10ο Μάθημα – Μοντέλα και Αλγόριθμοι Φωτισμού

Γραφικα

Ευάγγελος Σπύρου

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ακ. Έτος 2018-19

Σύνοψη του σημερινού μαθήματος

Εισαγωγή

- Η **ρεαλιστική** παράσταση του **φωτισμού** στα γραφικά επιτυγχάνεται μέσω της θεωρίας της **οπτικής**
- Η θεωρία αυτή βασίζεται στην έρευνα στο επιστημονικό πεδίο της **φυσικής**
- Στο κομμάτι των **γραφικών** ενδιαφερόμαστε για τα τμήματα της θεωρίας που έχουν
  1. μεγάλη **πρακτική** σημασία
  2. μικρό υπολογιστικό **κόστος**

Μοντέλα φωτισμού

Ποιος είναι ο ρόλος ενός μοντέλου φωτισμού;

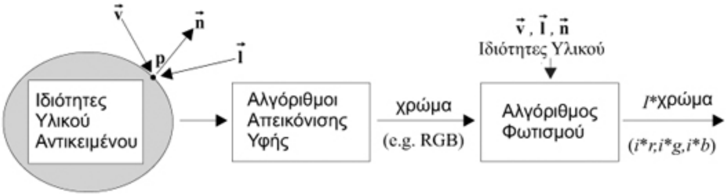
- Όταν το φως πέφτει πάνω σε ένα σημείο $\mathbf{p}$ ενός αντικειμένου, **αλλάζει** το χρώμα του αντικειμένου στο $\mathbf{p}$ σύμφωνα με
  1. την κατεύθυνση του **προσπίπτοντος** φωτός
  2. την κατεύθυνση **παρατήρησης**
  3. τον **προσανατολισμό** του $\mathbf{p}$ (κανονικό διάνυσμα)
  4. την **ανακλαστικότητα** του υλικού
- Τονίζουμε ότι το φως μπορεί να πέφτει **άμεσα** ή **έμμεσα** (μέσω ανακλάσεων) πάνω στο αντικείμενο

Η διαδικασία αυτή δεν πρέπει να συγχέεται με την απεικόνιση υφής, η οποία επιλέγει το χρώμα του αντικειμένου στο $\mathbf{p}$

Αλγόριθμοι υφής και φωτισμού

Τα αποτελέσματα του φωτισμού και της απεικόνισης συχνά συγχέονται!

- Το παρακάτω σχήμα βοηθά να αντιληφθούμε τη διαφορά:

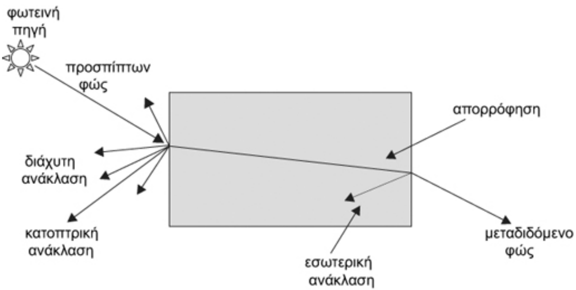


Η διαφορά μεταξύ μοντέλου και αλγορίθμου φωτισμού είναι ότι το πρώτο αποτελείται από ένα σύνολο φυσικών νόμων, ενώ ο δεύτερος αφορά την υλοποίησή του

Φυσική της αλληλεπίδρασης φωτός – αντικειμένων

προσπίπτον = ανακλώμενο + διαχεόμενο + απορροφόμενο + μεταδιδόμενο

- Ανάλογα με τη **δομή** της επιφάνειας του αντικειμένου καθώς και άλλες **παραμέτρους** αλλάζουν τα τμήματα (ποσοστά) του φωτός στην παραπάνω σχέση



Εκπεμπόμενη ενέργεια (Q)

- Η **εκπεμπόμενη** ενέργεια Q εκπέμπεται από μια φωτεινή πηγή ή ανακλάται από μια επιφάνεια
- Διαδίδεται με τη μορφή **φωτονίων**
- Είναι η **συνολική** ενέργεια όλων των συχνοτήτων που εκπέμπεται, μετράται σε Joule
- Η **οπτική** ακτινοβολία είναι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στην περιοχή συχνοτήτων από 3×10^{11} Hz εώς 3×10^{15} Hz και περιλαμβάνει την **υπεριώδη**, την **ορατή** και την **υπέρυθρη**

Φωτεινή ροή (Φ)

- **Φωτεινή ροή** Φ είναι ο ρυθμός με τον οποίο η εκπεμπόμενη ενέργεια **περνά** από κάποιο σημείο του χώρου, μετράται σε Watt (Joule/sec)
- Υπολογίζεται ως $\Phi = dQ/dt$
- Η ενέργεια που εκπέμπεται ή ανακλάται από ένα σημείο μπορεί είτε να **περιορίζεται** σε κάποιες κατευθύνσεις ή να **εξαπλώνεται** εξίσου προς όλες τις κατευθύνσεις

Φωτοβολία (I_r)

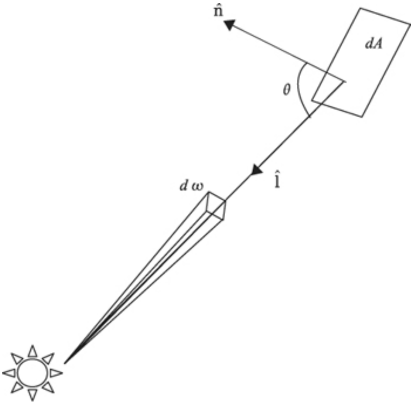
- Η **φωτοβολία** I_r ορίζεται ως φωτεινή ροή ανά μονάδα **στερεάς** γωνίας ω_r σε μια κατεύθυνση, μετριέται σε candela
- Η candela ορίζεται σαν φωτεινή ένταση **σε μια κατευθύνση** για φωτεινή πηγή που εκπέμπει **μονοχρωματική** ακτινοβολία με συχνότητα 540×10^{12} Hz και έχει φωτοβολία προς αυτή την κατευθύνση $1/683$ Watt/στερακτίνιο
- Υπολογίζεται ως $I_r = d\Phi_r/d\omega_r$

Λαμπρότητα (L)

- Έστω μια **στοιχειώδης επιφάνεια** dA με κανονικό διάνυσμα $\hat{\mathbf{n}}$ που σχηματίζει γωνία θ με την **κατευθύνση** του προσπίπτοντος ή του εξερχόμενου φωτισμού $\hat{\mathbf{l}}$
- Η **λαμπρότητα** ορίζεται ως φωτεινή ροή ανά μονάδα στερεάς γωνίας που εξέρχεται ή προσπίπτει στην dA από κάποια **κατευθύνση** ανά μονάδα προβαλλόμενης **επιφάνειας** στην κατεύθυνση αυτή
- Υπολογίζεται ως $L = d\Phi/(d\omega dA cos\theta) = d\Phi/(d\omega dA(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}))$
- Λόγω της στερεάς γωνίας, η λαμπρότητα είναι **αντιστρόφως** ανάλογη με το **τετράγωνο** της απόστασης από τη φωτεινή πηγή
- Μετράται σε watt/(στερακτίνιο·m^2)

Λαμπρότητα (L)

Τα προηγούμενα αποτυπώνονται στο παρακάτω σχήμα:



Λευκαύγεια (albedo) (ρ)

- Η **λευκαύγεια** ρ ενός υλικού είναι ο λόγος της ακτινοβολούμενης προς την προσπίπτουσα ακτινοβολία σε όλο το φάσμα
- Καθορίζει το **χρώμα** του υλικού, **χωρίς** την επίδραση του φωτισμού

Φωτισμός (E_i)

- Ο **φωτισμός** E_i ενός σημείου επιφάνειας είναι η **προσπίπτουσα φωτεινή ροή** ανά μονάδα **επιφάνειας** στη γειτονιά του σημείου
- Ο φωτισμός μπορεί να θεωρηθεί ως φωτεινή ροή ανά μονάδα επιφάνειας που προσπίπτει από όλες τις κατευθύνσεις εντός ενός **ημισφαιρίου** σε μια στοιχειώδη επιφάνεια που βρίσκεται στο **κέντρο** της βάσης του ημισφαιρίου
- Δηλαδή υπολογίζεται ως $E_i - d\Phi_i/dA$
- Η ένταση φωτεινής ακτινοβολίας (**ακτινοβολία**) B είναι η φωτεινή ροή ανά μονάδα ακτινοβολίας που **εξέρχεται** από μια επιφάνεια
- Υπολογίζεται ως $E_r = B = d\Phi_r/dA$
- **Και** οι δύο μετρώνται σε Watt/m^2

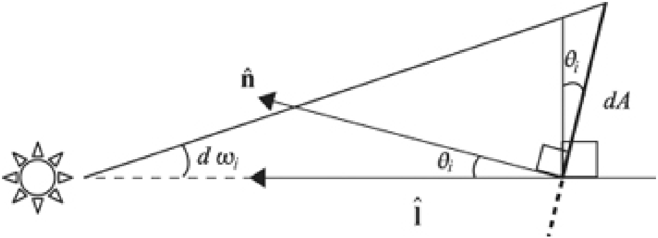
Προσπίπτουσα ένταση (I_i)

- Για ένα σημείο φωτιζόμενης επιφάνειας ορίζουμε την **προσπίπτουσα ένταση** I_i όπως τη φωτοβολία ως προσπίπτουσα ροή ανά μονάδα στερεάς γωνίας
- Δηλαδή υπολογίζεται ως $I_i = d\Phi_i / d\omega_i$
- Μπορεί να συσχετισθεί με το **φωτισμό** ως $E_i = I_i d\omega_i / dA$
- Από τον ορισμό της **στερεάς γωνίας** έχουμε $d\omega_i = (dA \cos\theta_i)/d^2$, όπου $dAcos\theta_i$ είναι η **προβολή** της dA σε ένα επίπεδο κάθετο προς την κατευθύνση φωτισμού και d η απόσταση της φωτεινής πηγής από τη dA

Νόμος της φωτομετρίας

Από τα προηγούμενα καταλήγουμε στο **νόμο της φωτομετρίας**:

$$E_i = I_i \frac{\cos\theta_i}{d^2} = I_i \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}}{d^2}$$

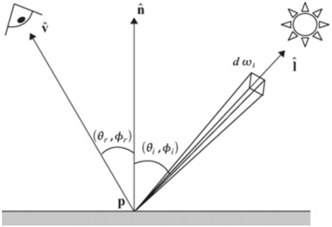


Κατανομή αμφίδρομης ανακλαστικότητας – ΚΑΑ

- Στα **γραφικά** ενδιαφερόμαστε για τη σχέση του **προσπίπτοντος** σε μια επιφάνεια φωτός από μια κατευθύνση με
  1. το **ανακλώμενο** φως προς κάποια άλλη κατεύθυνση
  2. το **μεταδιδόμενο** φως μέσα από το αντικείμενο (σε περίπτωση διαφάνειας)
- Αυτή η σχέση ενσωματώνεται στην **κατανομή αμφίδρομης ανακλαστικότητας** (ΚΑΑ) (bidirectional reflectance distribution function – BRDF)
- Η ΚΑΑ **εξαρτάται** από:
  1. κατευθύνση φωτισμού και παρατήρησης
  2. μήκος κύματος
  3. σκιές
  4. οπτικές ιδιότητες του αντικειμένου (ανακλαστικότητα, απορροφητικότητα κλπ)

Κατανομή αμφίδρομης ανακλαστικότητας – ΚΑΑ

- Στην πράξη η ΚΑΑ μπορεί μόνο να **προσεγγιστεί**
- Είναι μια έννοια γνωστή σε επιστημονικές περιοχές όπως η **τηλεπισκόπηση** αλλά επίσης και στη **ζωγραφική**
- Συσχετίζει την εξερχόμενη **λαμπρότητα** dL_r στην κατευθύνση (θ_r, ϕ_r) με τον **φωτισμό** dE_i από την κατευθύνση (θ_i, ϕ_i) ως BRDF $= \frac{dL_r}{dE_i}$



Κατανομή αμφίδρομης ανακλαστικότητας – ΚΑΑ

- Ουσιαστικά η ΚΑΑ αντιμετωπίζει το γεγονός ότι τα αντικείμενα φαίνονται **διαφορετικά** όταν
  01. **παρατηρούνται** από διαφορετικές οπτικές γωνίες
  02. **φωτίζονται** από διαφορετικές κατευθύνσεις

Κατανομή αμφίδρομης ανακλαστικότητας – ΚΑΑ

Κλασικό παράδειγμα: **διαφορά** μεταξύ έμπροσθεν και όπισθεν διάχυσης, όπου η φωτεινή πηγή είναι μπροστά και πίσω από τον **παρατηρητή**

Το κλασικό μοντέλο φωτισμού του Phong

- Είναι ένα **εμπειρικό** μοντέλο που προτάθηκε το 1975
- Δε λαμβάνει υπόψη την **αλληλεπίδραση** του φωτός μεταξύ αντικειμένων
- Χρησιμοποιεί όρους που δεν πηγάζουν αποκλειστικά από **φυσικούς** νόμους
- Δίνει **ικανοποιητικά** αποτελέσματα με **χαμηλό** υπολογιστικό κόστος
- Χρησιμοποιείται **ευρέως**

ΚΑΑ του μοντέλου Phong

- Το μοντέλο Phong προτείνει μια **απλή** ΚΑΑ
- Συσχετίζει την **προσπίπτουσα** φωτεινή ένταση από την κατευθύνση (θ_i, ϕ_i) με την **ανακλώμενη** φωτεινή ένταση στην κατευθύνση (θ_r, ϕ_r) για ένα σημείο $\mathbf{p}$ ενός αντικειμένου
- Υπολογίζει την **ορατή** ένταση ως άθροισμα 4 όρων: εκπομπή, ανάκλαση περιβάλλοντος φωτισμού, διάχυτη ανάκλαση και κατοπτρική ανάκλαση
- Δηλαδή $I = I_e + I_g + I_d + I_s$

Επίδραση όρων στο μοντέλο Phong

ΚΑΑ του μοντέλου Phong

- Ο όρος **εκπομπής** I_e χρησιμοποιείται για **αυτόφωτα** αντικείμενα
- Ο όρος **περιβάλλοντος** φωτός I_g αντισταθμίζει το γεγονός ότι το μοντέλο Phong δε λαμβάνει υπόψη του την **αλληλεπίδραση** του φωτός μεταξύ των αντικειμένων
- Χωρίς τον όρο I_g μια επιφάνεια που δε φωτιζόταν **άμεσα** από φωτεινή πηγή θα εμφανιζόταν εντελώς **σκοτεινή**
- Θεωρείται ότι υπάρχει μια σταθερή τιμή **περιβάλλοντος** φωτισμού I_a και κάθε αντικείμενο **ανακλά** το φωτισμό αυτό ανάλογα με έναν συντελεστή k_a ως $I_g = I_a k_a, \ (0 \leq k_a \leq 1)$

Ανάκλαση φωτός σε επιφάνεια

- Το φως που πέφτει σε ένα αντικείμενο **απευθείας** από μια φωτεινή πηγή **διαιρείται** σε δύο ανακλαστικές συνιστώσες
  1. τη **διάχυτη** που κατανέμεται **ομοιόμορφα** σε όλες τις συνιστώσες
  2. την **κατοπτρική** που έχει τη **μέγιστη** τιμή της στην κατοπτρικά αντίθετη κατεύθυνση από αυτή του φωτισμού
- Οι **συντελεστές** διάχυτης και κατοπτρικής ανάκλασης k_d, k_s εξαρτώνται κυρίως από τα **χαρακτηριστικά** της επιφάνειας του αντικειμένου
  1. Όσο πιο **αδρή** είναι η επιφάνεια, τόσο περισσότερο φως ανακλάται **διάχυτα**
  2. Όσο πιο **λεία** είναι η επιφάνεια, τόσο περισσότερο φως ανακλάται **κατοπτρικά**
- Γενικά $0 \leq k_d, k_s \leq 1, k_d + k_s \leq 1$

Διάχυση φωτός σε επιφάνεια

- Ο διάχυτος όρος του μοντέλου Phong υποθέτει επιφάνεια τύπου **Lambert**
- Για μια τέτοιου είδους επιφάνεια θεωρείται ότι η ολική εκπεμπόμενη **ισχύς** είναι ευθέως **ανάλογη** του συνημιτόνου της **γωνίας** θ_r μεταξύ της κατεύθυνσης παρατήρησης και του κανονικού διανύσματος
- Άρα όταν παρατηρούμε μια στοιχειώδη επιφάνεια Lambert dA από **οποιαδήποτε** κατεύθυνση μέσα στο ημισφαίριο Ω πάνω από το dA, αυτή φαίνεται με την **ίδια** λαμπρότητα
- Επανερχόμενοι στο μοντέλο Phong, μπορούμε να θεωρήσουμε πλέον ότι το φως που προσπίπτει, **κατανέμεται εξίσου** προς όλες τις κατευθύνσεις
- Άρα **δεν** εξαρτάται από την κατεύθυνση παρατήρησης

Διάχυση φωτός σε επιφάνεια

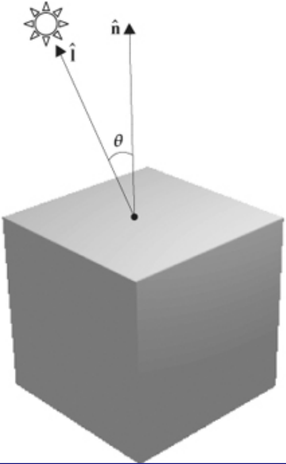
- Η τιμη του προσπίπτοντος φωτός είναι ανάλογη του **φωτισμού** E_i, που μπορεί να αντικατασταθεί από την ένταση I_i σύμφωνα με το νόμο της φωτομετρίας
- Αγνοώντας την απόσταση d (υποθέτωντας ότι η φωτεινή πηγή βρίσκεται στο **άπειρο**):

$$I_d = I_i k_d \cos\theta = I_i k_d(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}), \ (0 \leq \theta \leq \pi/2, 0 \leq k_d \leq 1)$$

- όπου
  1. I_i είναι η **ένταση** μιας σημειακής φωτεινής πηγής
  2. θ η **γωνία** μεταξύ της κατεύθυνσης φωτισμού ($\hat{\mathbf{l}}$) και του $\hat{\mathbf{n}}$ (μοναδιαία)
  3. k_d ο **συντελεστής διάχυτης ανάκλασης** του αντικειμένου (εξαρτάται από αδρότητα επιφάνειας και μήκος κύματος προσπίπτοντος φωτός)

Διάχυση φωτός σε επιφάνεια

Τα παραπάνω φαίνονται στο ακόλουθο σχημα:



Διάχυση φωτός σε επιφάνεια

- Για μια **επίπεδη** επιφάνεια το I_d έχει **σταθερή** τιμή, αφού δεν μεταβάλλονται τα $\hat{\mathbf{l}}$) και $\hat{\mathbf{n}}$ (η φωτεινή πηγή βρίσκεται στο άπειρο)
- Στην πράξη εξασφαλίζεται ότι το $\cos\theta$ **δεν** παίρνει αρνητικές τιμές:

$$I_d = I_i k_d \max(0, \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}})$$

Κατοπτρική ανάκλαση σε επιφάνεια

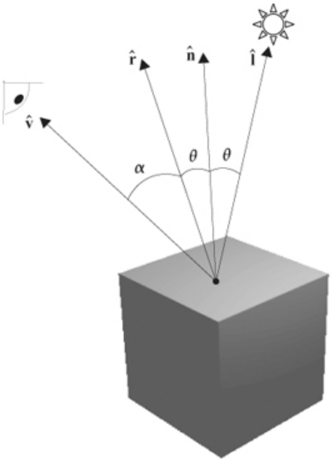
- Ο όρος διάχυτου φωτισμού δίνει στα αντικείμενα μια **μη γυαλιστερή** (ματ) εμφάνιση
- Ο κατοπτρικός όρος ακολουθεί το **νόμο του καθρέπτη**
- Ένας **τέλειος** καθρέπτης εκτελεί κατοπτρική ανάκλαση **μόνο** στην κατευθύνση ανάκλασης $\hat{\mathbf{r}}$
- Οι περισσότερες επιφάνειες χαρακτηρίζονται από μια συνάρτηση κατοπτρικής ανάκλασης που παίρνει τη **μέγιστη** τιμή της όταν η κατεύθυνση παρατήρησης $\hat{\mathbf{v}}$ **συμπίπτει** με την $\hat{\mathbf{r}}$:

$$I_s = I_i k_s \cos^n a = I_i k_s (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{v}})^n$$

- όπου $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{v}}$ μοναδιαία και n μια **εμπειρική** τιμή που σχετίζεται με το πόσο γυαλιστερή είναι μια επιφάνεια

Κατοπτρική ανάκλαση σε επιφάνεια

Τα παραπάνω φαίνονται στο ακόλουθο σχημα:

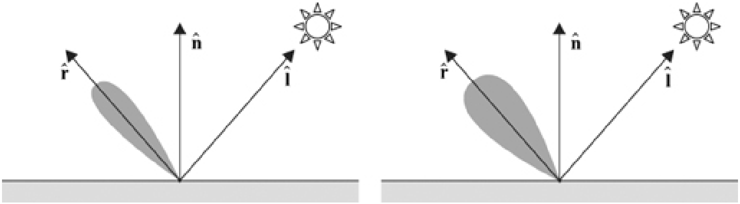


Κατοπτρική ανάκλαση σε επιφάνεια

- Η κατοπτρική ανάκλαση είναι υπεύθυνη για τις **λάμψεις** που εμφανίζονται σε γυαλιστερά αντικείμενα
- Ο όρος $\cos^n a$ προσεγγίζει τη **χωρική** κατανομή του ανακλώμενου φωτός
- **Μικρές** τιμές του n αντιστοιχούν σε **αδρά** υλικά (ασαφής λάμψη - μεγάλο μέγεθος), **μεγάλες** σε **λεία** υλικά (μικρή, καλά οριοθετημένη λάμψη)
- Η **κατοπτρική** ανάκλαση παίρνει το χρώμα της φωτεινής **πηγής**
- Π.χ., αν ένα **μπλε** αντικείμενο φωτιστεί με **άσπρο** φως, το χρώμα της διάχυτης ανάκλασης θα είναι **μπλε**, ενώ της κατοπτρικής **άσπρο**

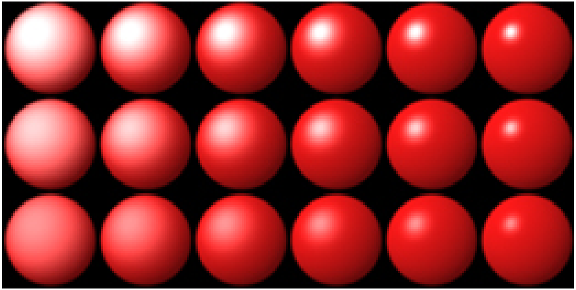
Κατοπτρική ανάκλαση σε επιφάνεια

Το αποτέλεσμα του δείκτη υλικού n φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Κατοπτρική ανάκλαση σε επιφάνεια

Το αποτέλεσμα του συντελεστή ανάκλασης k_s φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Το μοντέλο Phong

- Έτσι το μοντέλο **Phong** υπολογίζει το φωτισμό ως εξής:

$$I = I_e + I_a k_a + I_i(k_d(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}) + k_s(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{v}})^n)$$

- Για **απλοποίηση** των υπολογισμών, η φωτεινή πηγή και το σημείο παρατήρησης συχνά τοποθετούνται σε **άπειρη** απόσταση
- Έτσι για **επίπεδες** επιφάνειες, τα διανύσματα $\hat{\mathbf{l}}$ και $\hat{\mathbf{v}}$ έχουν **σταθερές** τιμές

Παραλλαγή υπολογισμού κατοπτρικής ανάκλασης

- Μια **παραλλαγή** του υπολογισμού κατοπτρικής ανάκλασης χρησιμοποιεί το **διχοτόμο** διάνυσμα $\hat{\mathbf{h}}$, το οποίο και είναι ο μέσος όρος των $\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{v}}$:

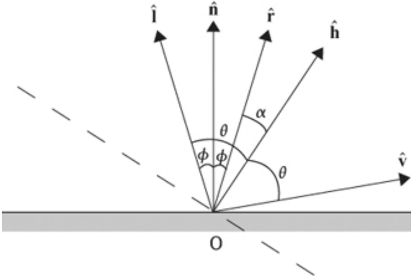
$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{(\hat{\mathbf{l}} + \hat{\mathbf{v}})/2}{|(\hat{\mathbf{l}} + \hat{\mathbf{v}})/2|}$$

- Έτσι το μοντέλο Phong μπορεί να τροποποιηθεί ως:

$$I = I_e + I_a k_a + I_i(k_d(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}) + k_s(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{h}})^n)$$

- Το διάνυσμα $\hat{\mathbf{h}}$ υπολογίζεται πολύ φθηνότερα από το $\hat{\mathbf{r}}$
- Αν τα $\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{v}}$ είναι σταθερά, τότε το $\hat{\mathbf{h}}$ είναι επίσης σταθερό

Παραλλαγή υπολογισμού κατοπτρικής ανάκλασης



- Από το σχήμα, η γωνία $\widehat{\mathbf{nh}} = \phi + \alpha$, η γωνία $\widehat{\mathbf{rv}} = \theta + \alpha$ και $\theta = 2\phi + \alpha$
- Συμπεραίνουμε ότι $\widehat{\mathbf{rv}} = 2\widehat{\mathbf{nh}}$
- Μπορούμε να αντικαταστήσουμε το γινόμενο $\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{v}}$ με το $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{h}}$

Παραλλαγή υπολογισμού κατοπτρικής ανάκλασης

- Το διάνυσμα $\hat{\mathbf{h}}$ υπολογίζεται **φθηνότερα** από το $\hat{\mathbf{r}}$
- Εφόσον τα $\hat{\mathbf{l}}$, $\hat{\mathbf{v}}$ είναι σταθερά, είναι επίσης **σταθερό**
- Μπορεί να θεωρηθεί ως το κανονικό διάνυσμα του επιπέδου για το οποίο ο παρατηρητής από το $\hat{\mathbf{v}}$ θα έβλεπε τη **μέγιστη** τιμή της κατοπτρικής ανάκλασης για φωτεινή πηγή από το $\hat{\mathbf{l}}$

Η επίδραση της φωτεινής πηγής

- Εώς τώρα θεωρήσαμε ότι η φωτεινή πηγή είναι στο **άπειρο**
- Η συνεισφορά του κατοπτρικού και του διάχυτου όρου εξαρτάται από την **ένταση** της
- Ο όρος περιβάλλοντος φωτισμού θεωρήθηκε **σταθερός**
- Άρα, αντικείμενα με **ίδιες** ιδιότητες και προσανατολισμό, αλλά **διαφορετικές** αποστάσεις από τη φωτεινή πηγή θα έχουν (**λανθασμένα**) την **ίδια** ένταση φωτισμού
- Αυτό μπορεί να **διορθωθεί** με έναν απλό τρόπο, αν θεωρήσουμε έναν παράγοντα που εξαρτάται από την **απόσταση** του φωτιζόμενου σημείου του αντικειμένου από τη φωτεινή πηγή

Η επίδραση της φωτεινής πηγής

- Ο σωστός υπολογισμός σύμφωνα με τους νόμους της φυσικής περιλαμβάνει μείωση της έντασης σύμφωνα με το **τετράγωνο** της απόστασης d από τη φωτεινή πηγή
- Συχνά χρησιμοποιείται μια πιο **ευέλικτη** εξίσωση, η οποία χρησιμοποιεί και έναν γραμμικό και έναν σταθερό όρο: $f(d) = 1/(c_1 + c_2 d + c_3 d^2)$
- Έτσι το μοντέλο **Phong** γίνεται:

$$I = I_e + I_a k_a + f(d) I_i (k_d(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}) + k_s(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{h}})^n)$$

- Ή ενσωματώνοντας **πολλαπλές** φωτεινές πηγές:

$$I = I_e + I_a k_a + \sum_j (f(d_j) I_{i,j} (k_d(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}_{\mathbf{j}}) + k_s(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{h}}_{\mathbf{j}})^n))$$

Επέκταση για έγχρωμο φως

- Για **μονοχρωματικό** φως, η αρχική μονοχρωματική τιμή v ενός σημείου αντικειμένου $\mathbf{p}$ μετατρέπεται κατά το αποτέλεσμα I του μοντέλου φωτισμού ως εξής: $v' = vI$
- Το μοντέλο **επεκτείνεται** για **έγχρωμο** φως δίνοντας το χρώμα της φωτεινής πηγής στην κατοπτρική ανάκλαση
- Το χρώμα των όρων περιβάλλοντος και διάχυσης εξαρτάται από τους χρωματικούς συντελεστές του **υλικού** του αντικειμένου
- Έτσι υπολογίζονται **τρεις** τιμές έντασης, μια για κάθε χρωματική συνιστώσα
- Έτσι, π.χ., για το **κόκκινο** χρώμα (r) και αντίστοιχα για τα πράσινο (g) και μπλε (b):

$$I_r = I_{er} + I_a k_{ar} + f(d) I_i (k_{dr}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}) + k_s(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{h}})^n)$$

Επέκταση για έγχρωμο φως

- Σημειώνουμε ότι η κατοπτρική ανάκλαση συνεισφέρει **εξίσου** και στις τρεις εξισώσεις, προσομοιώνοντας μια άσπρη φωτεινή πηγή
- Έτσι, αν (r, g, b) είναι το **αρχικό** χρώμα ενός αντικειμένου στο σημείο $\mathbf{p}$, αυτό μπορεί να **μετατραπεί** από το αποτέλεσμα του υπολογισμού χρωματικής έντασης ως εξής: $(r', g', b') = (rI_r, gI_g, bI_b)$

Διανύσματα μοντέλου Phong

- Το μοντέλο Phong χρησιμοποιεί κάποια διανύσματα για τον υπολογισμό της τιμής **φωτισμού** κάποιου **σημείου**
- Πιο συγκεκριμένα, είδαμε ότι **εμπλέκονται** τα διανύσματα $\vec{\mathbf{n}}$, $\vec{\mathbf{l}}$, $\vec{\mathbf{v}}$ και $\vec{\mathbf{r}}$ ή $\vec{\mathbf{h}}$
- Οι **υπολογισμοί** των διανυσμάτων αυτών πρέπει να γίνονται με **αποτελεσματικό** τρόπο, καθώς επαναλαμβάνονται για **κάθε** σημείο που εφαρμόζεται το μοντέλο
- Στο παρόν μάθημα **δεν** θα μελετήσουμε τους τρόπους αυτούς

Αλγόριθμοι φωτισμού

- Παραδοσιακά, ο φωτισμός χρησιμοποιείται για την παραγωγή **ρεαλιστικών** εικόνων
- Το 1969 ο Warnock εισήγαγε την έννοια της ελάττωσης της έντασης ανάλογα με το **βάθος**
- Τα αντικείμενα φωτίζονταν ανάλογα με την **απόστασή** τους από τη φωτεινή πηγή
- Συχνά η απόσταση αυτή **συνέπιπτε** με το σημείο παρατήρησης
- Οι Warnock, Romney και Watkins πρότειναν την **παρεμβολή** τιμών φωτισμού εντός των **πολυγώνων** από τιμές φωτισμού που υπολογίζονται στις **κορυφές**

Αλγόριθμοι φωτισμού

- Το 1971, ο Gouraud ολοκλήρωσε τις εργασίες τους και πρότεινε τον υπολογισμό μοναδικών κανονικών διανυσμάτων στις **κοινές** κορυφές των πολυγώνων
- Στη συνέχεια ο Phong πρότεινε τον υπολογισμό τιμών φωτεινότητας σε **κάθε εικονοστοιχείο** με γραμμική παρεμβολή των κανονικών διανυσμάτων των κορυφών και με χρήση του μοντέλου που ο ίδιος εισήγαγε το 1975
- Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις όπου η γραμμική παρεμβολή των κανονικών διανυσμάτων των κορυφών **δεν** είναι ικανοποιητική
- Ο Overveld πρότεινε ένα **τετραγωνικό** σχήμα παρεμβολής το 1997

Αλγόριθμοι φωτισμού

- Θα περιγράψουμε αλγόριθμους για τον υπολογισμό των τιμών φωτεινότητας **μέσα σε ένα πολύγωνο**
- Αυτοί παρέχουν αυξανόμενο **ρεαλισμό** με αυξανόμενη υπολογιστική **πολυπλοκότητα**
- Η πολυπλοκότητα, όμως, **αντιμετωπίζεται** από τους επεξεργαστές γραφικών

Σταθερή φωτοσκίαση

- Ο **απλούστερος** αλγόριθμος φωτισμού για πολυγωνικά αντικείμενα εφαρμόζει μια **σταθερή** τιμή φωτεινότητας σε κάθε πολύγωνο
- **Δε** χρησιμοποιεί κατοπτρική ανάκλαση **ούτε** ελάττωση της έντασης ανάλογα με το βάθος
- Ενσωματώνει μόνο μια **σταθερή** τιμή περιβάλλοντος φωτισμού και **διάχυτη** ανάκλαση
- Τα σημεία παρατήρησης και φωτεινής πηγής **συμπίπτουν** και τοποθετούνται και τα δύο σε **άπειρη** απόσταση ($\hat{\mathbf{l}} = \hat{\mathbf{v}}$)
- Αυτό συνεπάγεται ότι δεν υπάρχουν **σκιές** και ο όρος $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}$ είναι **σταθερός** στην επιφάνεια **κάθε** πολυγώνου

Σταθερή φωτοσκίαση

- Αν τα σημεία φωτισμού και παρατήρησης βρίσκονται πάνω στο **θετικό** άξονα z, τότε:
  1. $\hat{\mathbf{l}} = \hat{\mathbf{v}} = [0, 0, 1]^T$
  2. $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{l}}) = n_z$ για $\hat{\mathbf{n}} = [n_x, n_y, n_z]^T$
- Η **εξίσωση φωτισμού** τότε γίνεται

$$I = I_e + I_a k_a + I_i k_d n_z$$

- Η τιμή της έντασης I υπολογίζεται **μια** φορά για κάθε πολύγωνο και χρησιμοποιείται για **όλα** τα εικονοστοιχεία που καλύπτει

Σταθερή φωτοσκίαση

- Δυστυχώς το ανθρώπινο μάτι είναι πολύ **ευαίσθητο** σε ασυνέχειες του φωτισμού (mach-bands)
- Ο αλγόριθμος αυτός κάνει **εμφανή** τα πολυγωνικά όρια
- Έτσι τα αντικείμενα αποκτούν μια “**πολυγωνική**” μορφή
- Το πρόβλημα εμφανίζεται λόγω του ότι το πολυγωνικό πλέγμα προσεγγίζει μια **καμπύλη** επιφάνεια με **διακριτό** τρόπο
- Αυξάνοντας το **πλήθος** των πολυγώνων (συχνότητα δειγματοληψίας) η διαφορά μεταξύ της καμπύλης και του πλέγματος **μικραίνει**
- Φυσικά όσο αυξάνεται το **πλήθος** των πολυγώνων, αυξάνεται και η απαιτούμενη επεξεργαστική **ισχύς**
- Είναι προτιμότερο να θεραπευτεί το πρόβλημα με κάποιο είδος **παρεμβολής**

Σταθερή φωτοσκίαση

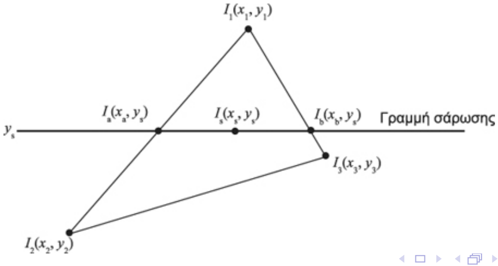
Αποτέλεσμα της σταθερής φωτοσκίασης

Φωτοσκίαση Gouraud

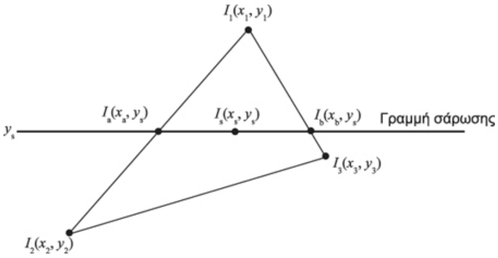
- Η φωτοσκίαση **Gouraud** αποτελεί έναν απλό αλγόριθμο **παρεμβολής** φωτισμού
- Αν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι **αρκετή**, μπορεί να ενσωματώσει τοπικά **μέγιστα** και **ελάχιστα** της κατανομής του φωτισμού πάνω στο πολυγωνικό πλέγμα
- Υπολογίζει τιμές έντασης για **εσωτερικά** εικονοστοιχεία **παρεμβάλλοντας** τις τιμές έντασης των κορυφών
- Οι τιμές έντασης στις **κορυφές** υπολογίζονται με το μοντέλο **Phong**
- Υπολογίζονται τα κανονικά διανύσματα στις **κορυφές** τα οποία χρησιμοποιούνται για την εύρεση της τιμής της εξίσωσης **Phong** στις κορυφές

Φωτοσκίαση Gouraud

- Στη συνέχεια, οι τιμές έντασης των κορυφών **παρεμβάλλονται γραμμικά** κατά μήκος των ακμών του πολυγώνου και μεταξύ των ακμών (κατά μήκος των γραμμών σάρωσης)
- Στο ακόλουθο σχήμα, οι I_1, I_2, I_3 υπολογίζονται με το μοντέλο **Phong**, ενώ οι I_a, I_b, I_c με **παρεμβολή**



Φωτοσκίαση Gouraud



$$I_\mathbf{a} = I_1 \frac{y_\mathbf{s} - y_2}{y_1 - y_2} + I_2 \frac{y_1 - y_\mathbf{s}}{y_1 - y_2} = \frac{1}{y_1 - y_2}(I_1(y_\mathbf{s} - y_2) + I_2(y_1 - y_\mathbf{s}))$$

$$I_\mathbf{b} = \frac{1}{y_1 - y_3}(I_1(y_\mathbf{s} - y_3) + I_3(y_1 - y_\mathbf{s})),\ I_\mathbf{s} = \frac{1}{x_\mathbf{b} - x_\mathbf{a}}(I_\mathbf{a}(x_\mathbf{b} - x_\mathbf{s}) + I_\mathbf{b}(x_\mathbf{s} - x_\mathbf{a}))$$

Φωτοσκίαση Gouraud

- Οι τιμές έντασης σε μια **γραμμή σάρωσης** υπολογίζονται **αυξητικά**
- Αν s_1, s_2 δύο **εικονοστοιχεία** πάνω σε μια γραμμή σάρωσης, τότε

$$I_{\mathrm{s}_1} = \frac{1}{x_{\mathrm{b}} - x_{\mathrm{a}}}\left(I_{\mathrm{a}}(x_{\mathrm{b}} - x_{\mathrm{s}_1}) + I_{\mathrm{b}}(x_{\mathrm{s}_1} - x_{\mathrm{a}})\right)$$

$$I_{\mathrm{s}_2} = \frac{1}{x_{\mathrm{b}} - x_{\mathrm{a}}}\left(I_{\mathrm{a}}(x_{\mathrm{b}} - x_{\mathrm{s}_2}) + I_{\mathrm{b}}(x_{\mathrm{s}_2} - x_{\mathrm{a}})\right)$$

- **Αφαιρώντας** τις παραπάνω έχουμε:

$$\Delta I_s = I_{\mathrm{s}_2} - I_{\mathrm{s}_1} = \frac{x_{\mathrm{s}_2} - x_{\mathrm{s}_1}}{x_{\mathrm{b}} - x_{\mathrm{a}}}(I_{\mathrm{b}} - I_{\mathrm{a}}) = \frac{\Delta x}{x_{\mathrm{b}} - x_{\mathrm{a}}}(I_{\mathrm{b}} - I_{\mathrm{a}})$$

Φωτοσκίαση Gouraud

- Στην περίπτωση που θεωρήσουμε **γειτονικά** εικονοστοιχεία, $\Delta x = 1$
- Η **προηγούμενη** σχέση γίνεται

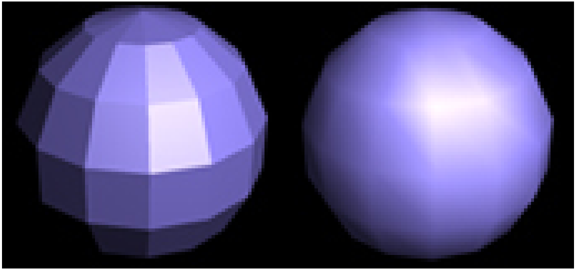
$$\Delta I_s = \frac{I_{\mathbf{b}} - I_{\mathbf{a}}}{x_{\mathbf{b}} - x_{\mathbf{a}}}$$

- Η ένταση **γειτονικών** εικονοστοιχείων μπορεί να υπολογιστεί **αυξητικά**:

$$I_{\mathbf{s},n} = I_{\mathbf{s},n-1} + \Delta I_s$$

Φωτοσκίαση Gouraud

Αποτέλεσμα της φωτοσκίασης Gouraud σε σχέση με τη σταθερή φωτοσκίαση



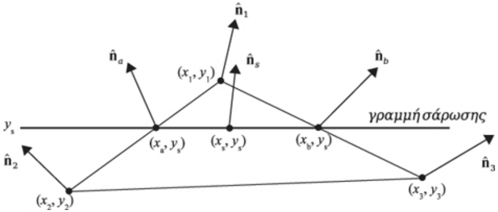
Φωτοσκίαση Phong

- Δυστυχώς η συχνότητα δειγματοληψίας (πλήθος πολυγώνων) σπάνια είναι αρκετή για να δειχθούν οι **λάμψεις** με τον αλγόριθμο του Gouraud
- Αυτές φαίνονται όταν το διάνυσμα ανάκλασης $\vec{\mathbf{r}}$ είναι (σχεδόν) **ίσο** με το διάνυσμα παρατήρησης $\vec{\mathbf{v}}$
- Με τον αλγόριθμο Gouraud τα διανύσματα **δεν** παρεμβάλλονται μέσα στο πολύγωνο αλλά χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τιμών έντασης **μόνο** στις κορυφές
- **Δεν** εξαλείφονται οι **ασυνέχειες** του φωτισμού, καθώς η γραμμική παρεμβολή των τιμών έντασης διατηρεί συχνά **ορατές** ασυνέχειες δεύτερου βαθμού

Φωτοσκίαση Phong

- Ο αλγόριθμος Phong **λύνει** τα παραπάνω προβλήματα εφαρμόζοντας το **μοντέλο Phong** σε **κάθε** εικονοστοιχείο
- Τα απαιτούμενα μοναδιαία κανονικά διανύσματα υπολογίζονται με **διγραμμική** παρεμβολή από τα κανονικά διανύσματα των κορυφών

Φωτοσκίαση Phong



$$\vec{\mathbf{n}}_{\mathbf{a}} = \frac{1}{y_1 - y_2}\left(\hat{\mathbf{n}}_1(y_{\mathbf{s}} - y_2) + \hat{\mathbf{n}}_2(y_1 - y_{\mathbf{s}})\right)$$

$$\vec{\mathbf{n}}_{\mathbf{b}} = \frac{1}{y_1 - y_3}\left(\hat{\mathbf{n}}_1(y_{\mathbf{s}} - y_3) + \hat{\mathbf{n}}_3(y_1 - y_{\mathbf{s}})\right)$$

$$\vec{\mathbf{n}}_{\mathbf{s}} = \frac{1}{x_{\mathbf{b}} - x_{\mathbf{a}}}\left(\hat{\mathbf{n}}_{\mathbf{a}}(x_{\mathbf{b}} - x_{\mathbf{s}}) + \hat{\mathbf{n}}_{\mathbf{b}}(x_{\mathbf{s}} - x_{\mathbf{a}})\right)$$

Φωτοσκίαση Phong

- Οι παρακάτω σχέσεις ισχύουν για **γειτονικά** εικονοστοιχεία πάνω στην **ίδια** γραμμή σάρωσης και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για **αυξητικό** υπολογισμό:

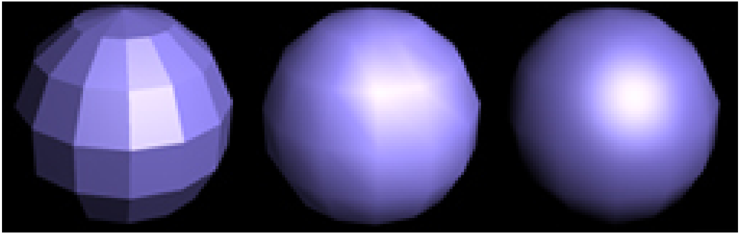
$$n_{\mathbf{s}x,n} = n_{\mathbf{s}x,n-1} + \Delta n_{\mathbf{s}x},\ n_{\mathbf{s}y,n} = n_{\mathbf{s}y,n-1} + \Delta n_{\mathbf{s}y},\ n_{\mathbf{s}z,n} = n_{\mathbf{s}z,n-1} + \Delta n_{\mathbf{s}z}$$

- όπου:

$$\Delta n_{\mathbf{s}x} = \frac{n_{\mathbf{b}x} - n_{\mathbf{a}x}}{x_{\mathbf{b}} - x_{\mathbf{a}}},\ \Delta n_{\mathbf{s}y} = \frac{n_{\mathbf{b}y} - n_{\mathbf{a}y}}{x_{\mathbf{b}} - x_{\mathbf{a}}},\ \Delta n_{\mathbf{s}z} = \frac{n_{\mathbf{b}z} - n_{\mathbf{a}z}}{x_{\mathbf{b}} - x_{\mathbf{a}}}$$

Φωτοσκίαση Phong

Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου Phong είναι πολύ καλύτερο του Gouraud. Είναι πιο δαπανηρό υπολογιστικά αλλά πλέον δεν αποτελεί πρόβλημα σε σύγχρονες GPU

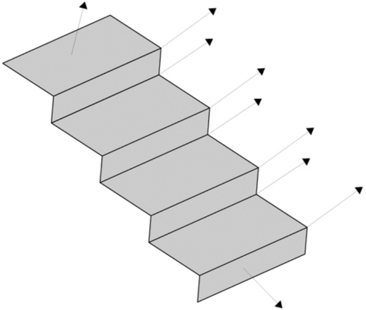


Παρεμβολή κανονικών διανυσμάτων κορυφών

- Ο αλγόριθμος Phong παράγει εικόνες **ικανοποιητικής** ποιότητας, όταν το πολυγωνικό πλέγμα είναι αρκετά **πυκνό**
- Σε **μεγάλα** πολύγωνα όπου ο ρυθμός αλλαγής των κανονικών διανυσμάτων μπορεί να είναι **υψηλός**, συχνά παρουσιάζονται **προβλήματα**
- Το πρόβλημα των ακμών περιγράμματος είναι ίσως το πιο **σημαντικό**

Παρεμβολή κανονικών διανυσμάτων κορυφών

Στο παρακάτω σχήμα, τα κανονικά διανύσματα που υπολογίστηκαν με γραμμική παρεμβολή από τα κανονικά διανύσματα κορυφών δε μεταβάλλονται καθόλου πάνω στην επιφάνεια με αποτέλεσμα τη σταθερή ένταση φωτισμού, η οποία έρχεται σε αντίθεση με το περίγραμμα



Παρεμβολή κανονικών διανυσμάτων κορυφών

- Η παρεμβολή κανονικών διανυσμάτων κορυφών ουσιαστικά στοχεύει στην **ανακατασκευή** μιας επιφάνειας από διακριτά δείγματα
- Η ανακατασκευή **δεν** μπορεί να προσθέσει πληροφορία
- Μπορεί τουλάχιστον η επιφάνεια ανακατασκευής να είναι **συμβατή** με τα δείγματα, δηλαδή να **παρεμβάλλει** τα κανονικά διανύσματα των κορυφών και ταυτόχρονα να είναι **κάθετη** στα κανονικά διανύσματα
- Η γραμμική παρεμβολή των κανονικών διανυσμάτων κορυφών του αλγορίθμου Phong **δεν** είναι **ικανοποιητική** προς αυτό

Παρεμβολή κανονικών διανυσμάτων κορυφών

- Ωστόσο, η **τετραγωνική** παρεμβολή των κανονικών διανυσμάτων έχει **καλύτερα** αποτελέσματα
- Έστω $\hat{\mathbf{n}}_0$ και $\hat{\mathbf{n}}_1$ είναι **κανονικά** διανύσματα προς παρεμβολή
- Έστω $\overrightarrow{\delta}$ το διάνυσμα που ορίζεται από το **αρχικό** και το **τελικό** σημείο παρεμβολής
- Τότε το διάνυσμα παρεμβολής $\overrightarrow{\mathbf{n}}(s)$ **υπολογίζεται** ως εξής

$$\overrightarrow{n}(s) = \hat{\mathbf{n}}_0 + s\,\overrightarrow{\mathbf{a}} + s^2\,\overrightarrow{\mathbf{b}}$$

- με $s \in [0, 1]$ και $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{n}}_1 - \hat{\mathbf{n}}_0 - \overrightarrow{\mathbf{b}}$, $\overrightarrow{\mathbf{b}} = 3\frac{(\hat{\mathbf{n}}_0+\hat{\mathbf{n}}_1)\cdot\overrightarrow{\delta}}{\overrightarrow{\delta}^2}\overrightarrow{\delta}$, ενώ $\overrightarrow{\mathbf{n}}(0) = \hat{\mathbf{n}}_0$ και $\overrightarrow{\mathbf{n}}(1) = \hat{\mathbf{n}}_1$

Παρεμβολή κανονικών διανυσμάτων κορυφών

- Αυτό το τετραγωνικό σχήμα παρεμβολής μπορεί να υλοποιηθεί **αποτελεσματικά** με τις έμπροσθεν διαφορές της τετραγωνικής συνάρτησης
- Έχει κόστος **δύο** διανυσματικών προσθέσεων **ανά εικονοστοιχείο** ενώ η γραμμική παρεμβολη απαιτεί μία