ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Διδάσκουσα : Δρ. Μ. Αδάμ

Λαμία, 5/01/2019

1. Εφαρμόζοντας τη θεωρία των Perron-Frobenius, χωρίς να υπολογίσετε τις ιδιοτιμές των ακόλουθων πινάκων, να κυκλώσετε τους πίνακες που έχουν ακριβώς μία θετική πραγματική ιδιοτιμή με το μεγαλύτερο μέτρο και να δώσετε ένα διάστημα του πραγματικού άξονα, όπου αυτή ανήκει:

i) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ ii) $A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

iii) $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ iv) $A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

v) $A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ vi) $A_6 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ vii) $A_7 = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

viii) $A_8 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ix) $A_9 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ x) $A_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

2. Να υπολογιστούν χωρία, όπου ανήκουν οι ιδιοτιμές των ακόλουθων πινάκων, διατυπώνοντας τα θεωρήματα που χρησιμοποιούνται:

i) $A_1 = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & -4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ ii) $A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 4 \\ -3 & i & 3 \end{pmatrix}$ iii) $A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$

iv) $A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -6 & 2 \end{pmatrix}$ v) $A_5 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ vi) $A_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

vii) $A_7 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ viii) $A_8 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

3. Να υπολογίσετε όλες τις νόρμες που γνωρίζετε στους ακόλουθους πίνακες:

i) $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 \\ -2 & -3 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ -6 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ii) $A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

iii) $A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & i & 1-i \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ i & 2 & 3 & -2 \\ 1+i & 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ iv) $A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 2 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4. Έστω τα διανύσματα $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t$ και $y = [y_1 \quad y_2 \quad y_3]^t$ και οι σχέσεις:

(a) $\langle x, y \rangle = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 3x_1y_3 + 2x_2y_1 + 2x_2y_2 - 4x_2y_3 - 4x_3y_2 + 3x_3y_1 + 2x_3y_3$.

(b) $\langle x, y \rangle = 5x_1y_1 + 2x_1y_2 + 3x_1y_3 + 2x_2y_1 + 6x_2y_2 - 4x_2y_3 - 4x_3y_2 + 3x_3y_1 + 11x_3y_3$

(c) $\langle x, y \rangle = -2x_1y_1 - x_1y_2 + x_1y_3 - x_2y_1 - 3x_2y_2 + 2x_2y_3 + 2x_3y_2 + x_3y_1 - 8x_3y_3$.

i) Να εξετάσετε ποιες από τις παραπάνω σχέσεις (a)-(c) ορίζουν εσωτερικό γινόμενο.

ii) Σε περίπτωση θετικής απάντησης να ορίσετε την επαγόμενη νόρμα ενός διανύσματος $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^t$

iii) Να συγκρίνετε την παραπάνω επαγόμενη νόρμα με όλες τις γνωστές νόρμες διανυσμάτων χρησιμοποιώντας για τη σύγκριση το διάνυσμα $x = [10 \quad 4 \quad -3]^t$.

5. Να υπολογιστεί ο βαθμός, η ορίζουσα και ο αντίστροφος (αν υπάρχει) των ακόλουθων πινάκων.

i) $$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & -2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

ii) $$A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$