5ο Μάθημα – Περικοπή και Απομάκρυνση Κρυμμένων Επιφανειών

Γραφικα

Ευάγγελος Σπύρου

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ακ. Έτος 2018-19

Σύνοψη του σημερινού μαθήματος

Εισαγωγή

- Ο **κόσμος** μας αποτελείται από ένα **τεράστιο** πλήθος αντικειμένων
- Ανά πάσα στιγμή μπορούμε να δούμε ένα μόνο **μικρό** μέρος των αντικειμένων αυτών, λόγω:
  - **περιορισμών** του **οπτικού** μας **πεδίου**
  - **παρεμπόδισης** μεταξύ των **αντικειμένων**
- Π.χ., εάν είμαστε σε ένα δωμάτιο, δεν βλέπουμε αντικείμενα **πίσω** από τους **τοίχους**
  - παρεμποδίζονται από τους ίδιους τους τοίχους
- Δεν βλέπουμε αντικείμενα που βρίσκονται **πίσω μας**
  - είναι εκτός του οπτικού μας πεδίου

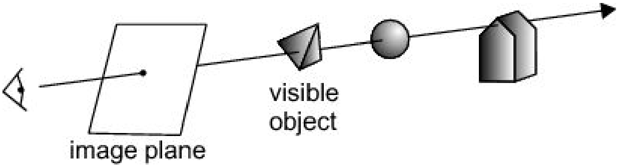
Εισαγωγή

- Σε αναλογία με τα προηγούμενα, ένας τυπικός **συνθετικός κόσμος** αποτελείται από μεγάλο αριθμό **στοιχειωδών αντικειμένων**
- Το ποσοστό αυτών που σχετίζονται με τη δημιουργία ενός συγκεκριμένου **καρέ** είναι πολύ **μικρό**
- Οι αλγόριθμοι περικοπής **απομακρύνουν** στοιχειώδη αντικείμενα που είναι **άσχετα** με το καρέ, καθώς:
  1. βρίσκονται εκτός του οπτικού πεδίου (**περικοπή στο οπτικό πεδίο**)
  2. παρεμποδίζονται από άλλα αντικείμενα (**περικοπή παρεμποδιζομένων**)
  3. παρεμποδίζονται από έμπροσθεν όψεις του ίδιου του αντικειμένου (**περικοπή πίσω όψεων**)

Εισαγωγή

- Η περικοπή στο οπτικό πεδίο απομακρύνει αντικείμενα που είναι **εκτός** του οπτικού πεδίου και υλοποιείται με αλγόριθμους **3Δ αποκοπής**
- Η περικοπή πίσω όψεων απομακρύνει πολύγωνα που **δεν** έχουν **προσανατολισμό** προς το σημείο παρατήρησης
  - τα πολύγωνα αυτά δεν είναι ορατά, αφού παρεμποδίζονται από **έμπροσθεν** όψεις του **ίδιου** αντικειμένου
  - η περικοπή εδώ επιτυγχάνεται με έναν **απλό έλεγχο** του κανονικού τους διανύσματος
- Το **πρόβλημα της παρεμπόδισης** (ή ορατότητας) αναφέρεται στην εύρεση του ορατού αντικειμένου σε κάθε τμήμα της εικόνας

Το πρόβλημα της παρεμπόδισης



- Μπορεί να λυθεί υπολογίζοντας το **πρώτο** αντικείμενο που τέμνεται από κάθε σχετική **ακτίνα** που πηγάζει από το σημείο παρατήρησης
  - ως ακτίνα θεωρούμε μια **ημιευθεία** που ορίζεται από ένα σημείο και ένα διάνυσμα
  - υποθέτουμε **μη διαφανή** αντικείμενα

Απομάκρυνση κρυμμένων επιφανειών

- Χωρίς τη λύση του προβλήματος της παρεμπόδισης δεν μπορούν να δημιουργηθούν **σωστές** συνθετικές εικόνες
- Αποτέλεσε ένα από τα **πρώτα** προβλήματα που μελετήθηκαν από την κοινότητα των γραφικών
- Το πρόβλημα αυτό θεωρείται σήμερα ως **λυμένο**
  - ένα πλήθος αλγορίθμων **απομάκρυνσης κρυμμένων επιφανειών** (ΑΚΕ) έχουν προταθεί
- Οι αλγόριθμοι ΑΚΕ **ταξινομούν** τα στοιχειώδη σχήματα (π.χ., πολύγωνα) έμμεσα ή άμεσα
  - Η ταξινόμηση γίνεται στη διάσταση του **βάθους** z, καθώς η **ορατότητα** εξαρτάται από τη σειρά στο βάθος
  - Η ταξινόμηση στις διαστάσεις x, y μπορεί να **μειώσει** το μέγεθος του έργου της ταξινόμησης στην z (στοιχειώδη αντικείμενα που δεν επικαλύπτονται στον x ή στον y δεν είναι δυνατόν να παρεμποδίζουν το ένα το άλλο

Αλγόριθμοι απομάκρυνσης κρυμμένων επιφανειών

- Οι αλγόριθμοι ΑΚΕ κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με το **χώρο** στον οποίο λειτουργούν
  1. αλγόριθμοι χώρου **αντικειμένων**
  2. αλγόριθμοι χώρου **εικόνας**
- Οι αλγόριθμοι χώρου αντικειμένων λειτουργούν στο **ΣΣΠ** (**πριν** την προοπτική προβολή)
- Οι αλγόριθμοι χώρου εικόνας λειτουργούν στον **ΚΧΟ** (**μετά** την προοπτική προβολή)
  - ο λόγος για τη **διατήρηση** της z συντεταγμένης είναι η **ΑΚΕ**

ΑΚΕ χώρου αντικειμένων

- Η γενική μορφή ενός αλγορίθμου ΑΚΕ **χώρου αντικειμένων** είναι:

για **κάθε** στοιχειώδες **αντικείμενο**
    εύρεση ορατού τμήματός του
        (**συγκρίνοντάς** το με τα υπόλοιπα στοιχ. αντικείμενα)
    εμφάνιση ορατού τμήματος

- πολυπλοκότητα $O(P^2)$, P το πλήθος των **στοιχειωδών αντικειμένων**

ΑΚΕ χώρου εικόνας

- Η γενική μορφή ενός αλγορίθμου ΑΚΕ **χώρου εικόνας** είναι:

για **κάθε εικονοστοιχείο**

  εύρεση του πλησιέστερου στοιχειώδους αντικείμενου Π

καταχώρηση χρώματος Π στο εικονοστοιχείο

- πολυπλοκότητα $O(pP)$, p το πλήθος **εικονοστοιχείων** της οθόνης
- και αυτή η έκφραση και η προηγούμενη μπορούν να **βελτιστοποιηθούν**

Αλγόριθμοι ΑΚΕ

- Από νωρίς στην ιστορία των γραφικών οι αλγόριθμοι ΑΚΕ αναγνωρίστηκε ότι καθορίζουν τη **ροή** της **σωλήνωσης γραφικών**
- Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκαν **αρχιτεκτονικές ειδικού σκοπού** που στηρίζονταν κυρίως στην **παράλληλη** επεξεργασία
- Η εμπειρία αυτή μεταβιβάστηκε κατόπιν στους **επεξεργαστές** γραφικών
- Εφαρμογές βασιζόμενες σε διαδραστικές περιηγήσεις **πολύπλοκων** σκηνών (παιχνίδια, ανακατασκευές χώρων) έκαναν το υπολογιστικό κόστος των αλγορίθμων ΑΚΕ **δυσβάσταχτο**, ακόμη και με την υποστήριξη από επεξεργαστές γραφικών

Αλγόριθμοι περικοπής παρεμποδιζομένων

- Παρατηρήθηκε ότι μεγάλα πλήθη στοιχειωδών αντικειμένων μπορούν **εύκολα** να απομακρυνθούν, χωρίς τους υπολογιστικά **ακριβούς** υπολογισμούς των αλγορίθμων ΑΚΕ
  - απλά επειδή **αποκρύπτονται** από κάποιο **αντικείμενο**
- Έτσι αναπτύχθηκαν οι **αλγόριθμοι περικοπής παρεμποδιζομένων**

Αλγόριθμοι περικοπής παρεμποδιζομένων

- Η περικοπή **πίσω όψεων** απομακρύνει περίπου τα **μισά** στοιχειώδη αντικείμενα (τις πίσω όψεις) με έναν **απλό έλεγχο**
  - κόστος: $O(P)$, P το πλήθος των στοιχειωδών αντικειμένων
- Η περικοπή στο **οπτικό πεδίο** απομακρύνει από τα εναπομένοντα στοιχειώδη αντικείμενα αυτά που βρίσκονται εκτός του οπτικού πεδίου (τα **περισσότερα**)
  - κόστος: $O(Pn)$, n το μέσο πλήθος κορυφών ανά στοιχειώδες αντικείμενο
- Η περικοπή **παρεμποδιζομένων** έχει επίσης κόστος $O(P)$ με τους συνήθεις αλγορίθμους
- Η **ροή** καθορίζεται από τους **ΑΚΕ** με κόστος $O(P^2)$ (ή $O(pP)$)
- Για το λόγο αυτό χρειάζεται να δοθεί έμφαση στα στάδια περικοπής που **προηγούνται** της ΑΚΕ

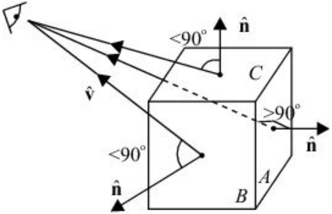
Περικοπή πίσω όψεων

- Έστω μια **αδιαφανής** σφαίρα, η επιφάνειά της παριστάνεται από έναν αριθμό μικρών **πολυγώνων**
- Ανεξάρτητα από την οπτική γωνία, μόνο περίπου τα **μισά** από αυτά θα είναι **ορατά**
  - Συγκεκριμένα, αυτά που βρίσκονται εντός του ημισφαιρίου που είναι προσανατολισμένο προς το **σημείο παρατήρησης**
- Αν τα μοντέλα είναι κατασκευασμένα ώστε οι πίσω όψεις να μην είναι **ποτέ** ορατές, μπορούμε να τις **περικόψουμε** εύκολα, ως προς τον παρατηρητή

Περιορισμοί

- Οι απαραίτητοι **περιορισμοί** στα στερεά μοντέλα ώστε να μην είναι ορατές οι **πίσω** όψεις, είναι:
  - να απαρτίζονται από επιφάνειες **χωρίς σύνορο**
  - να είναι 2Δ πολλαπλότητες (manifolds)
  - να **μην** έχουν **διαφάνεια**
- Δεν είναι απαραίτητο να μην είναι **κυρτά**
- Τα **συνήθη** μοντέλα (π.χ., αυτά που χρησιμοποιούνται στα 3Δ παιχνίδια και σε σχεδιαστικές εφαρμογές, **ικανοποιούν** τους περιορισμούς

Ανίχνευση πίσω όψεων



- Οι πίσω όψεις (πολύγωνα) μπορούν να ανιχνευθούν υπολογίζοντας τη γωνία που σχηματίζει το **κανονικό** τους διάνυσμα $\hat{\mathbf{n}}$ με το διάνυσμα **παρατήρησης** $\hat{\mathbf{v}}$
  - Το $\hat{\mathbf{n}}$ έχει φορά προς το **εξωτερικό** του στερεού
- Αν η γωνία είναι $> 90^\circ$, τότε το πολύγωνο είναι **πίσω** όψη
  - Π.χ., στο σχήμα το A είναι πίσω όψη, τα B, C δεν είναι
- Παίρνοντας το **εσωτερικό γινόμενο** των διανυσμάτων, ο έλεγχος γίνεται: $\hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\mathbf{n}} < 0$

Ανίχνευση πίσω όψεων

- Τα διανύσματα $\hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{n}} < 0$ μπορούν να **υπολογισθούν** όπως θα δούμε ακολούθως
- Η περικοπή πίσω όψεων είναι ιδιαίτερα **αποτελεσματική**, καθώς απομακρύνεται περίπου το 50% των πολυγώνων
- Το βήμα ελέγχου της περικοπής πίσω όψεων και ο υπολογισμός των δύο διανυσμάτων απαιτούν **σταθερό** χρόνο
- Το **κόστος** της περικοπής πίσω όψεων είναι ανάλογο του **πλήθους** των πολυγώνων $O(P)$

Περικοπή στο οπτικό πεδίο

- Ο μετασχηματισμός παρατήρησης που είδαμε στο προηγούμενο μάθημα, ορίζει το **οπτικό πεδίο** του παρατηρητή
- Αυτό συνήθως περιορίζεται από μια ελάχιστη και μια μέγιστη τιμή **βάθους**
- Έτσι, ορίζεται το 3Δ **στερεό παρατήρησης**
- Ανάλογα με το είδος προβολής, το στερεό παρατήρησης παίρνει όπως είδαμε είτε τη μορφή **κόλουρης πυραμίδας**, είτε τη μορφή **ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου**

Περικοπή στο οπτικό πεδίο

- Στόχος της περικοπής στο οπτικό πεδίο είναι **απομάκρυνση** εκείνων των στοιχειωδών αντικειμένων (ή τμημάτων τους) που βρίσκονται **εκτός** του στερεού παρατήρησης
- Άρα είναι **άσχετα** με την **τρέχουσα** οπτική γωνία
- Όπως είδαμε στο προηγούμενο μάθημα, η περικοπή στο οπτικό πεδίο πρέπει να γίνει **μετά** το μετασχηματισμό από το ΣΣΠ στον ΚΧΟ
  - Δηλαδή, **μετά** από την εφαρμογή του πίνακα $\mathbf{M}^{\text{PERSP}}_{\text{ECS}\to\text{CSS}}$ ή του $\mathbf{M}^{\text{ORTHO}}_{\text{ECS}\to\text{CSS}}$, αλλά **πριν** τη διαίρεση με w στην προοπτική προβολή
- Με άλλα λόγια και όπως συζητήσαμε στο προηγούμενο μάθημα, η περικοπή πρέπει να γίνει στις **3Δ**

Περικοπή στο οπτικό πεδίο

- Η περικοπή στο οπτικό πεδίο υλοποιείται με **επέκταση** των **2Δ** αλγορίθμων αποκοπής που μελετήσαμε σε προηγούμενο μάθημα, στις 3Δ
- Τα στοιχειώδη αντικείμενα προς αποκοπή μπορεί να είναι **σημεία**, **ευθύγραμμα τμήματα** ή **πολύγωνα**, όπως και στην αποκοπή στις 2Δ
- Η αποκοπή σημείων είναι **τετριμμένη**
- Τόσο η αποκοπή ευθύγραμμων τμημάτων, όσο και η αποκοπή πολυγώνων βασίζονται στον υπολογισμό της **τομής** ενός ευθύγραμμου τμήματος με τα επίπεδα που ορίζει το **αντικείμενο αποκοπής**

Αντικείμενο αποκοπής στις 3Δ

- Στις 3Δ, το **αντικείμενο αποκοπής** μπορεί να ορισθεί ως: $x_{\text{min}} \leq x \leq x_{\text{max}}, \quad y_{\text{min}} \leq y \leq y_{\text{max}}, z_{\text{min}} \leq z \leq z_{\text{max}}$
- Στην περίπτωση της **ορθογραφικής** ή της **παράλληλης** προβολής, χρησιμοποιούμε τον πίνακα $\mathbf{M}_{\text{ECS}\to\text{CSS}}^{\text{ORTHO}}$, ο οποίος απεικονίζει τα επίπεδα αποκοπής στο 1 και στο -1:

$$x_{\text{min}} = y_{\text{min}} = z_{\text{min}} = -1, \quad x_{\text{max}} = y_{\text{max}} = z_{\text{max}} = 1$$

- Στην περίπτωση της **προοπτικής** προβολής, χρησιμοποιούμε τον πίνακα $\mathbf{M}_{\text{ECS}\to\text{CSS}}^{\text{PERSP}}$, ο οποίος απεικονίζει τα επίπεδα αποκοπής στο w και στο $-w$:

$$x_{\text{min}} = y_{\text{min}} = z_{\text{min}} = -w, \quad x_{\text{max}} = y_{\text{max}} = z_{\text{max}} = w$$

- Η τιμή του w είδαμε ότι **δεν** είναι σταθερή, αφού ισούται με την ΣΣΠ συντεταγμένη z_e κάθε σημείου
- Η αποκοπή ως προς την ομογενή συντεταγμένη w ονομάζεται **αποκοπή σε ομογενείς συντεταγμένες**

Αποκοπή ευθύγραμμου τμήματος στις 3Δ

- Θεωρούμε ένα ευθύγραμμο τμήμα, παραμετρικά ορισμένο: $\mathbf{l}(t) = (1-t)\cdot\mathbf{p_1} + t\cdot\mathbf{p_2}$
  - το τμήμα βρίσκεται μεταξύ των $\mathbf{p}_1 = [x_1, y_1, z_1, w_1]^T$, $\mathbf{p}_2 = [x_2, y_2, z_2, w_2]^T$
  - η τιμή του w μπορεί να παρεμβληθεί γραμμικά $(1-t)\cdot w_1 + t\cdot w_2$
- Οι ανισότητες που είδαμε πριν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ορίσουν το **μέρος** του ευθύγραμμου τμήματος που βρίσκεται **εντός** του αντικειμένου αποκοπής:

$$-((1-t)w_1 + tw_2) \le (1-t)x_1 + tx_2 \le (1-t)w_1 + tw_2,$$
$$-((1-t)w_1 + tw_2) \le (1-t)y_1 + ty_2 \le (1-t)w_1 + tw_2,$$
$$-((1-t)w_1 + tw_2) \le (1-t)z_1 + tz_2 \le (1-t)w_1 + tw_2$$

Αποκοπή ευθύγραμμου τμήματος στις 3Δ

- Με βάση τις προηγούμενες σχέσεις, μπορούν να προκύψουν και οι 6 **τομές** της ευθείας που ορίζεται από το ευθύγραμμο τμήμα με τα επίπεδα του αντικειμένου αποκοπής, λύνοντας τις σχέσεις σαν **ανισότητες** για την τιμή του t:
  - **αριστερό**: $t = \frac{x_1 + w_1}{(x_1 - x_2) + (w_1 - w_2)}$
  - **δεξί**: $t = \frac{x_1 - w_1}{(x_1 - x_2) + (w_2 - w_1)}$
  - **κάτω**: $t = \frac{y_1 + w_1}{(y_1 - y_2) + (w_1 - w_2)}$
  - **πάνω**: $t = \frac{y_1 - w_1}{(y_1 - y_2) + (w_2 - w_1)}$
  - **έμπροσθεν**: $t = \frac{z_1 + w_1}{(z_1 - z_2) + (w_1 - w_2)}$
  - **όπισθεν**: $t = \frac{z_1 - w_1}{(z_1 - z_2) + (w_2 - w_1)}$

3Δ Αλγόριθμοι Αποκοπής

- Οι περισσότεροι αλγόριθμοι αποκοπής **επεκτείνονται** σχετικά εύκολα στις 3Δ **γενικεύοντας**:
  - τον υπολογισμό **τομής**
  - τον έλεγχο εσωτερικού/εξωτερικού **σημείου**
- Οι αλγόριθμοι αποκοπής ουσιαστικά υπολογίζουν την **τομή** του αντικειμένου αποκοπής και του αποκοπτόμενου αντικειμένου
- Έτσι, για να μεταβούμε από τις 2Δ στις 3Δ, **αντικαθιστούμε** το 2Δ με το 3Δ αντικείμενο αποκοπής, που είναι το **στερεό παρατήρησης**
- Στις **3Δ** θα εξετάσουμε
  - τον αλγόριθμο αποκοπής **ευθύγραμμων τμημάτων** Cohen-Sutherland
  - τον αλγόριθμο αποκοπής **πολυγώνων** Sutherland-Hodgman

3Δ Αλγόριθμος Cohen-Sutherland

- Απαιτείται χρήση κωδικών **6** bits για να κωδικοποιηθούν οι **27** διαμερίσεις του χώρου 3Δ που ορίζονται από τα **επίπεδα** του στερεού παρατήρησης
- Η **σημασία** των ψηφίων αυτών είναι:
  - **Πρώτο** ψηφίο: τίθεται 1 εάν $z > z_{max}$, διαφορετικά 0
  - **Δεύτερο** ψηφίο: τίθεται 1 εάν $z < z_{min}$, διαφορετικά 0
  - **Τρίτο** ψηφίο: τίθεται 1 εάν $y > y_{max}$, διαφορετικά 0
  - **Τέταρτο** ψηφίο: τίθεται 1 εάν $y < y_{min}$, διαφορετικά 0
  - **Πέμπτο** ψηφίο: τίθεται 1 εάν $x > x_{max}$, διαφορετικά 0
  - **Έκτο** ψηφίο: τίθεται 1 εάν $x < x_{min}$, διαφορετικά 0

3Δ Αλγόριθμος Cohen-Sutherland

- Ένας τέτοιος εξαψήφιος κωδικός χαρακτηρίζει **κάθε** 3Δ σημείο και παίρνει τιμή ανάλογα με την **υποδιαίρεση** του 3Δ χώρου στην οποία κείται το σημείο
- Όπως και στις 2Δ, αν C_1, C_2 οι κώδικες των δύο **άκρων** του ευθύγραμμου τμήματος, τότε
  - $C_1 \vee C_2 = 000000 \Rightarrow$ το ευθύγραμμο τμήμα είναι **εντός** του αντικειμένου αποκοπής
  - $C_1 \wedge C_2 \neq 000000 \Rightarrow$ το ευθύγραμμο τμήμα είναι **εκτός** του αντικειμένου αποκοπής

3Δ Αλγόριθμος Cohen-Sutherland

- Η εύρεση της τομής ευθύγραμμου τμήματος και επιπέδου γίνεται συνήθως με χρήση της **παραμετρικής** εξίσωσης του ευθυγράμμου τμήματος
  - $x(t) = (1-t)x_1 + tx_2 = x_1 + t\Delta x$
  - $y(t) = (1-t)y_1 + ty_2 = y_1 + t\Delta y$
  - $z(t) = (1-t)z_1 + tz_2 = z_1 + t\Delta z$
- όπου $t \in [0,1]$ και $\mathbf{p}_1(x_1, y_1, z_1)$, $\mathbf{p}_2(x_2, y_2, z_2)$ τα **άκρα** του ευθύγραμμου τμήματος
- Για παράδειγμα, η τομή με το **επίπεδο** $y = Y$ βρίσκεται ως εξής
  - $Y = y(t) = y_1 + t\Delta y \Rightarrow t = \frac{Y-y_1}{\Delta y}$
  - Αν $t \in [0,1]$, τότε **υπάρχει** σημείο τομής με συντεταγμένες $(x_1 + t\Delta x, Y, z_1 + t\Delta z) = (x_1 + \frac{\Delta x}{\Delta y}(y-y_1), Y, z_1 + \frac{\Delta z}{\Delta y}(y-y_1))$

3Δ Αλγόριθμος Sutherland-Hodgman

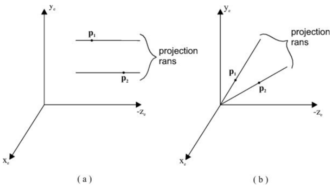
- Ο αλγόριθμος Sutherland-Hodgman επεκτείνεται **εύκολα** στις 3 διαστάσεις, χρησιμοποιώντας **6** διαδοχικά στάδια αποκοπής αντί για 4
- Κάθε στάδιο αποκόπτει με **ένα από τα 6** επίπεδα του αντικειμένου αποκοπής
- Κάθε στάδιο λειτουργεί με τον **ίδιο** τρόπο, ακριβώς όπως και στη διδιάστατη περίπτωση με **εξαίρεση** τα εξής
  1. Τον **έλεγχο** αν ένα σημείο $\mathbf{p}$ βρίσκεται στην εσωτερική ή εξωτερική πλευρά του επιπέδου αποκοπής
     - Για επίπεδα **κάθετα** με τους άξονες, απλή **σύγκριση**
     - Για τυχαίο επίπεδο με $f(x, y, z) = ax + by + cz + d = 0$, ελέγχεται το **πρόσημο** της $f(\mathbf{p})$
  2. Τον υπολογισμό της **τομής** του ευθυγράμμου τμήματος με το επίπεδο αποκοπής. Ένας τρόπος είναι αυτός που χρησιμοποιείται στον 3Δ Cohen-Sutherland

Απομάκρυνση Κρυμμένων Επιφανειών

- Οι αλγόριθμοι απομάκρυνσης κρυμμένων επιφανειών (**ΑΚΕ**) δίνουν την τελική λύση στο πρόβλημα της **παρεμπόδισης** (ορατότητας)
- Τα **ορατά** στοιχειώδη αντικείμενα (ή τμήματά τους) πρέπει να υπολογιστούν για να σχηματίσουν την **τελική** εικόνα
- Για το σκοπό αυτό, οι αλγόριθμοι ΑΚΕ **ταξινομούν** τα αντικείμενα (άμεσα ή έμμεσα) με βάση τις **τομές** τους με τις **ακτίνες προβολής**
- Αυτή η ταξινόμηση καταλήγει στη **σύγκριση** δύο σημείων $\mathbf{p}_1 = [x_1, y_1, z_1, w_1]^T$, $\mathbf{p}_2 = [x_2, y_2, z_2, w_2]^T$, σχετικά με την **παρεμπόδιση**

Απομάκρυνση Κρυμμένων Επιφανειών

- Αν τα σημεία βρίσκονται πάνω στην **ίδια** ακτίνα προβολής, αποτελούν ένα **ζεύγος παρεμπόδισης**, με το πλησιέστερο να παρεμποδίζει την ορατότητα του πιο απομακρυσμένου, διαχωρίζουμε **δύο** περιπτώσεις:



01. **Ορθογραφική** προβολή: υποθέτοντας ότι οι ακτίνες προβολής είναι **παράλληλες** με τον άξονα z_e, τα δύο σημεία θα αποτελούν ζεύγος παρεμπόδισης εάν $x_1 = x_2$ και $y_1 = y_2$
02. **Προοπτική** προβολή: Στην περίπτωση αυτή, για να αποφανθούμε εάν τα δύο σημεία αποτελούν ζεύγος παρεμπόδισης, θα πρέπει να γίνει η προοπτική **διαίρεση**: $x_1/z_1 = x_2/z_2$ και $y_1/z_1 = y_2/z_2$

ΑΚΕ και Προοπτική Προβολή

- Στην περίπτωση της προοπτικής προβολής, η ακριβής προοπτική διαίρεση γίνεται κατά τη **μετατροπή** από το ΣΣΠ στο ΚΧΟ του μετασχηματισμού παρατήρησης
- Αυτή μετατρέπει το στερεό παρατήρησης της προοπτικής προβολής σε **ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο**
- Έτσι, γίνεται δυνατή η **άμεση** σύγκριση των συντεταγμένων x και y για τον προσδιορισμό ζευγών παρεμπόδισης
- Για το λόγο αυτό, η ΑΚΕ γίνεται **μετά** τον μετασχηματισμό παρατήρησης στον ΚΧΟ
- Ο μετασχηματισμός παρατήρησης **διατηρεί** τη συντεταγμένη z στον ΑΚΕ

ΑΚΕ και συνάφεια

- Οι αλγόριθμοι ΑΚΕ εκμεταλλεύονται την **συνάφεια**
- Ως συνάφεια, θεωρούμε την ιδιότητα των στοιχειωδών γεωμετρικών αντικειμένων (ευθείες, πολύγωνα) να διατηρούν κάποια **γεωμετρικά** χαρακτηριστικά τους **σταθερά**, ή να τα αλλάζουν με **προβλέψιμο** τρόπο
  - Π.χ., για την εύρεση του **βάθους** z ενός πολυγώνου σε κάθε εικονοστοιχείο που καλύπτει, δεν είναι απαραίτητο να βρίσκεται η τομή του επιπέδου του με την ακτίνα που ορίζεται από το εικονοστοιχείο με το σημείο παρατήρησης
  - Αντίθετα, θεωρούμε ότι το βάθος μεταβάλλεται **γραμμικά** πάνω στην επιφάνεια του πολυγώνου
  - Ξεκινάμε από το βάθος σε **κάποιο** εικονοστοιχείο, και βρίσκουμε το βάθος σε γειτονικά εικονοστοιχεία, προσθέτοντας μια **σταθερά** που εκφράζει τη γραμμική μεταβολή βάθους μεταξύ των δύο εικονοστοιχείων

ΑΚΕ και συνάφεια

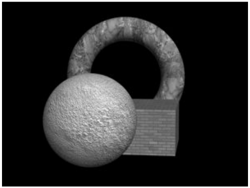
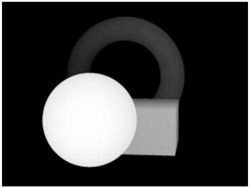
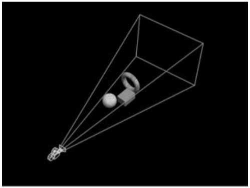
- Εκμεταλλευόμαστε έτσι τη **συνάφεια επιφάνειας**
- Αντικαθιστούμε έναν **ακριβό** υπολογισμό (τομή ακτίνας-επιπέδου) με έναν **αυξητικό** υπολογισμό
- Αυτή η ιδέα χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο **Z-buffer** που θα δούμε στη συνέχεια
- Άλλα είδη συνάφειας που χρησιμοποιούνται στην ΑΚΕ και σε άλλους αλγορίθμους είναι συνάφεια **ακμής**, συνάφεια **αντικειμένων**, συνάφεια **γραμμών σάρωσης**, συνάφεια μεταξύ **καρέ**

Αλγόριθμος Z-buffer

- Ο αλγόριθμος Z-buffer είναι ένας κλασικός αλγορίθμος ΑΚΕ **χώρου εικόνας**
- Αρχικά θεωρήθηκε ιδιαίτερα **σπάταλος** ως προς τις απαιτήσεις του σε μνήμη
- Σήμερα, υπάρχουν **υλοποιήσεις** του σε κάθε σύγχρονο επεξεργαστή γραφικών
- Η βασική ιδέα του αλγορίθμου είναι η διατήρηση μιας 2Δ μνήμης τιμών βάθους με την **ίδια** ανάλυση, όπως αυτή του καταχωρητή εικόνας
- Αυτός είναι ο **καταχωρητής βάθους** ή Z-buffer
- Υπάρχει αντιστοιχία **1-1** των στοιχείων των καταχωρητών εικόνας και βάθους

Καταχωρητές εικόνας και βάθους

Καταχωρητής εικόνας, καταχωρητής βάθους και 3Δ σκηνή – όσο πιο **ανοικτό** είναι το χρώμα στην εικόνα βάθους, τόσο **μικρότερη** είναι η απόσταση από τον παρατηρητή

Ο Αλγόριθμος Z-buffer

- Κάθε αντικείμενο του καταχωρητή βάθους διατηρεί το **ελάχιστο** βάθος για το αντίστοιχο εικονοστοιχείο του καταχωρητή εικόνας
- Πριν τη δημιουργία ενός καρέ, ο καταχωρητής βάθους αρχικοποιείται στη **μέγιστη** τιμή βάθους
  - Συνήθως, αυτή αντιστοιχεί στο βάθος f του όπισθεν **επιπέδου αποκοπής**
- Έστω ότι κατά την παράσταση ενός στοιχειώδους αντικειμένου υπολογίζουμε τα **χαρακτηριστικά** του z_p, c_p στο εικονοστοιχείο $\mathbf{p} = (x_p, y_p)$
  - z_p είναι το **βάθος** στο $\mathbf{p}$ (απόσταση από το σημείο παρατήρησης), c_p το **χρώμα**

Βασικός έλεγχος Z-buffer

- Υποθέτουμε ότι οι τιμές βάθους **μειώνονται** καθώς **απομακρυνόμαστε** από το σημείο παρατήρησης
  - ο άξονας $+z$ έχει κατεύθυνση **προς** το σημείο παρατήρησης
- Τότε, ο βασικός **έλεγχος** του Z-buffer είναι

```
if (z_buffer[xp, yp] < zp) {
  f-buffer[xp, yp] = cp;
  z-buffer[xp, yp] = zp;
}
```

Ο Αλγόριθμος Z-buffer

- Σημαντική **επίπτωση** στην αποτελεσματικότητα του Z-buffer έχει ο υπολογισμός της τιμής βάθους z_p στα εικονοστοιχεία που καλύπτονται από ένα αντικείμενο
- Ο υπολογισμός της τομής των ακτίνων παρατήρησης με το αντικείμενο είναι **ακριβός**
- Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η συνάφεια **επιφάνειας**, προκειμένου οι τιμές του βάθους να υπολογιστούν **αυξητικά**
- Για επίπεδα αντικείμενα (π.χ., τρίγωνα), αυτό απαιτεί **1 πρόσθεση/εικονοστοιχείο**

Z-buffer – υπολογισμός τιμής βάθους

- Έστω ότι η εξίσωση του **επιπέδου** ενός αντικειμένου είναι $F(x, y, z) = ax + by + cz + d = 0$
- Ή, καθώς ενδιαφερόμαστε για το **βάθος**: $F'(x, y) = z = -\frac{d}{c} - \frac{a}{c}x - \frac{b}{c}y$
- Η τιμή της F' υπολογίζεται **αυξητικά** από το (x, y) στο $(x + 1, y)$ ως $F'(x + 1, y) - F'(x, y) = -\frac{a}{c}$
- Έτσι προσθέτοντας τις σταθερές πρώτες έμπροσθεν **διαφορές** της F' κατά x ή κατά y μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή βάθους από εικονοστοιχείο σε εικονοστοιχείο με **1 πρόσθεση**

Πολυπλοκότητα Z-buffer

- Η **πολυπλοκότητα** του αλγορίθμου είναι $O(Ps)$, όπου
  - P το πλήθος των στοιχειωδών **αντικειμένων**
  - s το μέσο πλήθος **εικονοστοιχείων** που καλύπτονται από ένα στοιχειώδες αντικείμενο
- Η πρακτική υποδεικνύει ότι καθώς αυξάνεται το πλήθος των αντικειμένων P, το μέγεθος s **μειώνεται** αντίστοιχα
- Έτσι η πολυπλοκότητα βάθους (το μέσο πλήθος αντικειμένων που τέμνονται από μια ακτίνα παρατήρησης) διατηρείται σχετικά **σταθερή**
- Συνεπώς το κόστος του Z-buffer μπορεί να θεωρηθεί ανάλογο της **ανάλυσης εικόνας** $O(p)$, p το πλήθος των εικονοστοιχείων

Πλεονεκτήματα Z-buffer

- Τα βασικά πλεονεκτήματα του Z-buffer είναι η **απλότητα** και η σταθερή του **απόδοση**
  - Η απόδοσή του είναι σχετικά **ανεξάρτητη** από την πολυπλοκότητα της σκηνής
- Επίσης, μπορεί να επεξεργασθεί τα αντικείμενα με **τυχαία** σειρά
- Η **σταθερή** του απόδοση τον κάνει ελκυστικό για τις σημερινές πολύπλοκες σκηνές
- Η απλότητά του συνέβαλλε στην υιοθέτησή του από κάθε σύγχρονο **επεξεργαστή γραφικών**

Μειονεκτήματα Z-buffer

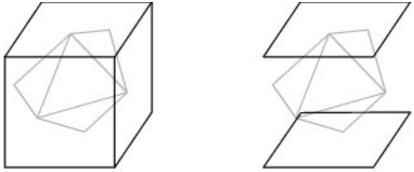
- Δυσκολία υλοποίησης ειδικών **εφέ** π.χ., διαφάνεια
- **Σταθερή** ανάλυση του αποτελέσματός του που κληρονομείται από το χώρο εικόνας στον οποίο λειτουργεί
  - Αυτό οδηγεί σε προβλήματα αριθμητικής **σύγκρισης** βάθους, αν τα όρια αποκοπής ορίζουν μεγάλη διάσταση βάθους
  - Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **Z-fighting**

Περιβάλλοντες Όγκοι

- Οι περιβάλλοντες όγκοι χρησιμοποιούνται για τη βελτίωση της αποτελεσματικότητας **ελέγχων τομής** μεταξύ πολύπλοκων αντικειμένων που συχνά απαιτούνται στην περικοπή, στην ΑΚΕ και σε άλλους αλγόριθμους
- Τα περισσότερα μοντέλα που κατασκευάζονται σε συνθετικούς κόσμους έχουν μεγάλη **πολυπλοκότητα**
  - μοντελοποιούν αντικείμενα του πραγματικού κόσμου με απλά **στοιχειώδη** σχήματα
- Ένας απλός τρόπος μείωσης του κόστους υπολογισμού τομής για ένα πολύπλοκο αντικείμενο είναι η **περιβολή** του εντός ενός **περιβάλλοντος όγκου** (π.χ., παραλληλεπίπεδο ή σφαίρα)

Περιβάλλοντες Όγκοι

- Ένας περιβάλλων όγκος **δεν** είναι απαραίτητα κλειστός
- μπορεί να χρησιμοποιηθεί η **έκταση** ενός αντικειμένου σε μία από τις διαστάσεις του 3Δ χώρου



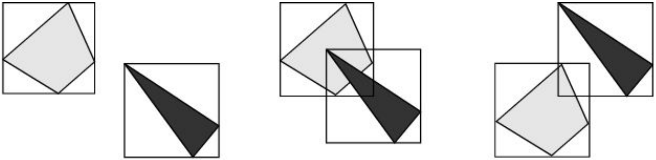
(a) (b)

Τομές και περιβάλλοντες όγκοι

- Η τομή με τον περιβάλλοντα όγκο **δεν** συνεπάγεται και τομή με το περιβαλλόμενο μοντέλο
  - Ο περιβάλλων όγκος συνήθως περιλαμβάνει και **κενό** χώρο
- Σε περίπτωση τέτοιας τομής, απαιτείται διεξοδική **διερεύνηση**, βρίσκοντας την υπολογιστικά **ακριβή** τομή με το μοντέλο
- Αντίθετα, η **μη** ύπαρξη τομής με τον περιβάλλοντα όγκο, συνεπάγεται και **μη** τομή με το μοντέλο
  - Αυτό μπορεί να **μειώσει** το κόστος στις περισσότερες περιπτώσεις
- Ένας **καλός** περιβάλλων όγκος πρέπει:
  - να είναι **απλός** για να είναι φθηνοί οι έλεγχοι τομής
  - να έχει **λίγο κενό χώρο** για να μειώνονται οι περιπτώσεις που υπάρχει τομή με τον περιβάλλοντα όγκο, αλλά όχι με το μοντέλο

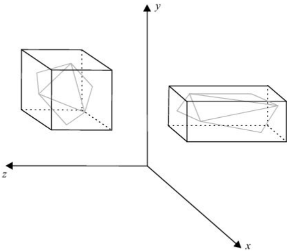
2Δ παραδείγματα τομών περιβάλλοντων όγκων

(α) μη τεμνόμενοι, (β) τεμνόμενοι, τέμνονται τα μοντέλα, (γ) τεμνόμενοι, δεν τέμνονται τα μοντέλα



(a) (b) (c)

Ευθυγραμμισμένα Περιβάλλοντα Κιβώτια



- Εύκολα μπορεί να δημιουργηθεί περιβάλλον ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές **παράλληλες** στα επίπεδα xy, yz και xz, από τα **ελάχιστα** και τα **μέγιστα** των των συντεταγμένων των κορυφών του μοντέλου
- Συνήθως, έχουν **πολύ** κενό χώρο

Υποδιαίρεση Χώρου

- Οι τεχνικές **υποδιαίρεσης χώρου** διαιρούν τον 3Δ χώρο σε ένα διατεταγμένο σύνολο κελιών
- Τα κελιά που καταλαμβάνει ένα μοντέλο καθορίζουν **έμμεσα** τη σχέση του στο χώρο με άλλα μοντέλα
- Συνεπώς, μπορούμε να ελέγξουμε εάν υπάρχει **πιθανότητα** τομής μεταξύ δύο αντικειμένων ελέγχοντας εάν υπάρχουν **κοινά κελιά**
- Επιπλέον μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την **ταξινόμηση** των κελιών για να συνάγουμε εάν ένα αντικείμενο A παρεμποδίζει ένα άλλο αντικείμενο B
- Οι τεχνικές υποδιαίρεσης χώρου απαιτούν εξειδικευμένες **δομές** για τα κελιά και ένα βήμα **προ-επεξεργασίας** για την αντιστοίχηση των αντικειμένων σε κελιά

Οκταδικά δένδρα

- Μια συνήθης τεχνική υποδιαίρεσης του 3Δ χώρου είναι το **οκταδικό** δένδρο
- Αυτό **υποδιαιρεί** αναδρομικά ένα αρχικό κελί (πεπερασμένη περιοχή του 3Δ χώρου, π.χ., κύβος) σε **οκτώ** υπο-κελιά
- Ανάλογα με την υλοποίηση, η υποδιαίρεση **σταματά**:
  - όταν φτάσουμε σε στοιχειώδες **ογκοστοιχείο** (voxel)
  - όταν η πολυπλοκότητα των αντικειμένων εντός του κελιού είναι κάτω από **ένα** όριο (π.χ., το κελί περιλαμβάνει ένα μόνο στοιχειώδες σχήμα)

Οκταδικά δένδρα

- Σε εφαρμογές περικοπής, μοντέλα που δεν καταλαμβάνουν κελιά ενδιαφέροντος μπορούν να **απομακρυνθούν**
- Π.χ., κατά την περικοπή στο οπτικό πεδίο, σχετικά είναι μόνο τα μοντέλα που περιλαμβάνονται **και** στο οπτικό πεδίο
- Κατά την περικοπή παρεμποδιζομένων, μόνο αντικείμενα που καταλαμβάνουν κελιά με **τις** ίδιες x και y συντεταγμένες χρειάζεται να ελεγχθούν για παρεμπόδιση
- Επιπλέον, η ιδιότητα των κοινών κελιών μπορεί να αποφασιστεί στο **υψηλότερο** δυνατό επίπεδο του οκταδικού δένδρου για **μείωση** του υπολογιστικού κόστους

Παράδειγμα οκταδικού δένδρου

Πεπερασμένος 3Δ χώρος και οκταδικό δένδρο