστήματος, όπως και στα μονοφασικά συστήματα.

Μετασχηματισμός Αστέρα – Τρίγωνο (Υ-Δ)

Όταν ένα συμμετρικό τριφασικό φορτίο είναι συνδεδεμένο σε αστέρα μπορεί να μετασχηματισθεί σε συνδεσμολογία τριγώνου και αντίστροφα. Οι σχέσεις μετασχηματισμού προκύπτουν από την ανάλυση των δύο συνδεσμολογιών και είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} U_{y\phi} &= \frac{U_{d\phi}}{\sqrt{3}} \\ I_{y\phi} &= \sqrt{3}I_{d\phi} \end{aligned} \qquad (14)$$

Φυσικά, ο συντελεστής ισχύος του φορτίου παραμένει αμετάβλητος. Παρατηρούμε πως ο μετασχηματισμός αυτός δεν επηρεάζει την ενεργό ισχύ του συστήματος:

$$P = 3U_{y\phi} I_{y\phi} \cos\phi = 3\frac{U_{d\phi}}{\sqrt{3}}\sqrt{3}I_{d\phi}\cos\phi = 3U_{d\phi} I_{d\phi}\cos\phi \qquad (15)$$

Από τις σχέσεις του μετασχηματισμού, προκύπτει πως το μέτρο της εμπέδησης ανά φάση μπορεί να μετασχηματισθεί ως εξής:

$$Z_{y\phi} = \frac{Z_{d\phi}}{3} \qquad (16)$$

Η διαφορά φάσης της εμπέδησης δεν αλλάζει κατά το μετασχηματισμό από αστέρα σε τρίγωνο και αντίστροφα, διότι ο συντελεστής ισχύος παραμένει σταθερός.

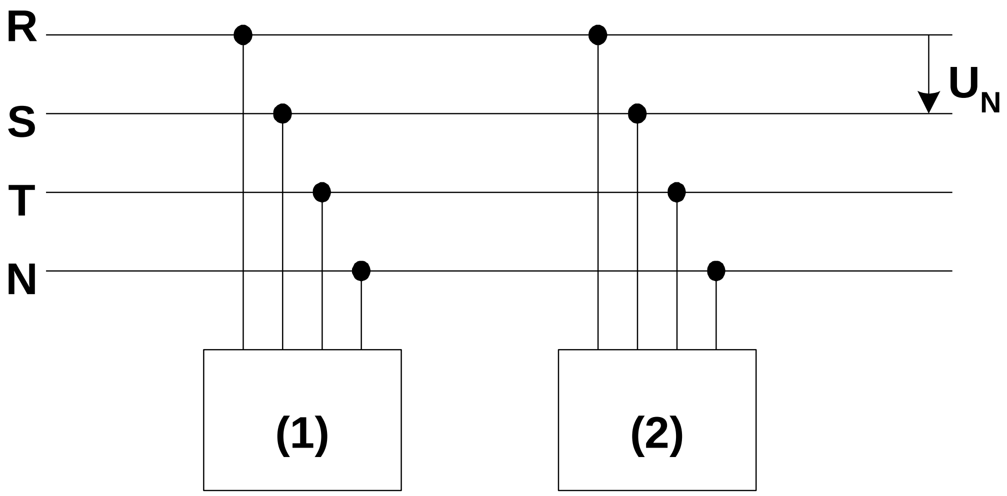
Στις εφαρμογές που ακολουθούν θα γίνει κατανοητή η σημαντικότητα του μονοφασικού ισοδυνάμου κυκλώματος, καθώς και η χρήση του μετασχηματισμού Y-Δ για τον υπολογισμό της ισχύος στα τριφασικά συστήματα.

Εφαρμογές των τριφασικών κυκλωμάτων Ε.Ρ.

α) Κατανάλωση ισχύος σε τριφασικά φορτία

Έστω ένα τριφασικό σύστημα τάσης ονομαστικής τιμής $U_N = 2kV$, το οποίο τροφοδοτεί δύο τριφασικά φορτία τα οποία έχουν την ίδια με αυτό ονομαστική τάση. Το πρώτο φορτίο έχει συντελεστή ισχύος $pf_1 = \cos\varphi_1 = 0,8$ επαγ. και ονομαστικό ρεύμα $I_1 = 100A$ ανά φάση, ενώ το δεύτερο φορτίο έχει αντίστοιχα συντελεστή ισχύος $pf_2 = \cos\varphi_2 = 0,9$ χωρ. και ονομαστικό ρεύμα 50A ανά φάση. Και τα δύο φορτία είναι σε συνδεσμολογία αστέρα. Ζητείται ο υπολογισμός των επιμέρους καταναλώσεων των φορτίων, η συνολική προσφερόμενη ενεργός, άεργη και φαινόμενη ισχύς του τριφασικού συστήματος τάσης και ο συντελεστής ισχύος αυτού. Τέλος, ζητείται ο υπολογισμός της ενεργού τιμής του ρεύματος των φάσεων του συστήματος και η εμπέδηση ανά φάση των φορτίων.

Στο σχήμα βλέπουμε το χονδρικό διάγραμμα του συνολικού τριφασικού κυκλώματος:



Η κατανάλωση ενεργού ισχύος στα δύο φορτία είναι:

$$P_1 = \sqrt{3} U_N I_1 \cos\phi_1 = 1,7 \cdot 2kV \cdot 100A \cdot 0,8 \Rightarrow P_1 = 272kW$$

$$P_2 = \sqrt{3} U_N I_2 \cos\phi_2 = 1,7 \cdot 2kV \cdot 50A \cdot 0,9 \Rightarrow P_1 = 153kW$$

Προφανώς, η ονομαστική τάση είναι η πολική τιμή, αφού δεν τονίζεται κάτι άλλο. Αντίστοιχα, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς των φορτίων είναι:

$$Q_1 = P_1 \tan\phi_1 = P_1 \tan(\arccos\phi_1) = P_1 \tan(-37^o) \Rightarrow Q_1 = 204kVAR \ \varepsilon\pi\alpha\gamma.$$
$$Q_2 = P_2 \tan\phi_2 = P_2 \tan(\arccos\phi_2) = P_2 \tan(26^o) \Rightarrow Q_2 = 74,1kVAR \ \text{χωρ.}$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = \sqrt{272^2 + 204^2}kVA \Rightarrow S_1 = 340kVA$$
$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{153^2 + 74,1^2}kVA \Rightarrow S_2 = 170kVA$$

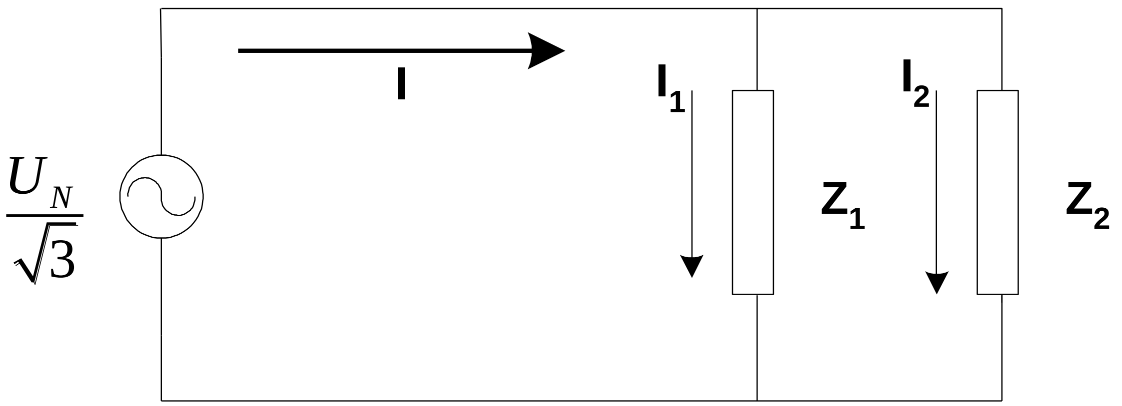
Άρα, οι συνολικές ποσότητες ισχύος που προσφέρει το τριφασικό σύστημα τάσης είναι:

$$P = P_1 + P_2 = 272kW + 153kW \Rightarrow P = 425kW$$
$$Q = Q_1 + Q_2 = 204kVAR \text{ επαγ. } + \ 74,1kVAR \text{ χωρ. } = -204kVAR + 74,1kVAR \Rightarrow Q = 129,9kVAR \text{ επαγ.}$$
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \Rightarrow S = 444,4kVA$$

Άρα, ο συνολικός συντελεστής ισχύος είναι:

$$pf = \cos\phi = \frac{P}{S} = \frac{425kW}{444,4kVA} \Rightarrow pf = \cos\phi = 0,96$$

Για τους ανά φάση υπολογισμούς θα χρησιμοποιήσουμε το μονοφασικό ισοδύναμο:



Φυσικά, αφού το φορτίο είναι συμμετρικό, η ενεργός τιμή του ρεύματος στις τρεις φάσεις θα είναι η ίδια. Ο υπολογισμός μπορεί να γίνει μέσω της σχέσης (3.2) ως εξής (τα ονομαστικά ρεύματα των φορτίων είναι και τα φασικά λόγω της συνδεσμολογίας αστέρα):

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\phi_2 - \phi_1)} = \sqrt{100^2 + 50^2 + 2\cdot100\cdot50\cdot\cos[26^o - (-37^o)]}A \Rightarrow I = 130,5A$$

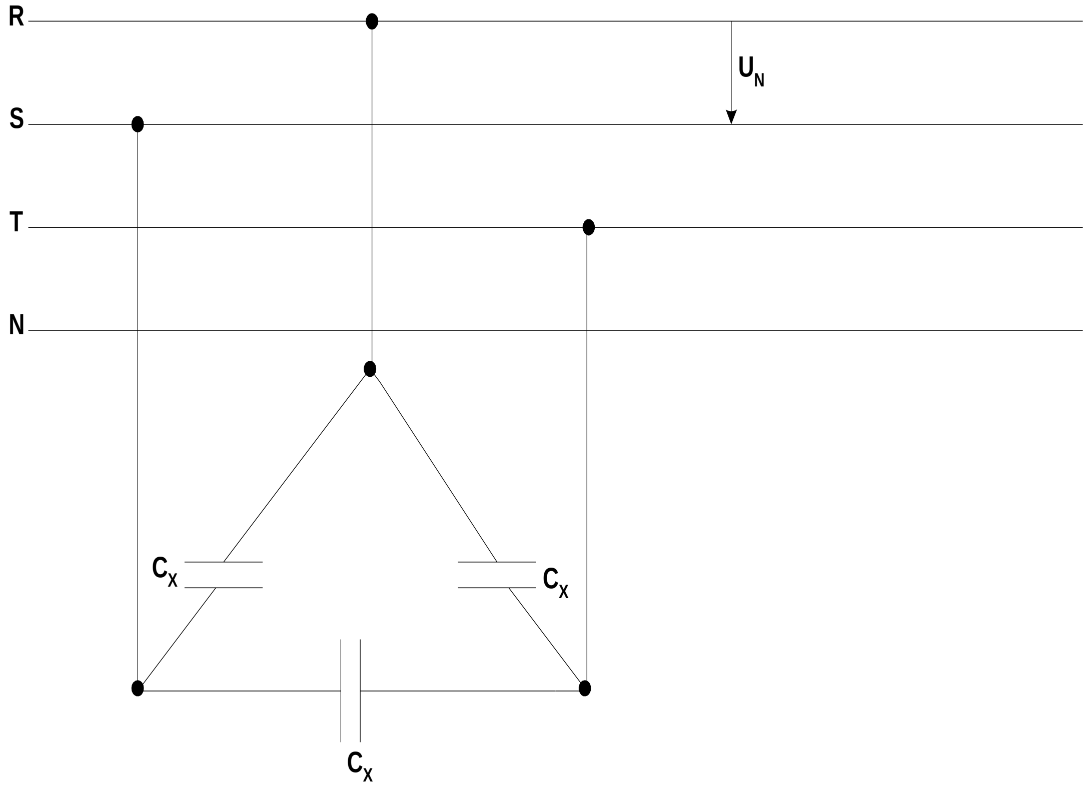
Οι εμπέδηση ανά φάση των φορτίων είναι:

$$Z_1 = \frac{U_N/\sqrt{3}}{I_1} = \frac{2kV}{1,7\cdot100A} \Rightarrow Z_1 = 11,8\Omega/\phi\acute{\alpha}\sigma\eta$$
$$Z_2 = \frac{U_N/\sqrt{3}}{I_2} = \frac{2kV}{1,7\cdot50A} \Rightarrow Z_2 = 23,6\Omega/\phi\acute{\alpha}\sigma\eta$$

β) Διόρθωση του συντελεστή ισχύος

Για το προηγούμενο τριφασικό κύκλωμα, καλούμαστε να υπολογίσουμε την απαιτούμενη χωρητικότητα τριών πυκνωτών, ώστε να επιτευχθεί μοναδιαίος συντελεστής ισχύος. Οι πυκνωτές αυτοί θα είναι σε συνδεσμολογία τριγώνου.

Η συνδεσμολογία των πυκνωτών φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Έστω C_X η χωρητικότητα του κάθε πυκνωτή. Η συχνότητα του τριφασικού συστήματος τάσης είναι τα 50Hz, αφού δεν επισημαίνεται κάτι άλλο. Επιπλέον, αφού έχουμε συνδεσμολογία τριγώνου, η τάση στα άκρα κάθε πυκνωτή (φασική) συμπίπτει με την πολική τάση του συστήματος. Άρα, η συνολική άεργος ισχύς των πυκνωτών είναι:



$$\left.\begin{aligned} Q_C &= 3\frac{U_N^2}{Z_C} \\ Z_C &= \frac{1}{2\pi f C_X} \end{aligned}\right\rangle \Rightarrow Q_C = 6\pi f C_X U_N^2$$

Προκειμένου ο συντελεστής ισχύος να γίνει μοναδιαίος, πρέπει η άεργος ισχύς των πυκνωτών να αντισταθμίζει την άεργο ισχύ του τριφασικού κυκλώματος. Άρα:

$$Q_C = Q \Rightarrow C_X = \frac{Q}{6\pi f U_N^2} = \frac{129,9kVAR}{6\cdot 3,14\cdot 50Hz\cdot\left(2kV\right)^2} = \frac{129,9}{6\cdot 3,14\cdot 50\cdot 4}10^{-3}F \Rightarrow C_X = 34,5\cdot 10^{-6}F = 34,5\mu F$$

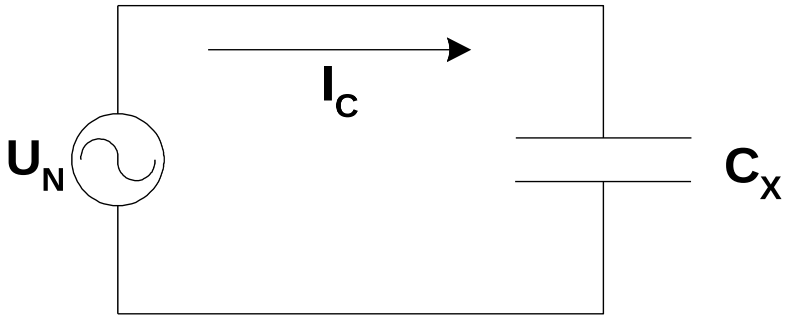
Τονίζεται ότι η συνδεσμολογία τριγώνου είναι προτιμότερη στους πυκνωτές αντιστάθμισης, διότι έτσι περιορίζεται η απαιτούμενη χωρητικότητα.

γ) Εύρεση των συναρτήσεων των φασικών ρευμάτων

Στο προηγούμενο ερώτημα, ζητείται η αναλυτική έκφραση των χωρητικών ρευμάτων (δηλαδή των ρευμάτων που διαρρέουν τους πυκνωτές αντιστάθμισης). Τα ρεύματα αυτά περιγράφονται από σχέσεις της μορφής:

$$i_{Ci}(t) = \sqrt{2} I_C \sin\left(wt + \Delta\phi_i\right)$$

Επειδή οι πυκνωτές είναι σε συνδεσμολογία τριγώνου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία πολική τάση ως διάνυσμα αναφοράς. Έστω ότι επιλέγουμε την RS. Από το μονοφασικό ισοδύναμο έχουμε:



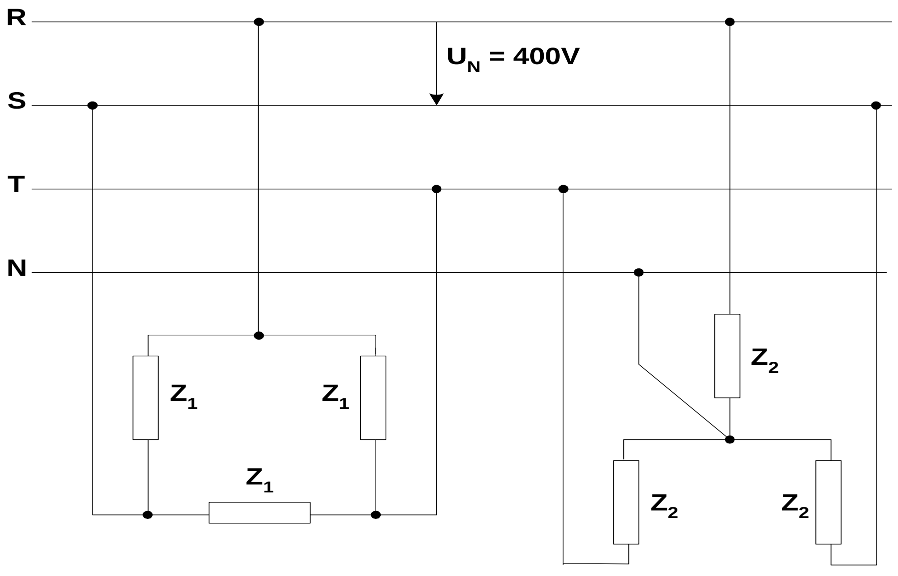
$$I_C = \frac{U_N}{Z_C} = 2\pi f C_X U_N = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50Hz \cdot 34{,}5 \cdot 10^{-6} F \cdot 2 \cdot 10^3 V \Rightarrow I_C = 21{,}67A$$

Φυσικά, η διαφορά φάσης του ρεύματος από τη φασική τάση στον κάθε πυκνωτή είναι $+90^o$. Αυτή η διαφορά φάσης πρέπει να προστεθεί στη διαφορά φάσης των πολικών τάσεων του συστήματος (οι οποίες αποτελούν τις φασικές τάσεις των πυκνωτών) ως προς την πολική τάση αναφοράς RS. Επομένως:

$$i_{C,RS}(t) = \sqrt{2} \cdot 21{,}67 \sin\left(wt + 90^o\right)[A]$$
$$i_{C,ST}(t) = \sqrt{2} \cdot 21{,}67 \sin\left(wt + 120^o + 90^o\right)[A] = \sqrt{2} \cdot 21{,}67 \sin\left(wt + 210^o\right)[A]$$
$$i_{C,TR}(t) = \sqrt{2} \cdot 21{,}67 \sin\left(wt + 240^o + 90^o\right)[A] = \sqrt{2} \cdot 21{,}67 \sin\left(wt + 330^o\right)[A]$$

δ) Χρήση του μετασχηματισμού Υ-Δ

Στο παρακάτω κύκλωμα να βρεθούν η ενεργός τιμή του ρεύματος ανά φάση και η εμπέδηση ανά φάση:

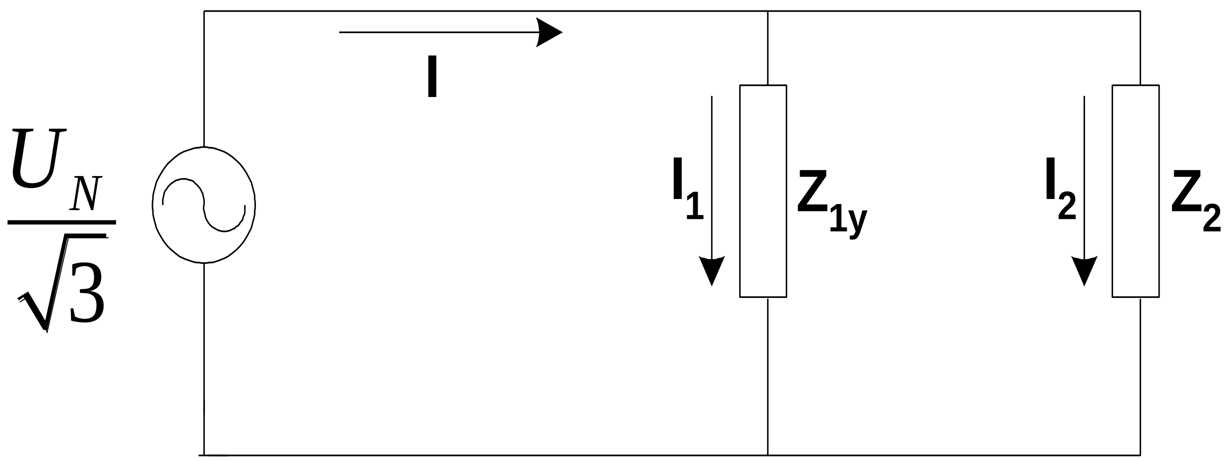


$$\overrightarrow{z_1} = Z_1 \underline{|\Delta\phi_1} = 12\underline{|-30^o}\Omega \qquad \overrightarrow{z_2} = Z_2 \underline{|\Delta\phi_2} = 20\underline{|15^o}\Omega$$

Για να βρούμε το ρεύμα και την ολική εμπέδηση ανά φάση του συστήματος, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα. Αυτό όμως απαιτεί όλα τα φορτία να είναι είτε σε αστέρα είτε σε τρίγωνο. Επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνδεσμολογία αστέρα, αφού τα ζητούμενα είναι μεγέθη φασικά και όχι πολικά. Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό Υ-Δ, θα μετατρέψουμε το φορτίο συνδεσμολογίας τριγώνου σε αστέρα. Τότε, η ισοδύναμη εμπέδησή του γίνεται από τη σχέση (4.16):

$$Z_{1y} = \frac{Z_{1d}}{3} = \frac{Z_1}{3} = \frac{12\Omega}{3} = 4\Omega$$

Φυσικά, η διαφορά φάσης ($\Delta\varphi_1$) δεν αλλάζει. Τώρα, είμαστε σε θέση να εφαρμόσουμε το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα:



Τα επιμέρους ρεύματα που ρέουν στα φορτία έχουν ενεργές τιμές:

$$I_1 = \frac{U_N/\sqrt{3}}{Z_{1y}} = \frac{400V}{1,7\cdot 4\Omega} = 58,8\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_N/\sqrt{3}}{Z_2} = \frac{400V}{1,7\cdot 20\Omega} = 14,3\text{A}$$

Το ολικό ρεύμα ανά φάση επομένως είναι:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\left(\Delta\phi_2 - \Delta\phi_1\right)} = \sqrt{58,8^2 + 14,3^2 + 1189,1}A \Rightarrow I = 69,6A$$

Η τιμή (μέτρο) της εμπέδησης ανά φάση είναι:

$$Z = \frac{U_N/\sqrt{3}}{I} = \frac{400V}{1,7\cdot 69,6A} \Rightarrow Z = 3,4\Omega$$

(ε) Υπολογισμός των διαφορών φάσης

Η διαφορές φάσης των διανυσμάτων της προηγούμενης εφαρμογής προκύπτουν ως εξής. Τα διάνυσματα $\vec{i_1}$ και $\vec{i_2}$ έχουν διαφορές φάσης που προκύπτουν από το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα:

$$\vec{i_1} = \frac{\overrightarrow{u_\phi}}{\overrightarrow{z_{1y}}} = \frac{U_N/\sqrt{3}}{Z_{1y}}\cdot\frac{\lfloor 0^o}{\lfloor -30^o} = I_1\lfloor 0^o - \left(-30^o\right) = 58,8\lfloor 30^o \left[A\right]$$

$$\vec{i_2} = \frac{\overrightarrow{u_\phi}}{\overrightarrow{z_2}} = \frac{U_N/\sqrt{3}}{Z_2}\cdot\frac{\lfloor 0^o}{\lfloor 15^o} = I_2\lfloor 0^o - 15^o = 14,3\lfloor -15^o \left[A\right]$$

Άρα, η διαφορά φάσης του ολικού ρεύματος $\vec{i}$ δίνεται από τη σχέση (3.3):

$$\Delta\phi = Sin^{-1}\left\{\frac{I_1\sin 30^o + I_2\sin\left(-15^o\right)}{\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos 45^o}}\right\} = Sin^{-1}\left\{\frac{58,8\cdot 0,5 - 14,3\cdot 0,26}{69,6}\right\} = 21,6^o$$

Θεωρώντας τη φάση R ως αναφορά έχουμε:

$$\vec{i_R} = I\lfloor 21,6^o = 69,6\lfloor 21,6^o \left[A\right]$$

$$\vec{i_S} = I\lfloor 120^o + 21,6^o = 69,6\lfloor 141,6^o \left[A\right]$$

$$\vec{i_T} = I\lfloor 240^o + 21,6^o = 69,6\lfloor 261,6^o \left[A\right]$$