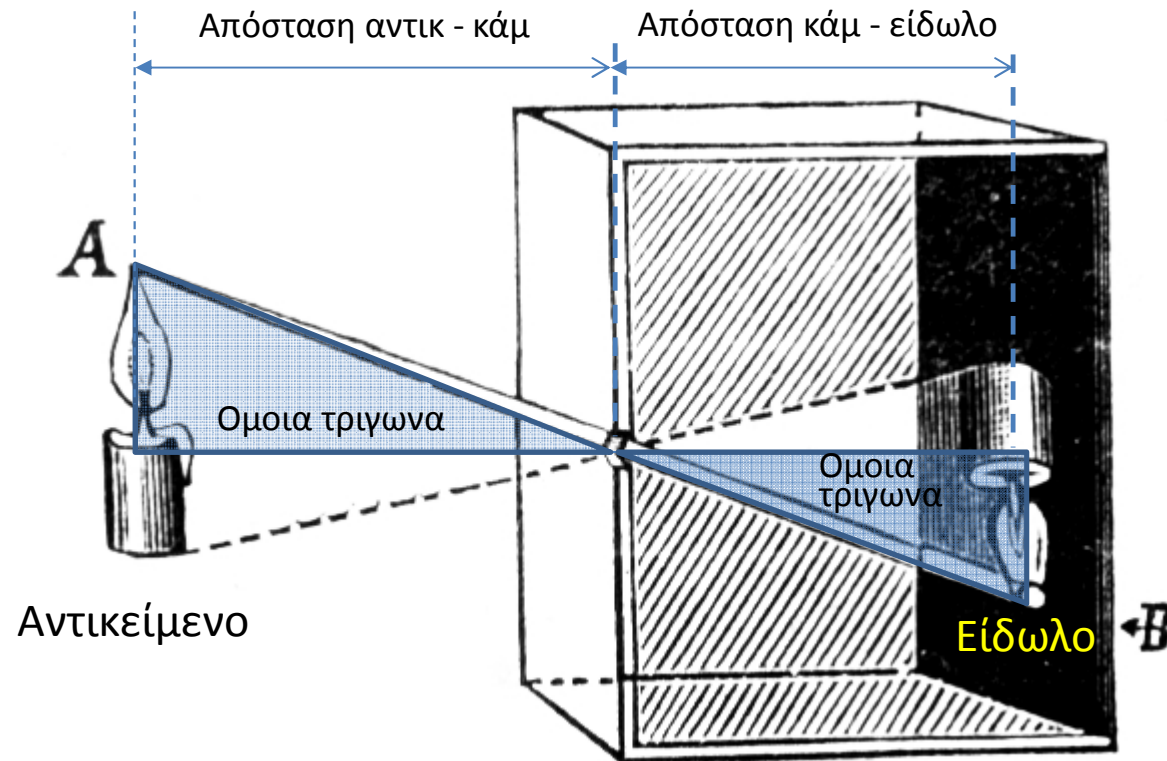


# Βαθμονόμηση κάμερας

## Camera Calibration

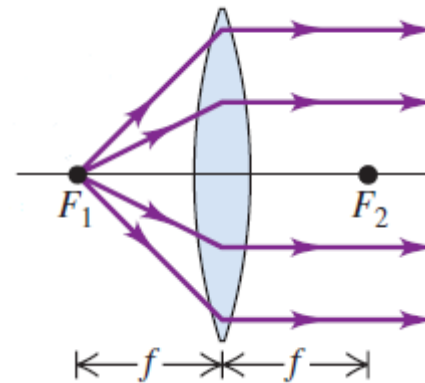
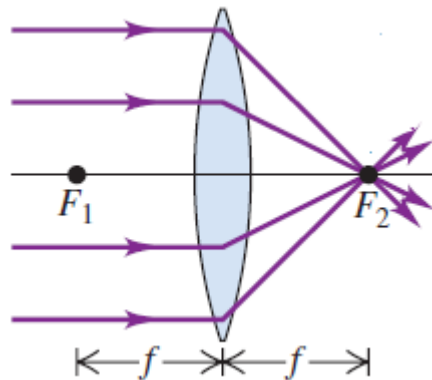
# Βασικές αρχές σχηματισμού εικόνας

- Σκοτεινός θάλαμος – Pinhole camera – camera obscura

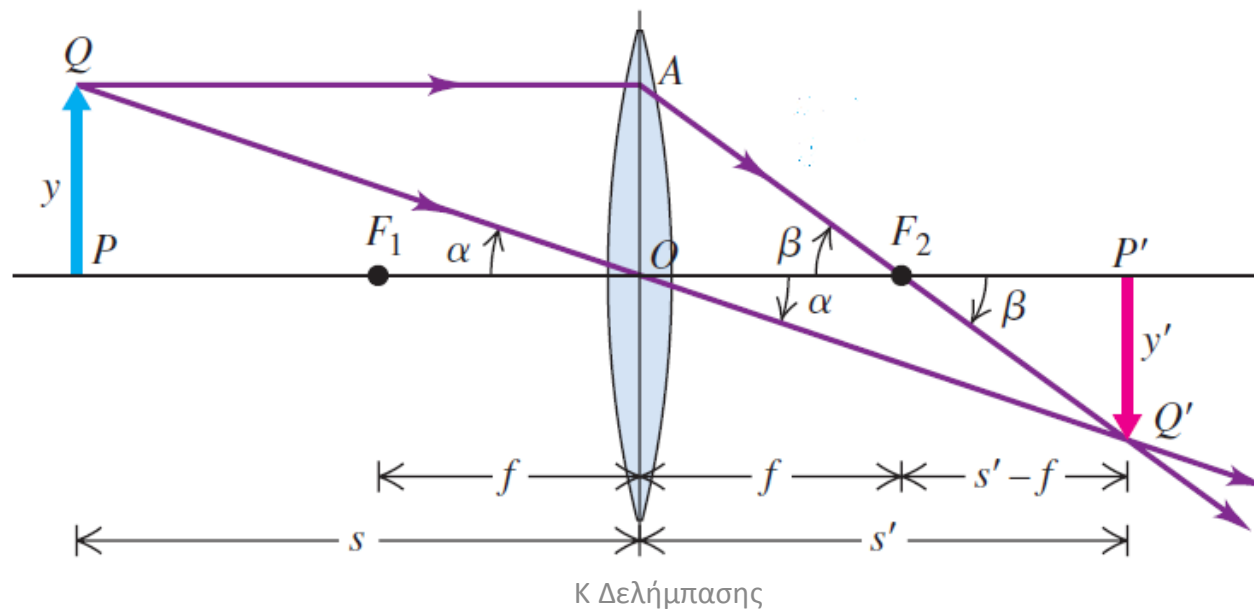


# Σχηματισμός εικόνας από λεπτό κυρτό φακό

- Εστω αμφίκυρτος φακός με εστιακή απόσταση  $f$ .
- Το  $f$  εξαρτάται από τις ακτίνες καμπυλότητας  $R_1, R_2$  των 2 επιφανειών του φακού και το δείκτη διάθλασης  $n$ .
- Τα 2 σημεία εκατέρωθεν του φακού, επί του άξονα του, με απόσταση  $f$  από το κέντρο, είναι τα εστιακά σημεία  $F_1, F_2$ .



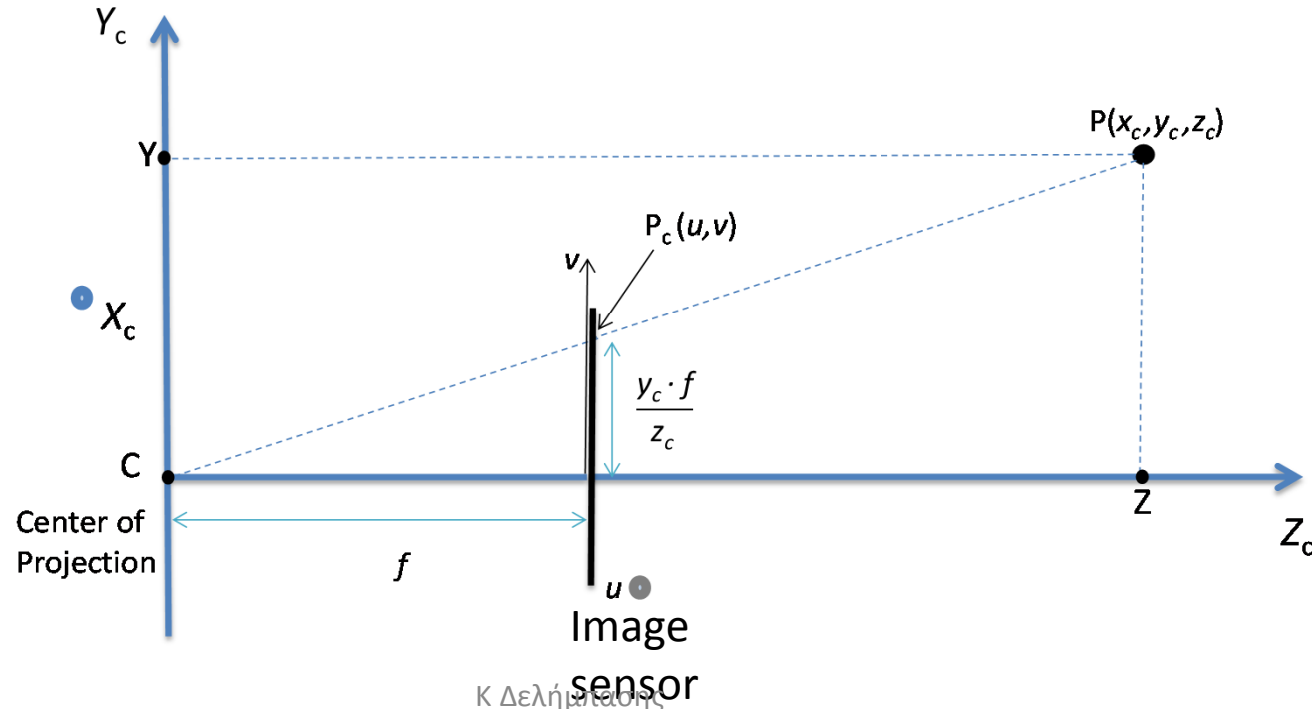
- Σχηματισμός εικόνας αντικείμενου με απόσταση  $s > f$
- Αποδεικνύεται ότι:  $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$
- Όταν  $s \rightarrow \infty, s' \rightarrow f$
- Όταν  $s \searrow$  τότε  $s' \nearrow (>f)$



- Η εικόνα σχηματίζεται ευκρινώς, όταν το αισθητήρας (sensor) τοποθετείται σε απόσταση  $s'$  από τον φακό.
- Επειδή πάντα  $s \gg f$ , θεωρούμε  $s' = f$ .

# Υπολογιστική προσομοίωση της κάμερας

- Θεωρούμε κέντρο προβολής το  $(0,0,0)$  και επίπεδο προβολής (αισθητήρας εικόνας)  $z=f$ .
- Εστω  $P(x_c, y_c, z_c)$  σημείο στο **σύστημα της κάμερας** και
  - $(u, v)$  οι συντεταγμένες κεντρικής προβολής του  $P$  στο **image sensor**

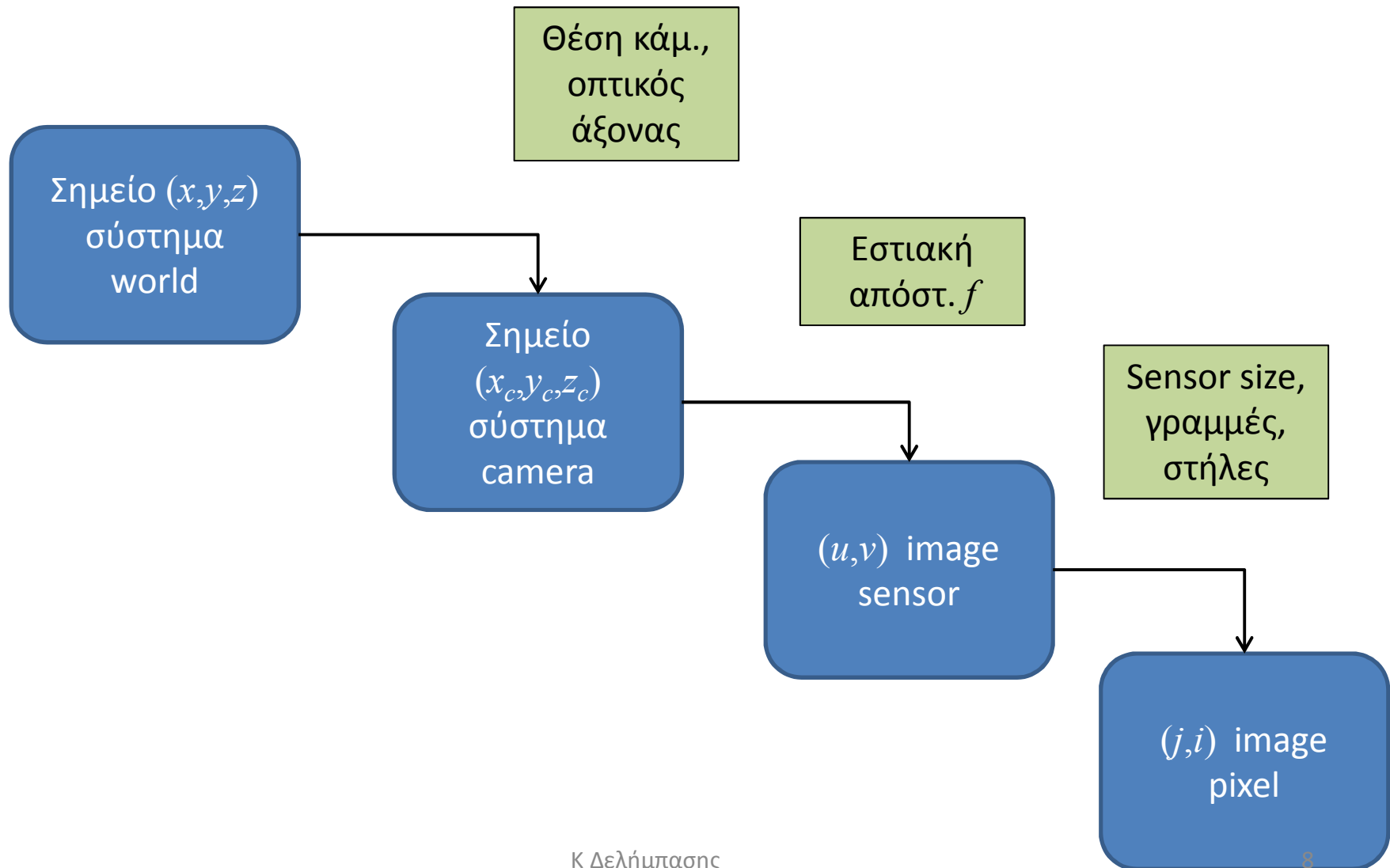


- Βάσει όμοιων τριγώνων:  $\frac{u}{f} = \frac{x_c}{z_c}, \frac{v}{f} = \frac{y_c}{z_c}$
- Η κεντρική προβολή γράφεται σε μορφή πινάκων.
  - Προσοχή, η 4<sup>η</sup> γραμμή δείχνει ότι δεν πρόκειται για Affine → μετά τον πολ/σμο διαιρούμε κάθε στοιχείο της στήλης αποτελέσματος με το 4<sup>ο</sup> στοιχείο της

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ .. \\ .. \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$u = \frac{x_c \cdot f}{z_c}, v = \frac{y_c \cdot f}{z_c}$$

# Βήματα της βαθμονόμησης κάμερας

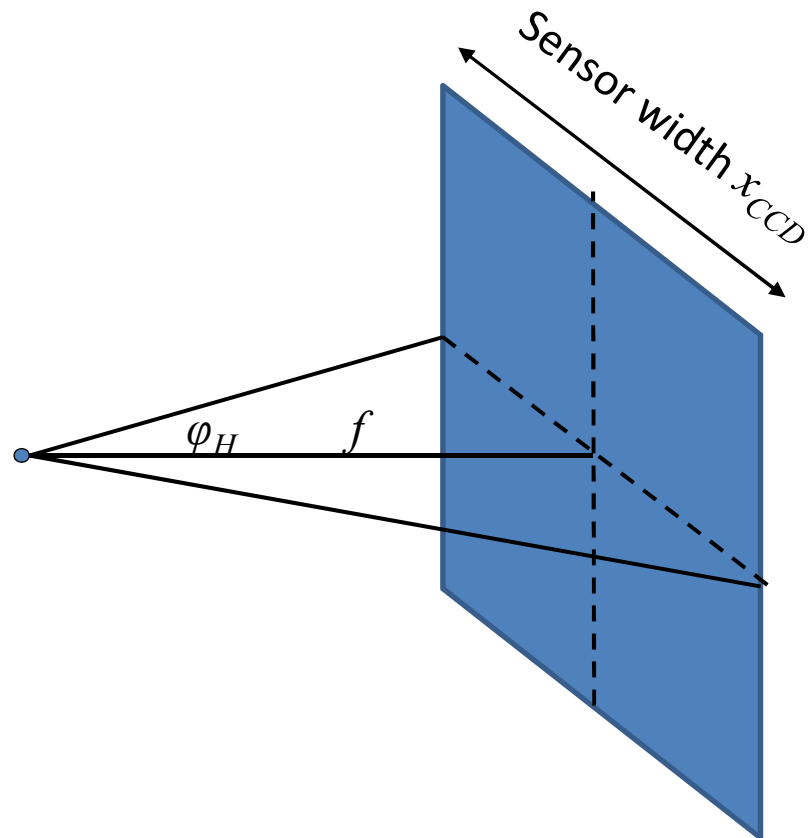




# Εσωτερικές παράμετροι

- Απαραίτητες για μετάβαση από image sensor  $(u, v)$  σε image pixel  $(i, j)$
- Field of view:
  - Horizontal, Vertical, Diagonal
- Διάσταση sensor  $(x_{CCD}, y_{CCD})$  (σε mm)
- Διάσταση εικόνας  $(N_{lin}, N_{col})$
- Στα επόμενα, θεωρούμε ότι οι εσωτερικές παράμετροι είναι γνωστές από τον κατασκευαστή της κάμερας και επικεντρωνόμαστε στις εξωτερικές παραμέτρους

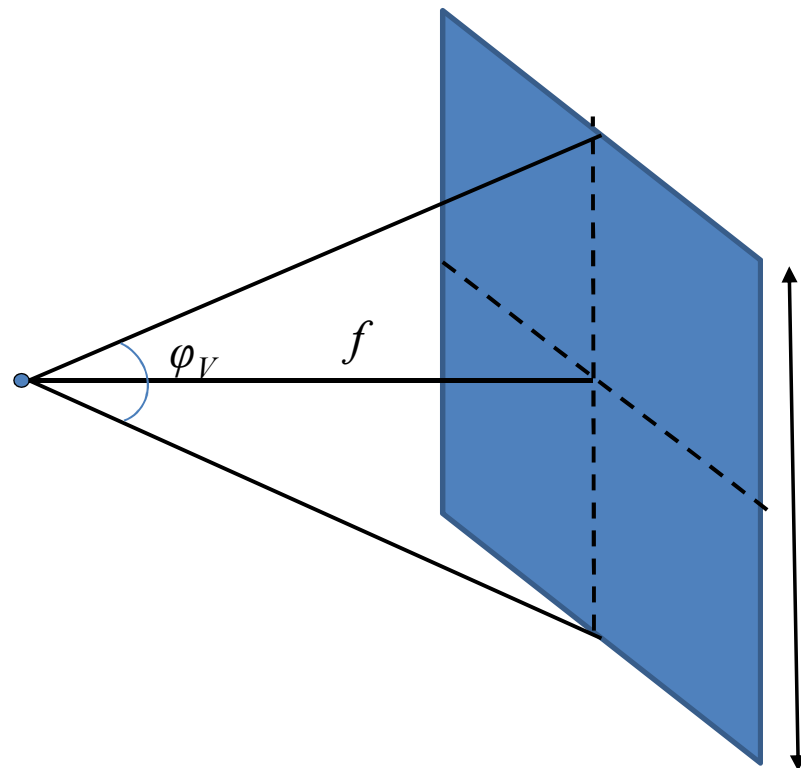
- Οριζόντιο FoV ( $\varphi_H$ )



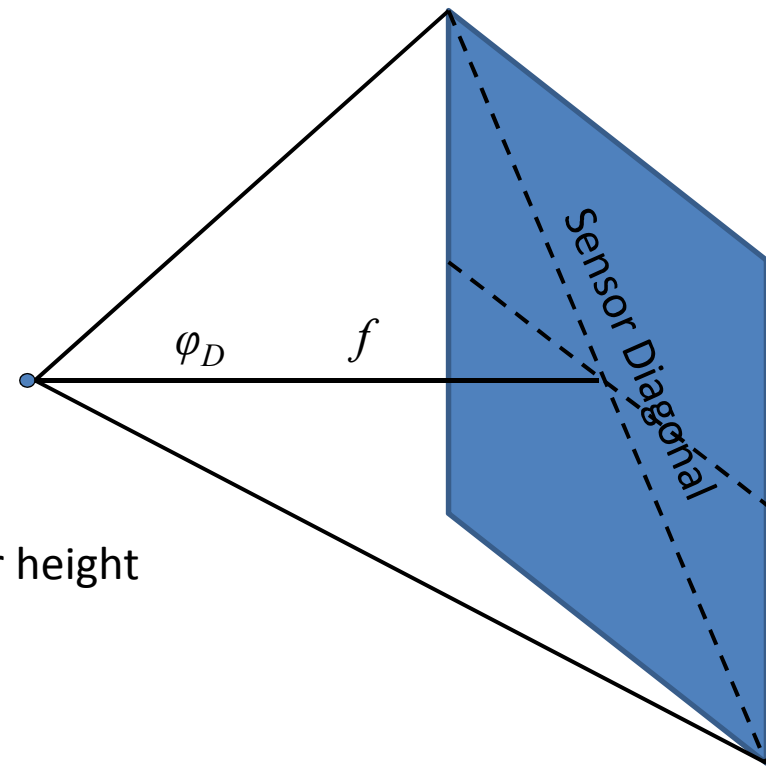
$$j = \frac{N_{col} - 1}{x_{CCD}} \cdot u + \frac{N_{col} + 1}{2}$$

$$i = \frac{N_{line} - 1}{y_{CCD}} \cdot v + \frac{N_{line} + 1}{2}$$

- Κατακόρυφο FoV ( $\varphi_V$ )



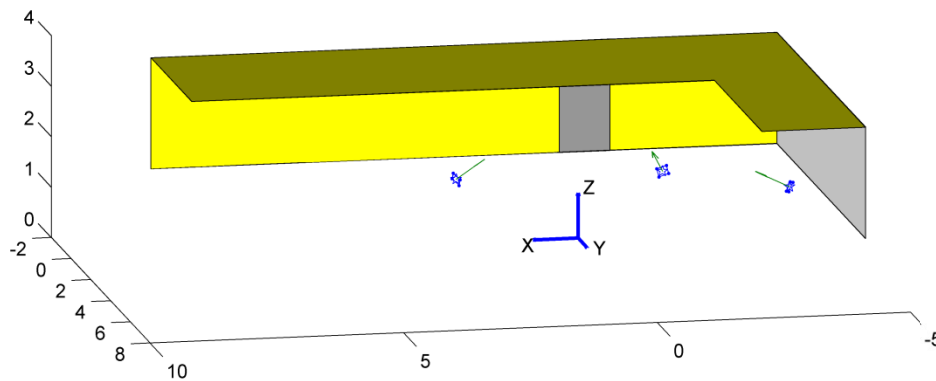
Διαγώνιο FoV ( $\varphi_D$ )



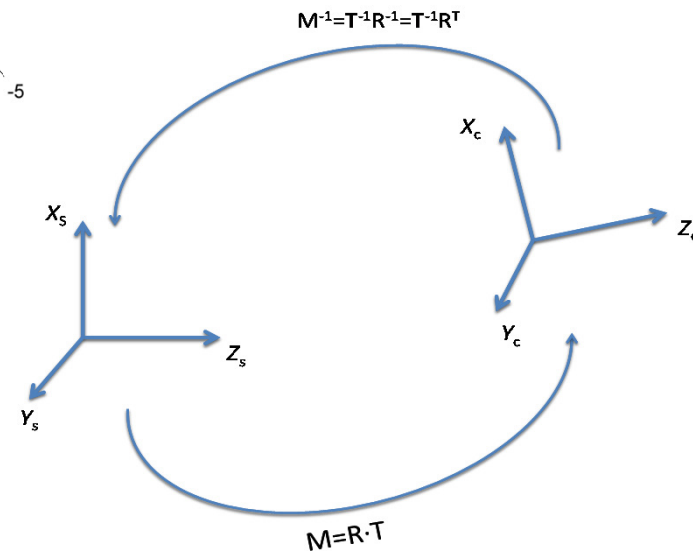
# Εξωτερικές παράμετροι

- Θέση καμερας
- Διάνυσμα οπτικού άξονα
- Περιστροφή γύρω από το Διάνυσμα οπτικού άξονα
- Παραμόρφωση εικόνας

- Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων World  $\rightarrow$  Camera



$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$$



- Ο πίνακας  $R$  προκύπτει από
  - το γινόμενο των πινάκων Euler, ή
  - τον πίνακα περιστροφής γύρω από τυχαίο διάνυσμα

- Τα σημεία  $(x_c, y_c, z_c)$  προβάλλονται στο camera sensor  $(u, v)$

$$u = \frac{f}{z_c} x_c = f \frac{r_{11}x + r_{12}y + r_{13}z + t_x}{r_{31}x + r_{32}y + r_{33}z + t_z}$$

$$v = \frac{f}{z_c} y_c = f \frac{r_{21}x + r_{22}y + r_{23}z + t_y}{r_{31}x + r_{32}y + r_{33}z + t_z}$$

- Μετά από αλγεβρικές πράξεις:

$$uxr_{31} + uyr_{32} + uzr_{33} + ut_z - x(fr_{11}) - y(fr_{12}) - z(fr_{13}) - ft_x = 0$$

$$v xr_{31} + v yr_{32} + v zr_{33} + v t_z - x(fr_{21}) - y(fr_{22}) - z(fr_{23}) - ft_y = 0$$

- Αν γνωρίζουμε τα  $(x,y,z)$  από  $N$  σημεία και την προβολή τους  $(u,v)$  στο camera sensor, τότε έχουμε ένα γραμμικό ομογενές σύστημα  $2N$  εξισώσεων με 12 αγνώστους:

$$fr_{11}, fr_{12}, fr_{13}, fr_{21}, fr_{22}, fr_{23}, r_{31}, r_{32}, r_{33}, t_x, t_y, t_z,$$

- Κατασκευάζουμε τον  $(2N \times 12)$  πίνακα  $A$  του συστήματος
- Μία λύση του συστήματος: το ιδιοδιάνυσμα του  $A^T A$  με τη μικρότερη ιδιοτιμή



24 σημεία με γνωστά  $(x,y,z)$  και προβολές  $(u,v)$



- Τα 9 άγνωστα στοιχεία του πίνακα R ( $r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{31}, r_{32}, r_{33}$ ) είναι συσχετισμένα, αλλά τα αντιμετωπίζουμε ως ασυσχετιστα για να καταστεί το σύστημα γραμμικό
- Επισημαίνεται ότι η επίλυση του συστήματος παράγει μία λύση με μέτρο =1, κάθε πολλαπλάσιο της οποίας επίσης είναι λύση.
- Οι τιμές των αγνώστων υπολογίζονται βάσει της ορθοκανονικότητας γραμμών και στηλών του πίνακα περιστροφής R. Πχ

$$r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = 1$$

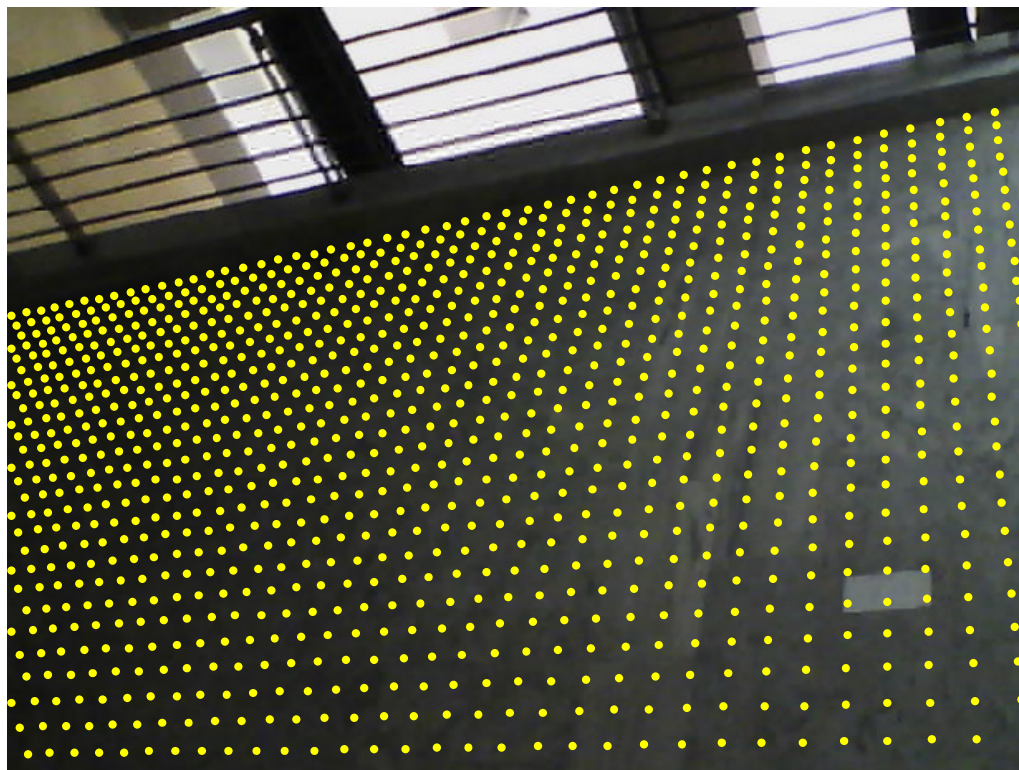
$$(r_{11}, r_{21}, r_{31})(r_{12}, r_{22}, r_{32}) = 0$$

- Αν τα σημεία που επιλέγονται είναι συνεπίπεδα, τότε η αλγεβρική αντιμετώπιση τροποποιείται.

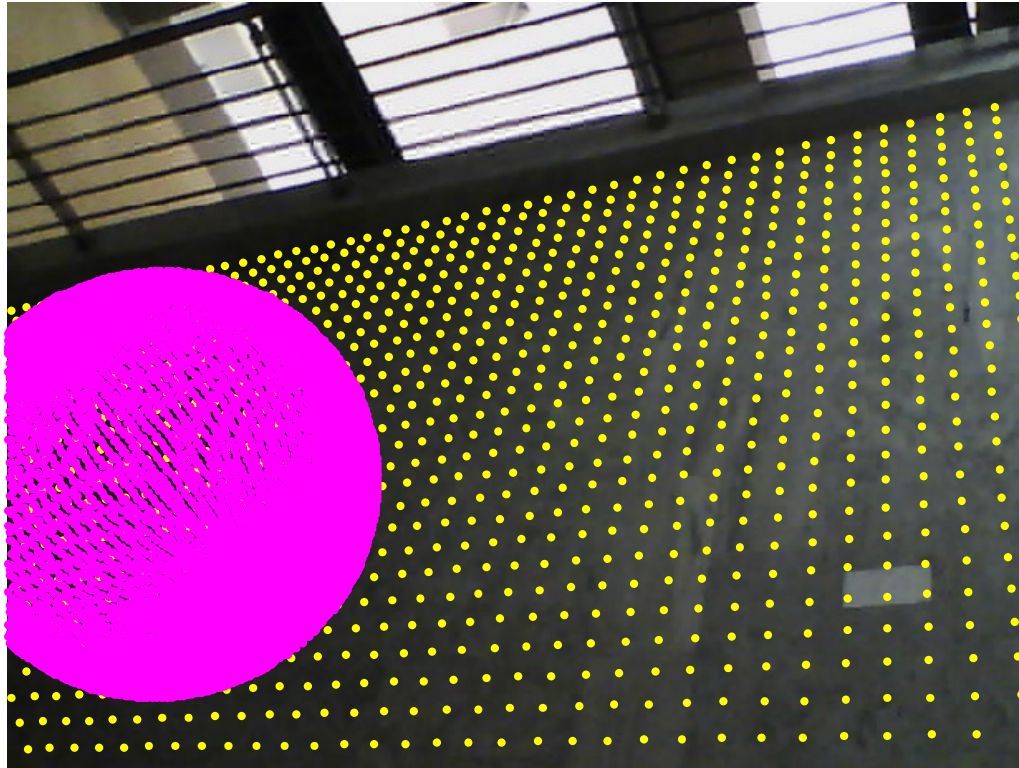
- Προσδιορισμός παραμέτρων της κάμερας με μη γραμμική βελτιστοποίηση του σφάλματος της επαναπροβολής σημείων με γνωστές θέσεις στο χώρο και στο Image frame (ή στο camera sensor αφού οι εσωτ. παράμετροι είναι γνωστές)
  - Για συγκεκριμένες τιμές παραμέτρων, υπολογίζονται οι αναμενόμενες θέσεις στο Image frame και υπολογίζεται το σφάλμα σε σχέση με τις πραγματικές θέσεις στο Image frame
- Οι άγνωστες παράμετροι δεν είναι τα στοιχεία του πίνακα R (αφοθ δε χρησιμοποιείται γραμμική μέθοδος), αλλά
  - Διάνυσμα οπτικού άξονα  $(n_x, n_y, n_z)$ ,
  - Γωνία περιστροφής γύρω από οπτικό άξονα
  - Θέση της κάμερας



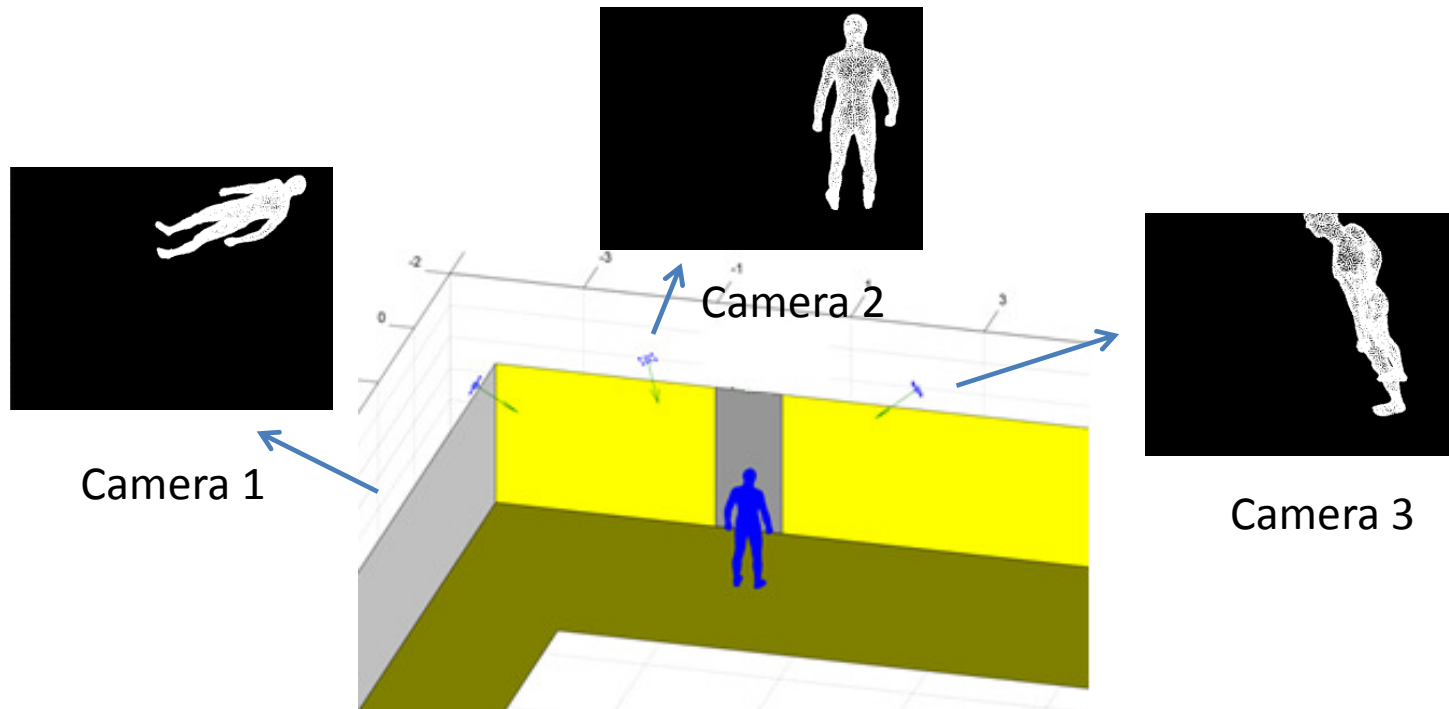
Εικόνα από βαθμονομημένη κάμερα



Επιπροβολή σημείων του δαπέδου ανά 10cm



- Προσθήκη μίας εικονική σφαίρας, διαμέτρου 1m στο δάπεδο της εικόνας, με χρήση της βαθμονόμησης της κάμερας



- Εφαρμογή του calibration για κατασκευή συνθετικών frame:  
3D μοντέλο  $\rightarrow$  2D image frame

# Αλλα είδη καμερών

- Εκτός από κάμερες προοπτικής προβολής, υπάρχουν και κάμερες
  - με ευρύ οπτικό πεδίο (ευρυγώνιες).
  - με οπτικό πεδίο  $=180^{\circ}$  (fisheye / omnidirectional)
- Διαφορετικό μοντέλο σχηματισμού εικόνας
- Οι ευθείες γραμμές απεικονίζονται ως ελείψεις



Εικόνα από fisheye οροφής. Παρατηρείστε την απεικόνιση των οριζόντιων και κατακόρυφων γραμμών

- Βασικά paper για βαθμονόμηση κάμερας
  - Tsai, R. "A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses." *IEEE Journal on Robotics and Automation* 3.4 (1987): 323-344.
  - Zhang, Z. (2000). A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on PAMI*, 22(11), 1330-1334.