Εισαγωγή στις τεχνικές τμηματοποίησης ιατρικών εικόνων

Κ Δελήμπασης

Τμηματοποίηση εικόνας - *Segmentation*

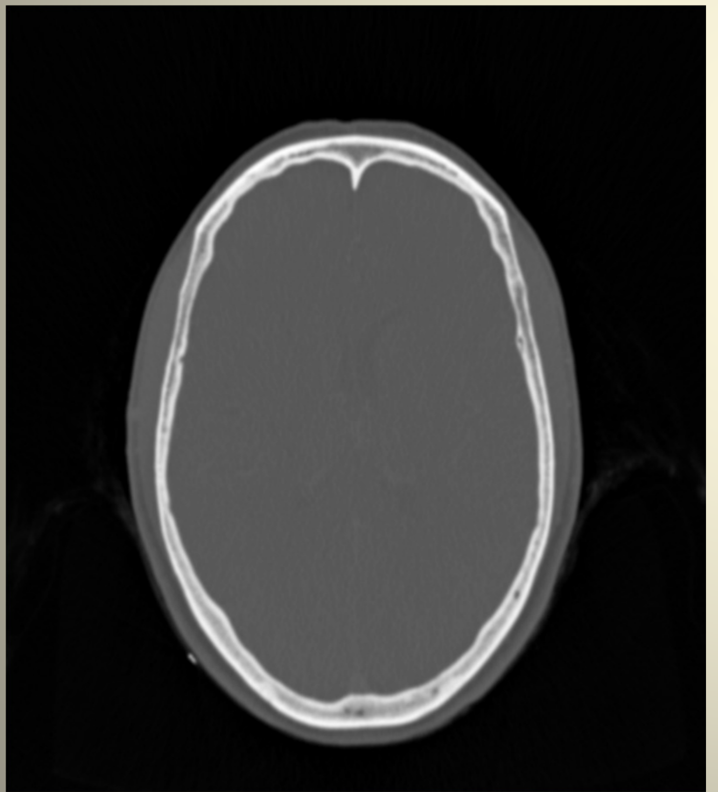
- Τμηματοποίηση: ανεύρεση του αντικειμένου ενδιαφέροντος
- Πρόβλημα άλυτο στη γενική του μορφή λόγω:
  - ποικιλίας αντικειμένων
  - διαφορετικές συνθήκες φωτεινότητας - αντίθεσης
  - σχετικής γεωμετρίας αντικειμένου - ανιχνευτή

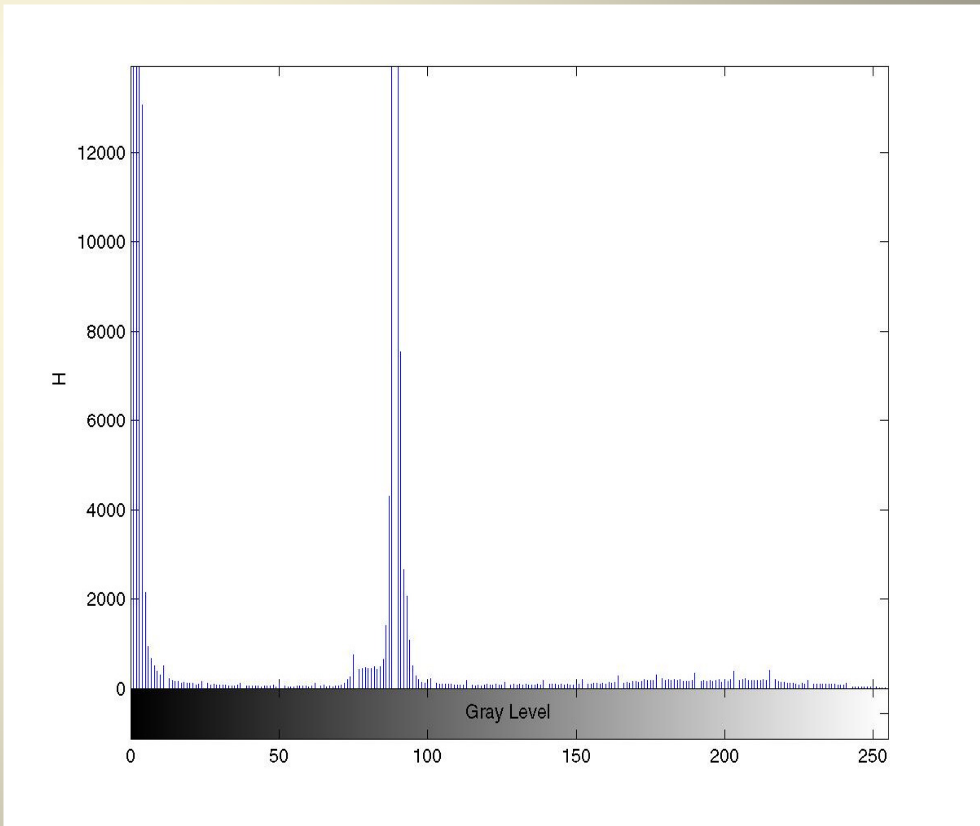
Τμηματοποίηση με ολική κατωφλίωση *total thresholding*

- Η μέθοδος βασίζεται στην ύπαρξη 2 *κλάσεων* pixels με διαφορετικές τιμές που κατανέμονται γύρω από διαφορετικές μέσες τιμές.
- Επιλέγεται κατώφλι (threshold) *T* και εφαρμόζεται κατωφλίωση (thresholding):
    - Για κάθε pixel (*i*,*j*) ελέγχεται η τιμή του
    - Αν είναι *I*(*i*,*j*) >=*T*, τότε θεωρείται ότι ανήκει στο αντικείμενο A, αλλιώς στα άλλα αντικείμενα της εικόνας ή το υπόβαθρο (background).

Τμηματοποίηση Ιατρικών Εικόνων

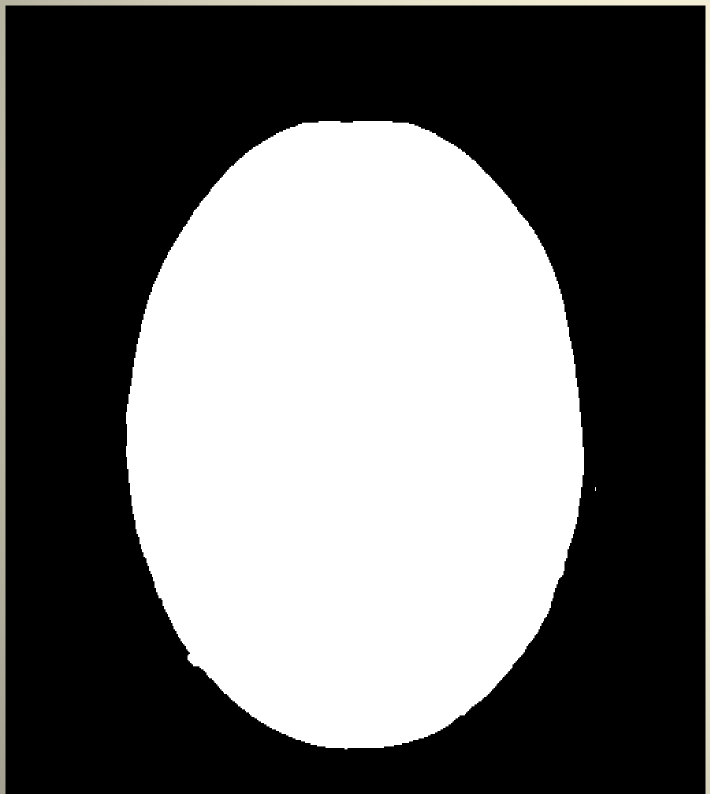
- Παράδειγμα ολικής Κατωφλίωσης



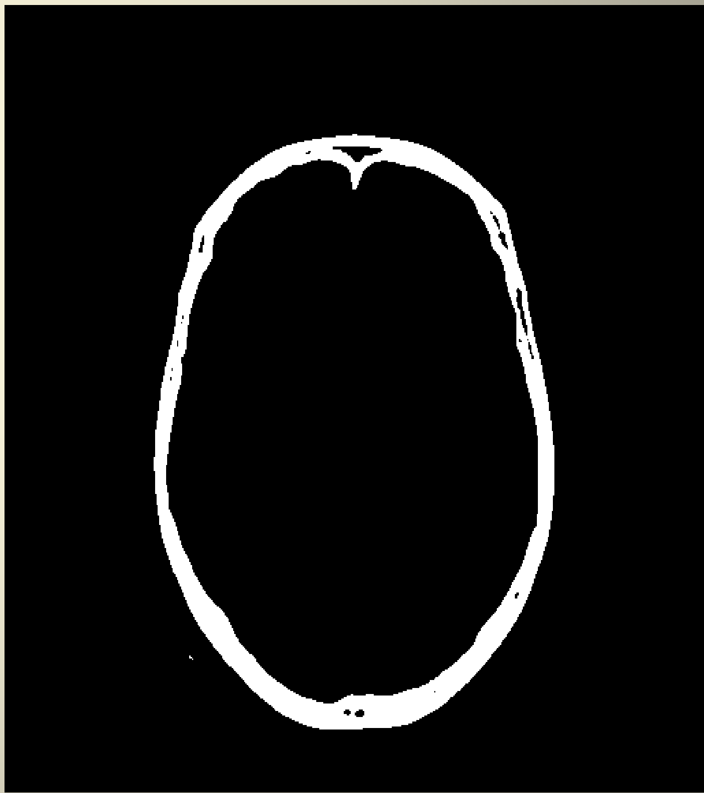


Τμηματοποίηση Ιατρικών Εικόνων

- Παράδειγμα Κατωφλίωσης



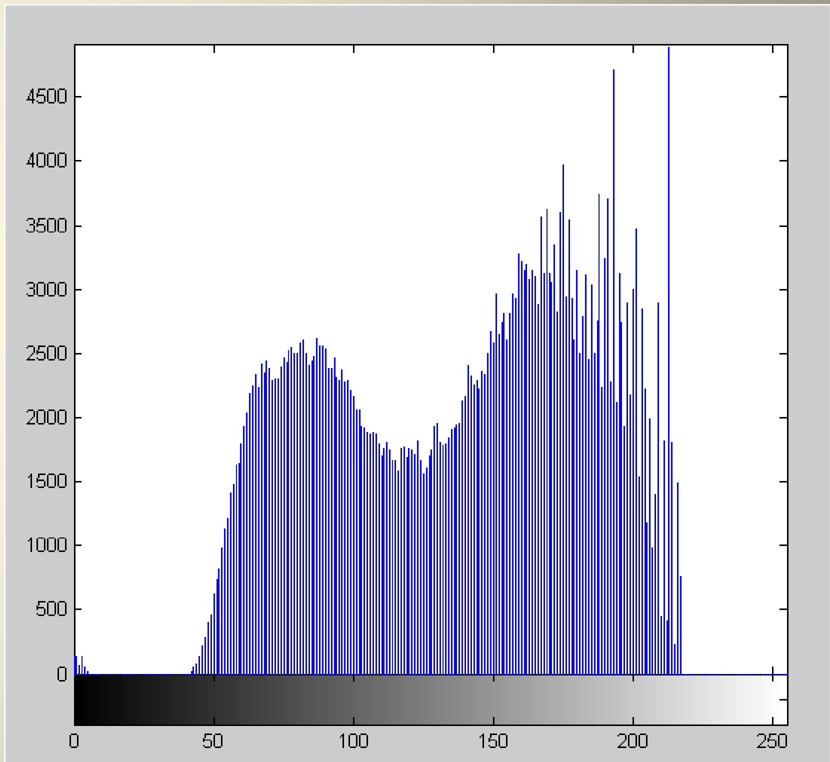
Κατώφλι 35



Κατώφλι 135

Παράδειγμα εικόνας με δύο κατανομές pixel: αντικείμενο (πνεύμονες) και υπόβαθρο

Αρχική εικόνα



Ιστόγραμμα

Τμηματοποίηση με Κατωφλίωση: Η μέθοδος Ridler Calvard

- Επιλέγεται ως κατώφλι η μέση τιμή της εικόνας *I*.
- Επανάλαβε
  - Υπολογίζονται οι μέσες τιμές μ_0 και μ_1 των 2 κλάσεων pixel που δημιουργούνται από το κατώφλι.
  - Ενημερώνεται η τιμή του κατωφλίου:

$$\tau = \frac{1}{2}\left(\mu_0 + \mu_1\right)$$

- Όσο η τιμή του κατωφλίου είναι διάφορη της προηγούμενης τιμής κατωφλίου

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard: Επανάληψη 1

Τρέχον κατόφλι	3.5625
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	6.667
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	1.7
Νέο κατόφλι	4.1833

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard: Επανάληψη 2

Τρέχον κατόφλι	4.1833
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	8
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	2.083
Νέο κατόφλι	5.0417

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard: Επανάληψη 3

Τρέχον κατόφλι	5.0417
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	8
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	2.083
Νέο κατόφλι	5.0417

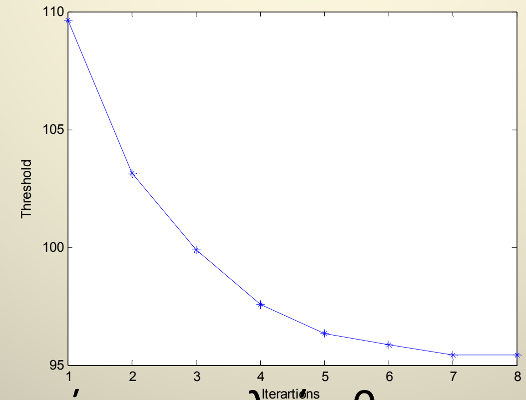
1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Τμηματοποίηση με την μέθοδο Ridler Calvard: Επανάληψη 3

Τρέχον κατόφλι	5.0417
Μέση τιμή pixels>Τρέχον κατόφλι	8
Μέση τιμή pixels<=Τρέχον κατόφλι	2.083
Νέο κατόφλι	5.0417

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1

Παρατηρείστε ότι ο ουρανός
δεν έχει τμηματοποιηθεί
σωστά.



Εφαρμογή του προηγούμενου αλγόριθμου και η εξέλιξη της αριθμητικής τιμής του κατωφλίου σα συνάρτηση των επαναλήψεων.

Τμηματοποίηση με Κατωφλίωση: Η μέθοδος Otsu

- Εστω εικόνα με *L* δυνατές τιμές, ιστόγραμμα *n* και κανονικοποιημένο ιστόγραμμα *p*.
- Η εικόνα περιέχει δύο κατανομές pixel που αντιστοιχούν στο αντικείμενο προς τμηματοποίηση και στο υπόβαθρο. Οι δύο κατανομές C_0, C_1 χωρίζονται από ένα κατώφλι *k*.

$$\text{Πιθανότητα να ανήκει ένα pixel στις κλάσεις } C_0, C_1:$$

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^{k} p_i = \omega(k), \omega_1 = \sum_{i=k+1}^{L} p_i = 1 - \omega(k)$$

$$\text{Μέση τιμή των pixel των κλάσεων } C_0, C_1:$$

$$\mu_0 = \frac{1}{\omega_0}\sum_{i=1}^{k} i p_i = \frac{\mu(k)}{\omega(k)}, \mu_1 = \frac{1}{\omega_1}\sum_{i=k+1}^{L} i p_i = \frac{\mu_L - \mu(k)}{1-\omega(k)}$$

$$\text{Διασπορά των pixel των κλάσεων } C_0, C_1:$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{\omega_0}\sum_{i=1}^{k}\left(i-\mu_0\right)^2 p_i,$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{\omega_1}\sum_{i=k+1}^{L}\left(i-\mu_1\right)^2 p_i$$

- Αθροισμα της διασποράς των δύο κλάσεων (ξεχωριστά)

$$\sigma_w = \omega_0\sigma_0^2 + \omega_1\sigma_1^2$$

- Διασπορά μεταξύ των δύο κλάσεων

$$\sigma_B^2 = \omega_0\left(\mu_0-\mu_T\right)^2 + \omega_1\left(\mu_1-\mu_T\right)^2 = \omega_0\omega_1\left(\mu_1-\mu_0\right)^2$$

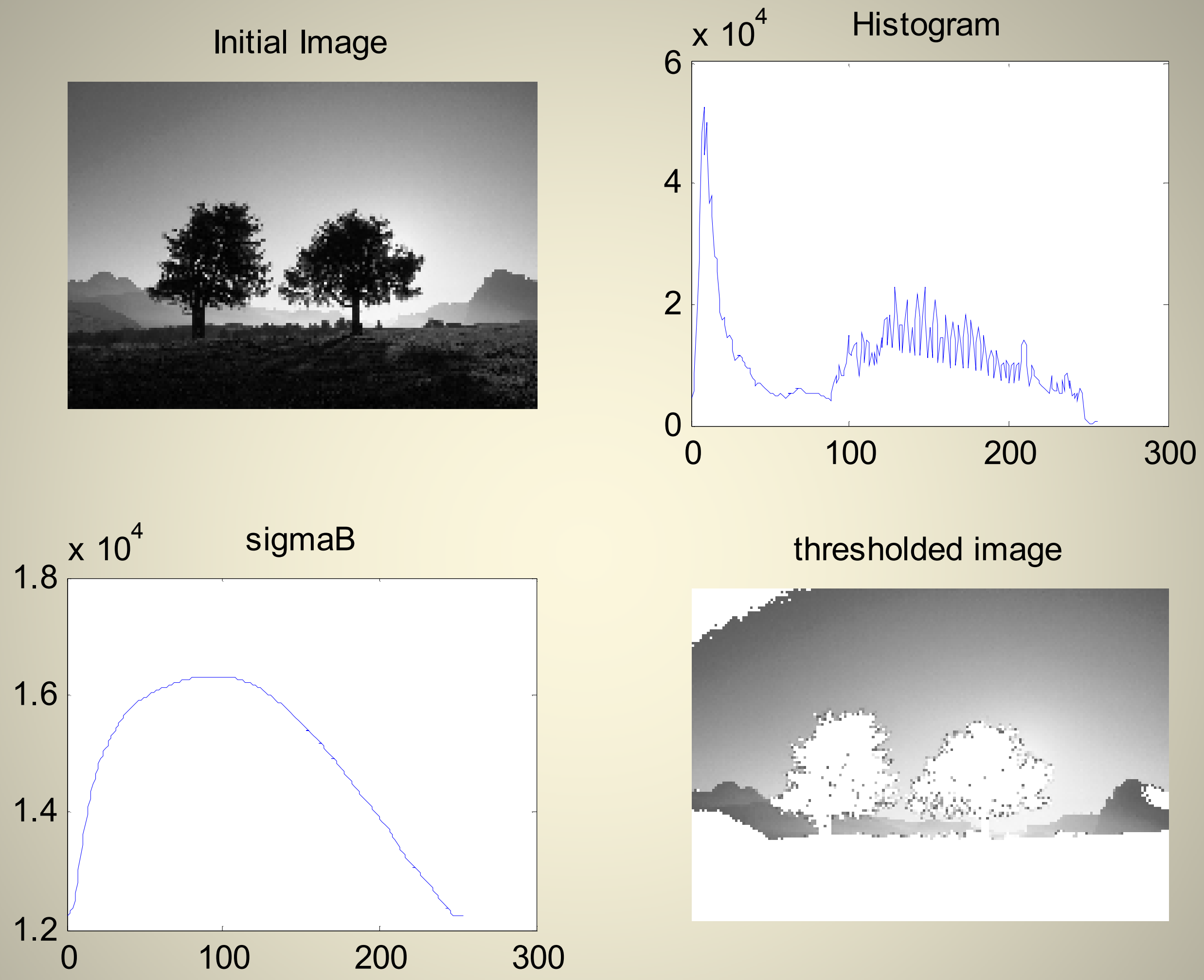
- Ως κατόφλι επιλέγεται η τιμή του *k* που μεγιστοποιεί την ποσότητα σ^2_B.

Παράδειγμα εκτέλεσης της μεθόδου Otsu

Τιμή	ω_0	ω_1	μ_0	μ_1	σ_B
1	0.3125	0.6875	1.0000	4.7273	2.9847
2	0.5000	0.5000	1.3750	5.7500	4.7852
3	0.6250	0.3750	1.7000	6.6667	5.7815
4	0.7500	0.2500	2.0833	8.0000	6.5638
5	0.7500	0.2500	2.0833	8.0000	6.5638
6	0.8125	0.1875	2.3846	8.6667	6.0121
7	0.8125	0.1875	2.3846	8.6667	6.0121
8	0.9375	0.0625	3.1333	10.000	2.7628
9	0.9375	0.0625	3.1333	10.000	2.7628

Μέγιστο σ_B για κατόφλι=4

1	2	3	1
4	6	8	2
1	8	10	2
4	1	3	1



- Παράδειγμα κατωφλίωσης με τη μέθοδο Otsu.

Δυναμικός υπολογισμός κατωφλίου

- Σε περίπτωση που το υπόβαθρο μεταβάλλεται, είναι αδύνατο να βρεθεί ένα κατώφλι που αν εφαρμοστεί σε όλη την εικόνα να τμηματοποιεί το αντικείμενο. Σε αυτή την περίπτωση:
  - Ορίζεται μία περιοχή μεγέθους (2w+1)x(2w+1).
  - Για κάθε pixel **p** της εικόνας
    - Υπολογίζεται το κατώφλι ως συνάρτηση ενός ή περισσοτέρων στατιστικών μεγεθών των τιμών της εικόνας εντός του τρέχοντος παραθύρου, όπως: μέση τιμή (mean), ενδιάμεση τιμή (median), μέγιστη (max), ελάχιστη τιμή (min), τυπική απόκλιση (σ), υπολογισμένων τοπικά. Ενδεικτικοί τρόποι υπολογισμού του κατωφλίου:

$$T = \frac{\max(R) + \min(R)}{2}$$

$$T = mean(R) + w\sigma(R)$$

    - Αν $I(\mathbf{p})>T \rightarrow I_1(\mathbf{p})=1$ ELSE $I_1(\mathbf{p})=0$

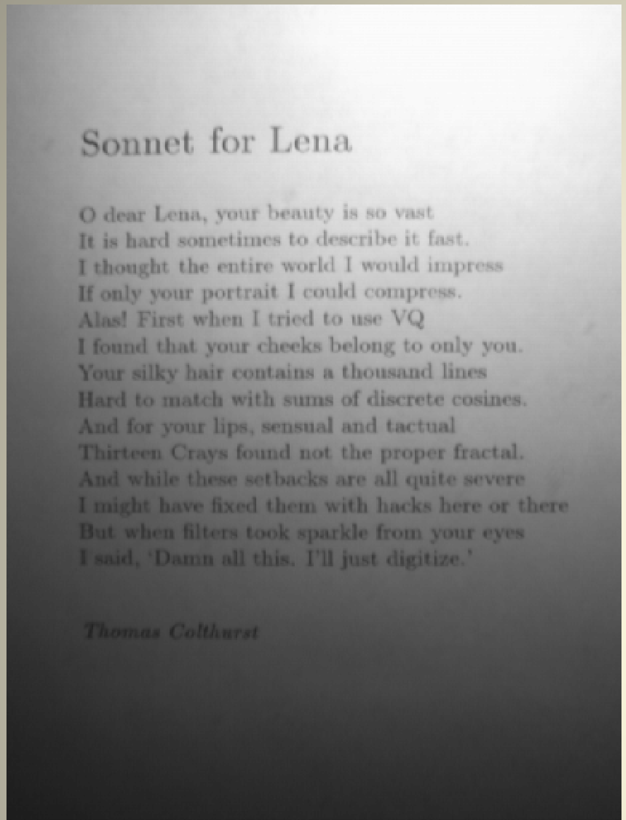
- Δυναμική κατωφλίωση με διαφορετικά μεγέθη παραθύρου (2*w*+1)x(2*w*+1).
- Το μέγεθος *w* πρέπει να είναι ανάλογο του μεγέθους του αντικειμένου που πρέπει να τμηματοποιηθεί.

Initial Image

Αποτέλεσμα κατωφλίωσης με μικρό μέγεθος παραθύρου (w).

Αποτέλεσμα κατωφλίωσης με κατάλληλο μέγεθος παραθύρου (w). Παρατηρείστε ότι ο ουρανός έχει τμηματοποιηθεί σωστά.

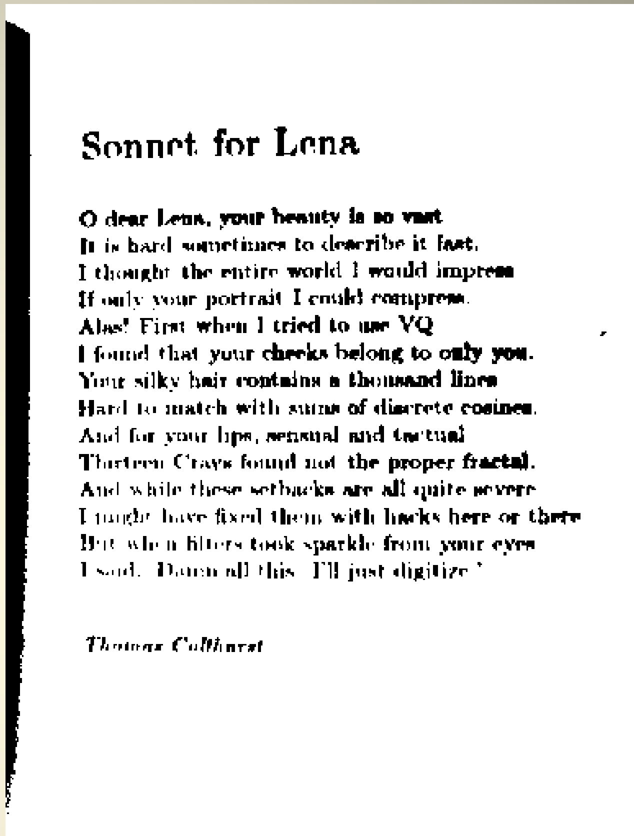
Initial Image



Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast
It is hard sometimes to describe it fast.
I thought the entire world I would impress
If only your portrait I could compress.
Alas! First when I tried to use VQ
I found that your cheeks belong to only you.
Your silky hair contains a thousand lines
Hard to match with sums of discrete cosines.
And for your lips, sensual and tactual
Thirteen Crays found not the proper fractal.
And while these setbacks are all quite severe
I might have fixed them with hacks here or there
But when filters took sparkle from your eyes
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

Thomas Colthurst



Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast
It is hard sometimes to describe it fast.
I thought the entire world I would impress
If only your portrait I could compress.
Alas! First when I tried to use VQ
I found that your cheeks belong to only you.
Your silky hair contains a thousand lines
Hard to match with sums of discrete cosines.
And for your lips, sensual and tactual
Thirteen Crays found not the proper fractal.
And while these setbacks are all quite severe
I might have fixed them with hacks here or there
But when filters took sparkle from your eyes
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

Thomas Colthurst

Εφαρμογή δυναμικής κατωφλίωσης σε εικόνα με ανομοιογενή φωτισμό, w=9. Η εικόνα αυτή δεν είναι δυνατό να τμηματοποιηθεί με την ίδια αποτελεσματικότητα με ολική κατωφλίωση.

Υπολογισμός Κατωφλίου: T=mean(περιοχής)-σ(περιοχής)

Τμηματοποίηση Ιατρικών Εικόνων

- Μέθοδος ανάπτυξης περιοχών (region growing):
  - Έστω εικόνα $I(x,y)$ και σημείο (x_0,y_0)
  - Στόχος: εύρεση pixels που ανήκουν στην ίδια περιοχή με το (x_0,y_0)
  - Κριτήριο: pixels που ανήκουν στην ίδια περιοχή έχουν παρόμοιο χρώμα

Υλοποίηση της μεθόδου ανάπτυξης περιοχών

Η μέθοδος ανάπτυξης περιοχών τμηματοποιεί ένα αντικείμενο σε μία εικόνα υπό την προυπόθεση ότι:

Δίδεται ένα pixel εντός του αντικειμένου (x0,y0)

Καθορίζεται ένα κριτήριο ομοιότητας των pixel του αντικειμένου

Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μία ουρά Q η οποία αρχικοποιείται με το (x0,y0).

- **Αλγόριθμος RGROW**
- **Είσοδος: I, x0, y0, tol**
- **Εξοδος: BW**

1. BW=zeros(size(I))
2. Αρχικοποίησε Q με (x0,y0)
3. Χαρακτήρισε το (x0,y0) ως αντικείμενο: BW(x0,y0)=1
4. Αρχικοποίησε τη μεταβλητή μέση_τιμη_αντικειμένου
5. ΟΣΟ η Q δεν είναι άδεια
    1. Εξαγωγή του $1^{ου}$ pixel από την Q και ανάθεση των συντεταγμένων του στο τρέχον pixel (x0,y0)
    2. Ενημέρωση της μεταβλητής μέση_τιμή_αντικειμένου
    3. ΓΙΑ κάθε γειτονικό pixel **p** του (x0,y0)
        1. AN **p** βρίσκεται εντός της I ΚΑΙ
           abs(I(**p**)- μέση_τιμη_αντικειμένου)<=tol
           ΚΑΙ το BW(**p**)==0 ΤΟΤΕ
           Τοποθέτησε το **p** στην Q
           Χαρακτήρισε το **p** αντικείμενο: BW(**p**)=1
           ΤΕΛΟΣ

        ΤΕΛΟΣ

    ΤΕΛΟΣ

- Συνήθως το κριτήριο F(**p**) ορίζεται ως εξής:
  - Το **p** δεν έχει ήδη επιλεγεί και δεν περιέχεται στην ουρά
  - Η τιμή *I*(**p**) ικανοποιεί κάποια συνθήκη, όπως μία από τις ακόλουθες:
    - abs(*I*(**p**)-*I*(**p**0))<*T*.
    - Η απολύτη τιμή της διαφοράς του *I*(**p**) και της μέσης τιμής των pixel που περιέχονται στην ουρά Q είναι μικρότερη από ένα κατώφλι που είναι ανάλογο της τυπικής απόκλισης των τιμών της Q.

Παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου

Q στήλη	Q γραμμή

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
0

Πλήθος pixel αντικειμένου
0

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
4	4

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9

Πλήθος pixel αντικειμένου
1

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
~~4~~	~~4~~
3	4
4	5
4	3
5	4

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9

Πλήθος pixel αντικειμένου
1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
~~3~~	~~4~~
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,5

Πλήθος pixel αντικειμένου
2

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	~~10~~	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
~~3~~	~~4~~
~~4~~	~~5~~
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,33

Πλήθος pixel αντικειμένου
3

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	~~9~~	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,25

Πλήθος pixel αντικειμένου
4

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
~~3~~	~~4~~
~~4~~	~~5~~
~~4~~	~~3~~
~~5~~	~~4~~
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,40

Πλήθος pixel αντικειμένου
5

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	~~10~~	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
~~3~~	~~4~~
~~4~~	~~5~~
~~4~~	~~3~~
~~5~~	~~4~~
~~3~~	~~3~~
3	5
5	5
5	3
4	2

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,1667

Πλήθος pixel αντικειμένου
6

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,2857

Πλήθος pixel αντικειμένου
7

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
~~3~~	~~4~~
~~4~~	~~5~~
~~4~~	~~3~~
~~5~~	~~4~~
~~3~~	~~3~~
~~3~~	~~5~~
~~5~~	~~5~~
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,125

Πλήθος pixel αντικειμένου
8

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	~~8~~	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,66

Πλήθος pixel αντικειμένου
9

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	~~10~~	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,66

Πλήθος pixel αντικειμένου
10

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

Q στήλη	Q γραμμή
3	4
4	5
4	3
5	4
3	3
3	5
5	5
5	3
4	2
2	5

Μέση τιμή pixel αντικειμένου
9,66

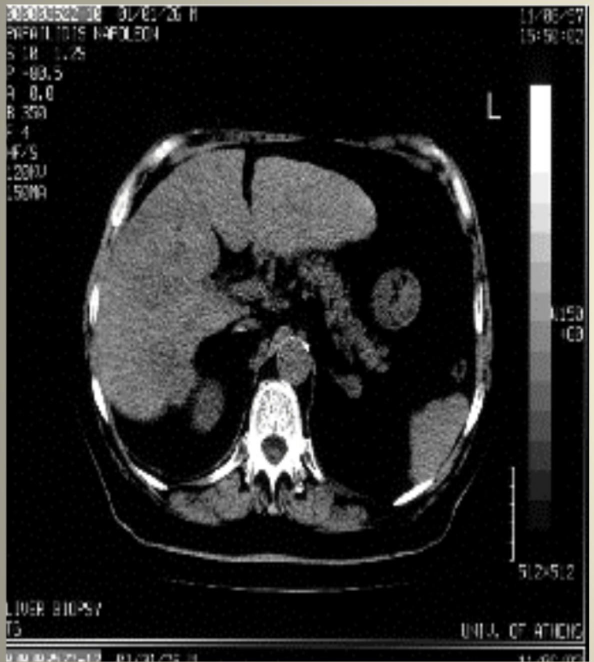
Πλήθος pixel αντικειμένου
11

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	4	3	12	0	2	0
3	0	0	8	10	10	0	3	0
4	0	10	9	9	9	0	1	0
5	0	0	10	10	8	0	2	0
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	1	2	0	2	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0

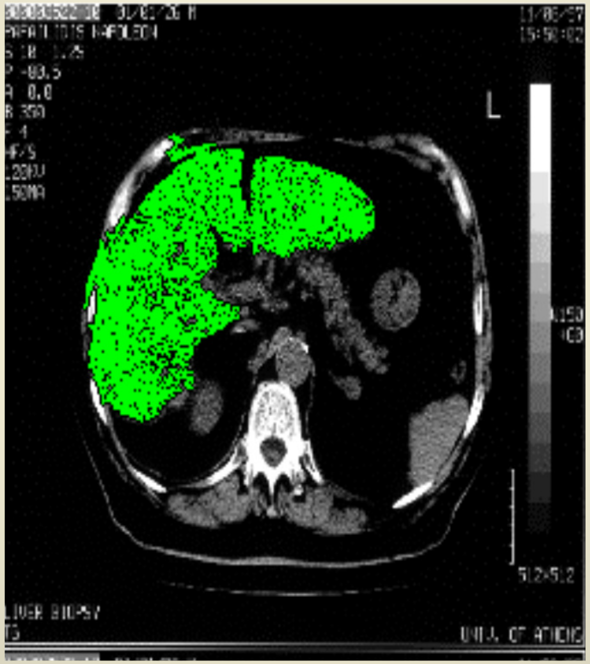
- Το αποτέλεσμα της τμηματοποίησης

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	0	0
4	0	1	1	1	1	0	0	0
5	0	0	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

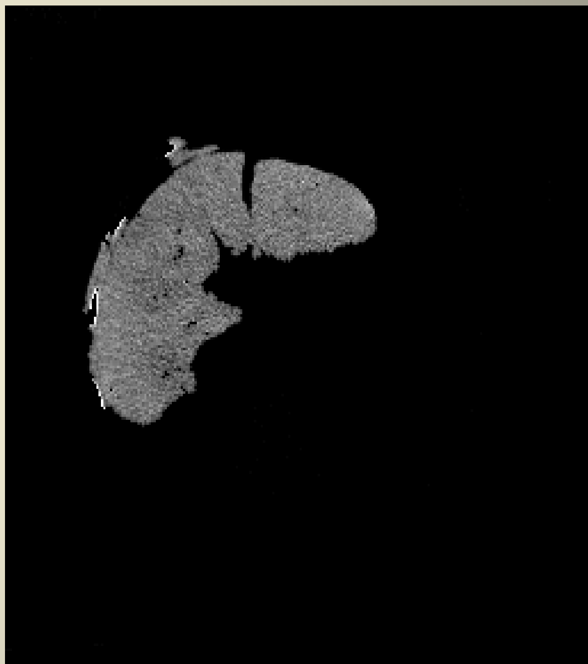
Εφαρμογή του αλγόριθμού ανάπτυξης περιοχών σε πραγματική εικόνα



Αρχική Εικόνα CT



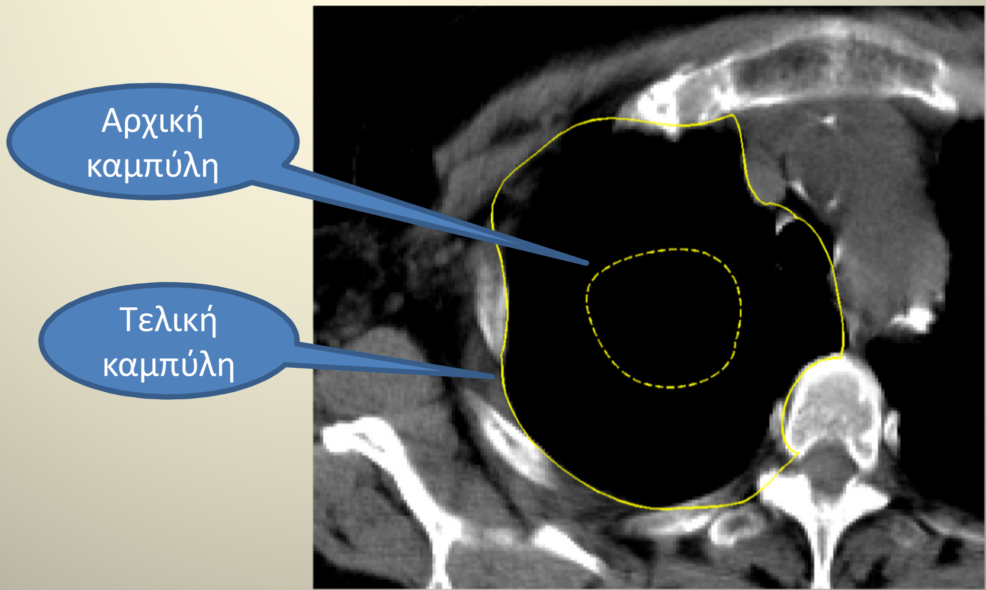
Μέθοδος Ανάπτυξης Περιοχών



Τμηματοποίηση Ήπατος

Ενεργά περιγράμματα (Active contours)

- Παραμορφώσιμες καμπύλες
- Αρχικοποιούνται από το χρήστη σε ένα γενικό σχήμα, κοντά στο αντικείμενο στο οποίο πρέπει να συγκλίνουν
- Μετά από μία σειρά επαναλήψεων συγκλίνουν σε σχήμα και θέση ώστε να τμηματοποιήσουν το αντικείμενο ενδιαφέροντος.



- Αρχικοποιούνται από το χρήστη
- Μπορεί να συγκλίνουν σε σχήμα/θέση που δεν αντιστοιχεί στο ζητούμενο αντικείμενο
- Το χρονικό βήμα της διακριτής εξίσωσης που καθορίζει την κίνηση/παραμόρφωση τους:
  - Πρέπει να είναι μικρό (→ πολλές επαναλήψεις explicit evolution), με μικρή πολυπλοκότητα (αλγεβρική και υπολογιστική)
  - Μπορεί να είναι μεγαλύτερο (→ λιγότερες επαναλήψεις, implicit evolution), αλλά με μεγαλύτερη πολυπλοκότητα (αλγεβρική και υπολογιστική)
- Παρακάτω παρουσιάζεται μόνο η περίπτωση explicit evolution

- Μαθηματικός φορμαλισμός: το snake μπορει να περιγραφεί σαν παραμετρική καμπύλη με παράμετρο *s*.
- Η καμπύλη μεταβάλλεται (αλλάζει σχήμα) συναρτήσει του χρόνου *t*, όπως δείχνει ο εκθέτης (όχι δύναμη)

$$\mathbf{v}(s,t) = \mathbf{v}^t(s) = \left(x_t(s), y_t(s), z_t(s)\right)^T$$

- Σε κάθε κόμβο του snake ορίζεται ενέργεια (εσωτερική και εξωτερική – εικόνας). Η συνολική ενέργεια του snake είναι το άθροισμα για κάθε κόμβο

- Το snake κινείται έτσι ώστε να ελαχιστοποιεί την συνολική του ενέργεια
- Εσωτερική Ενέργεια : ισοκατανενημένα σημεία, χωρίς μεγάλες αλλαγές στην καμπυλότητα
  - Δυναμική ενέργεια ελατηρίου, ανάλογη της απομάκρυνσης των σημείων μεταξύ τους
  - Τάση του snake: αύξηση της δυναμικής ενέργειας όταν σχηματίζονται οξείες γωνίες
- Εξωτερική ενέργεια: υπολογίζεται από τη εικόνα, ώστε το snake να καταλήξει στο αντικείμενο ενδιαφέροντος

Snake: Εσωτερική δυναμική ενέργεια

- Εσωτερική δυναμική ενέργεια του snake
  - Ενέργεια ελαστικότητας: προκαλεί συστολή του snake
  - Ενέργεια λόγω τάσης: εμποδίζει το snake να γίνει τεθλασμένη γραμμή

Εσωτερική δυναμική ενέργεια		**Ελαχιστοποίηση προκαλεί**	**Δύναμη λόγω ελαχιστοποίησης της ενέργειας**
Ενέργεια ελαστικότητας	$\sim\alpha(s)\lvert\mathbf{v}_s(s)\rvert^2$	Συστέλει το snake	$\alpha(s)\ \mathbf{v}_{ss}(s)$
Ενέργεια λόγω τάσης	$\sim\beta(s)\lvert\mathbf{v}_{ss}(s)\rvert^2$	Κάνει το snake δύσκαμπτο	$\beta(s)\ \mathbf{v}_{ssss}(s)$

Snake: Εξωτερική δυναμική ενέργεια

- Το snake κινείται έτσι ώστε η τελική του θέση να συμπέσει με τη δομή ενδιαφέροντος στην εικόνα.
- Για να συμβεί αυτό πρέπει να οριστεί κατάλληλα η δυναμική ενέργεια (ισοδ. δύναμη)
- Υπάρχουν πολλοί ορισμοί, ο απλούστερος είναι:

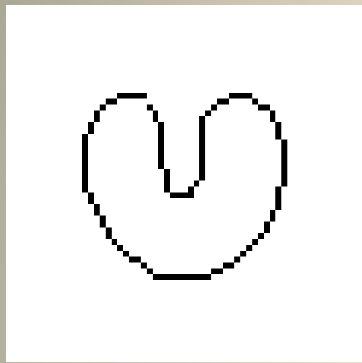
$$P(s) = -c(s)\left|\nabla I(\mathbf{p}(s))\right|^2$$

- Ελκει το snake σε περιοχές με ακμές (υψηλές τιμές image gradient)

- Οι δυναμικές ενέργειες υπολογίζονται σε κάθε κόμβο του snake (εξάρτηση από την παράμετρο s του snake)
- Οι συντελεστές α(s), β(s), c(s) καθορίζουν τη σχετική βαρύτητα κάθε όρου
- Ελαχιστοποίηση κάθε όρου της δυναμικής ενέργειας εισάγει από ένα όρο «**δύναμης**» η οποία ασκείτα σε κάθε σημείο του snake και «κινεί» το snake μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων
- Η Μερική Διαφορική εξίσωση (ΜΔΕ) του snake:

$$\frac{\partial \mathbf{v}(s,t)}{\partial t} = a\mathbf{v}''(s,t) - \beta \mathbf{v}''''(s,t) + \mathbf{f}_{ext}\left(\mathbf{v}(s,t)\right)$$

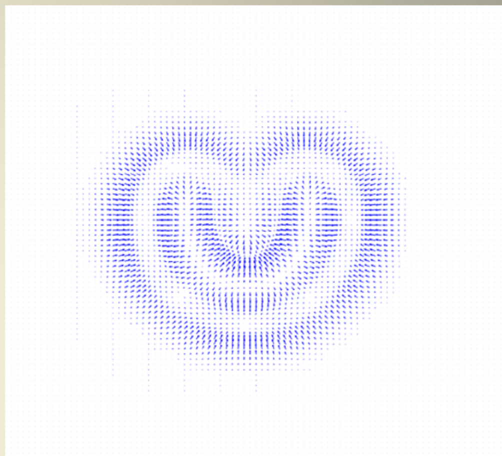
$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_s = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial s}, \mathbf{v}'' = \mathbf{v}_{ss} = \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial s^2}$$



Αρχική εικόνα

Τιμή της εξωτερικής δυναμικής ενέργειας

$$P(s) = -\left|\nabla I\left(\mathbf{p}(s)\right)\right|^2$$



Πεδίο δυνάμεων από την δυναμική ενέργεια, βάσει της γνωστής σχέσης της μηχανικής

$$\mathbf{f}_{ext}\left(\mathbf{v}(s,t)\right) = -\nabla P(s)$$

Snake: Υπολογιστική υλοποίηση

- Προσέγγιση διακριτών παραγώγων 2ης και 4ης τάξης με πεπερασμένες διαφορές

$$\mathbf{v}''(s,t) = \mathbf{v}(s+1,t) - 2\mathbf{v}(s,t) + \mathbf{v}(s-1,t)$$

$$\mathbf{v}''''(s,t) = \mathbf{v}(s+2,t) - 4\mathbf{v}(s+1,t) + 6\mathbf{v}(s,t) - 4\mathbf{v}(s-1,t) + \mathbf{v}(s-2,t)$$

- Διακριτοποίηση της ΜΔΕ:

$$\frac{\mathbf{v}(s,t+1) - \mathbf{v}(s,t)}{\delta t} = \mathbf{v}(s-2,t)(-\beta) + \mathbf{v}(s-1,t)(a+4\beta)$$

$$+\mathbf{v}(s,t)(-6\beta-2a) + \mathbf{v}(s+1,t)(a+4\beta) + \mathbf{v}(s+2,t)(-\beta) + \mathbf{f}_{ext}$$

Εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού της κίνησης του snake

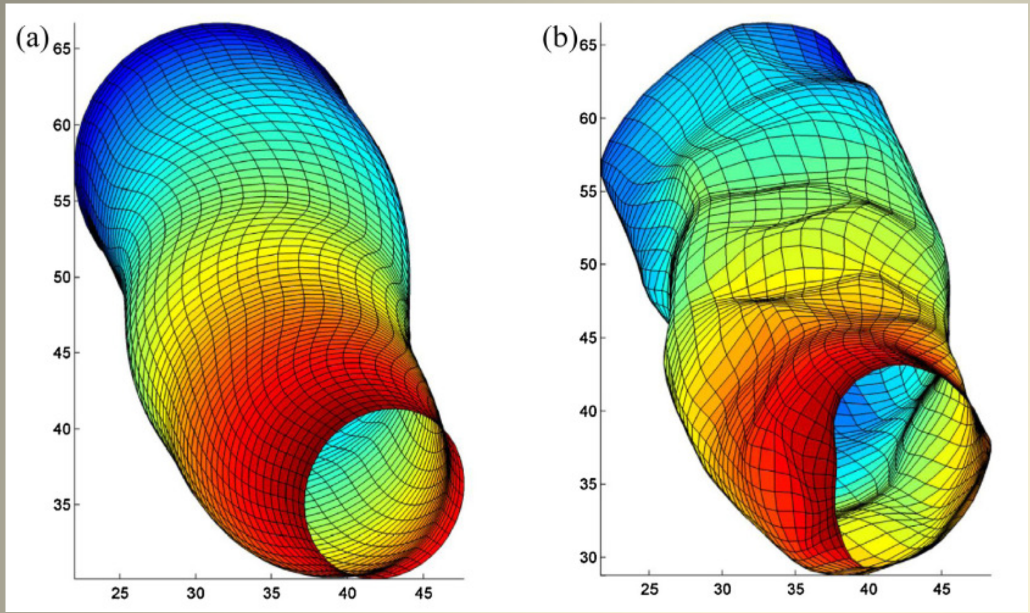
- Εκτός από τον ορισμό δυνάμεων, μπορεί να εφαρμοστεί:
  - «greedy» αλγόριθμος που αναζητά την θέση με την min ενέργεια σε κάθε κόμβο του snake
  - Αλγόριθμοι που βασίζονται σε δυναμικό προγραμματισμό (dynamic programming – viterbi algorithm) για την εύρεση της επόμενης θέσης κάθε κόμβου του snake

Εφαρμογή σε 3D: ενεργές επιφάνειες - active surfaces (AS)

- Η μέθοδος του snake επεκτείνεται σε 3D:
  - Αντί περιγράμματος, χρησιμοποιείται επιφάνεια (2 παράμετροι, *s* και *u*)
  - Αντί 2ης και 4ης τάξης παραγώγισης ως προς *s* (1 παράμετρος snake) εφραμόζονται οι τελεστές

$$\nabla^2 \mathbf{v}^t(s,u) = \frac{\partial^2 \mathbf{v}^t}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{v}^t}{\partial u^2} \qquad \nabla^4 \mathbf{v}^t(s,u) = \frac{\partial^4 \mathbf{v}^t}{\partial s^4} + \frac{\partial^4 \mathbf{v}^t}{\partial u^4}$$

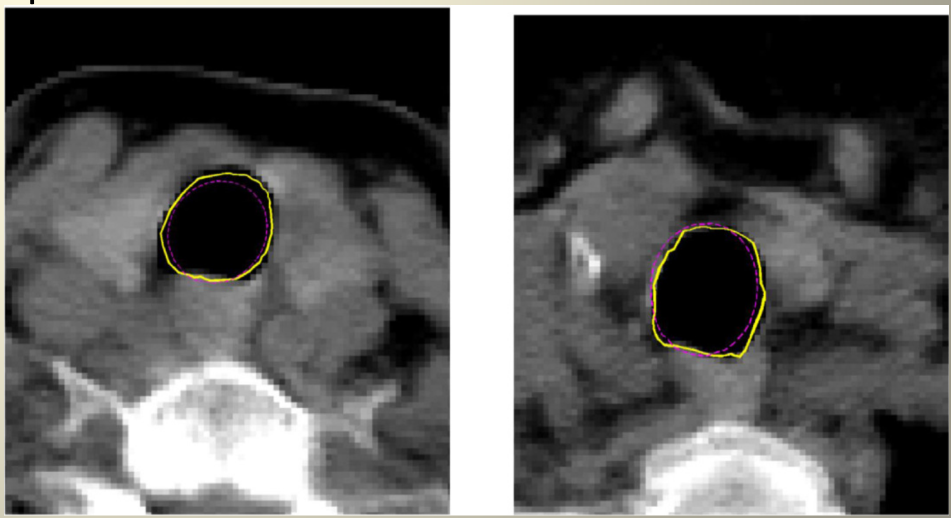
  - Ο όρος της εξωτερικής δυναμικής ενέργειας υπολογίζεται σε 3D $P(s,u) = -\left|\nabla I\left(S(s,u)\right)\right|^2$



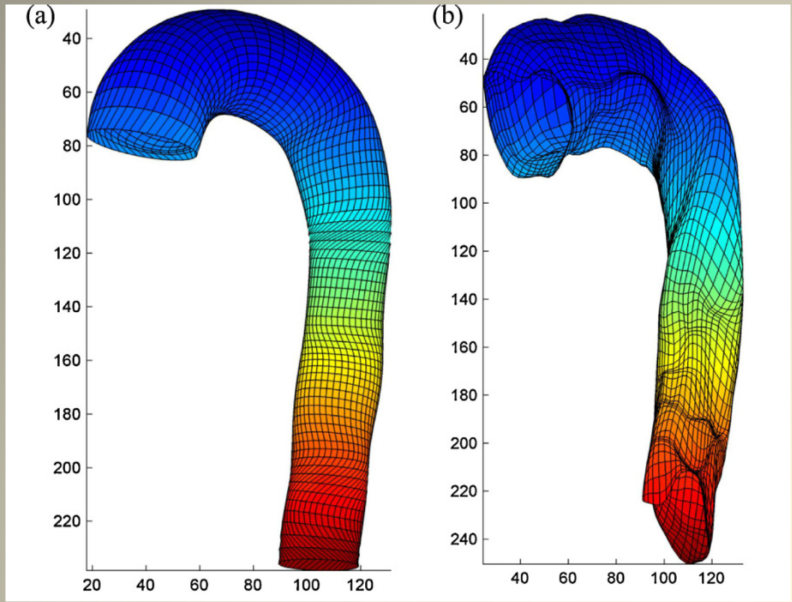
Αρχικοποίηση AS

Τελική AS

Τομή της τελικής AS με οριζόντες τομές του CT

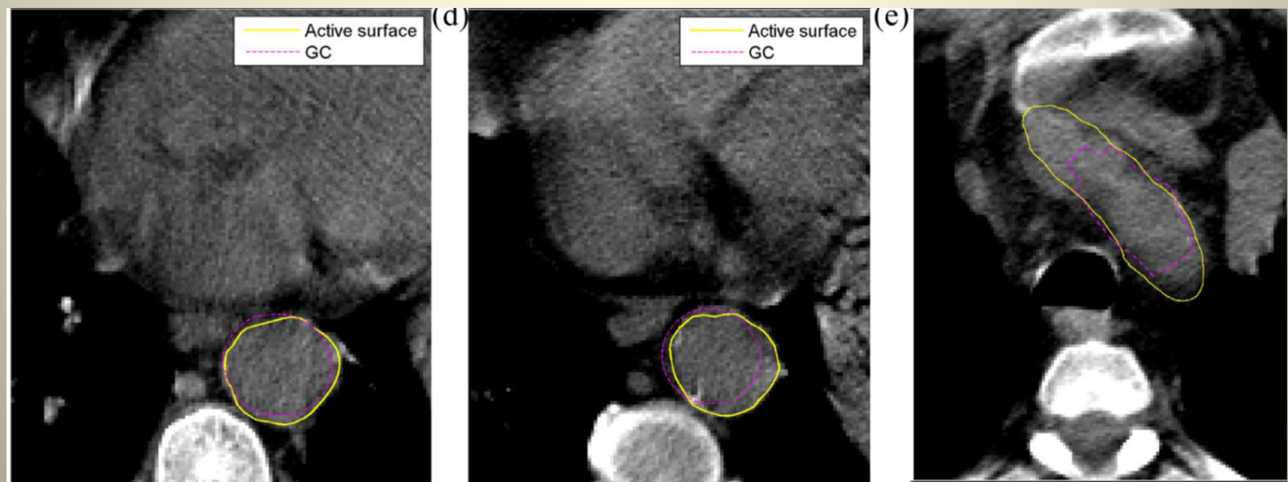


Παράδειγμα εφαρμογής των ενεργών επιφανειών για τμηματοποίηση της τραχείας σε CT.

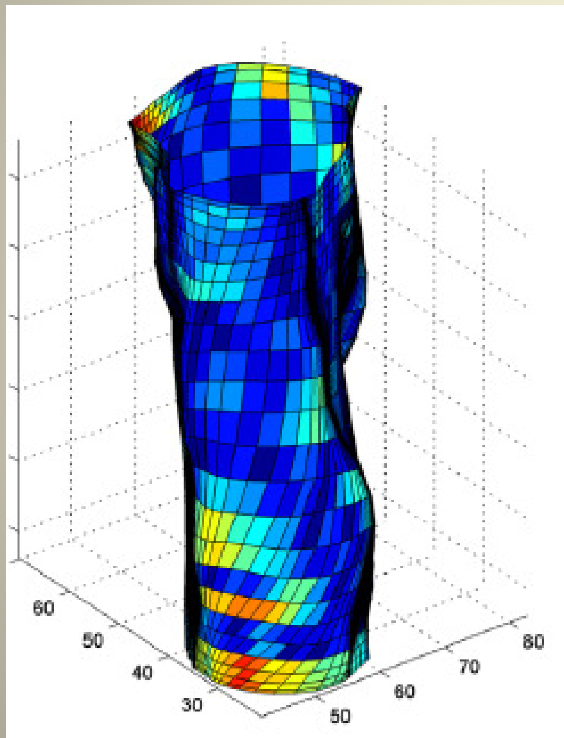


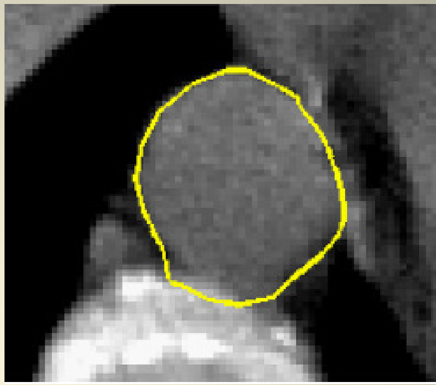
Αρχικοποίηση AS Τελική AS

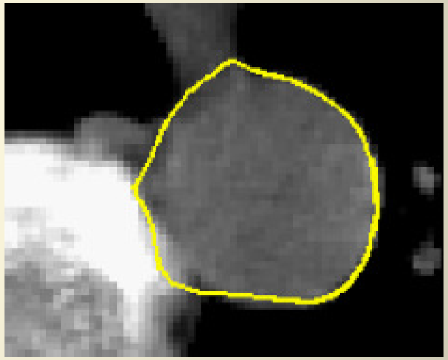
Παράδειγμα εφαρμογής των ενεργών επιφανειών για τμηματοποίηση της αορτής σε CT.



Τομή της τελικής AS με οριζόντες τομές του CT


60
50
40
30
50
60
70
80





Τμηματοποίηση: η μέθοδος mean shift

- Μία μέθοδος που εφαρμόζεται σε μοντελοποίηση, ομαδοποίηση (clustering), διακριτών δεδομένων
- Ορίζεται μετρική απόστασης μεταξύ pixel $\mathbf{p}$, $\mathbf{p}_0$:

$$K_{dist}\left(\mathbf{p},\mathbf{p}_0\right)=e^{-\frac{d(\mathbf{p},\mathbf{p}_0)}{2\sigma_{dist}^2}}, d\left(\mathbf{p},\mathbf{p}_0\right)=\left\|\mathbf{p}-\mathbf{p}_0\right\|$$

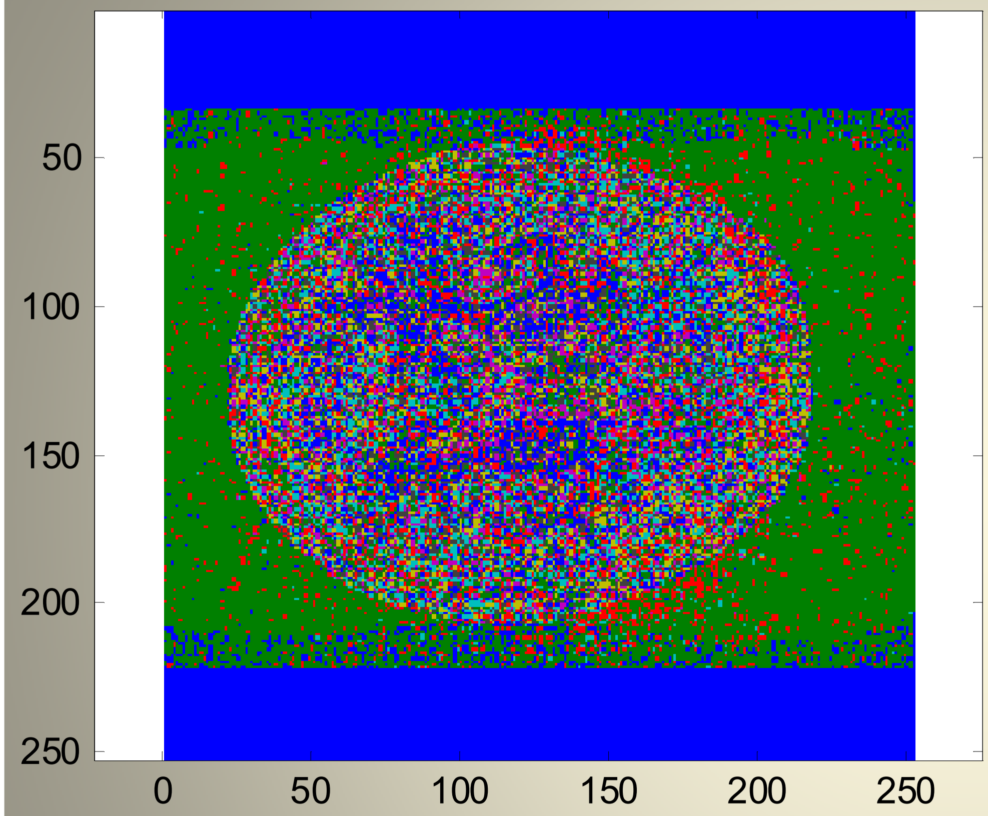
- Ορίζεται μετρική της διαφοράς των τιμών των pixel v=I($\mathbf{p}$), v=I($\mathbf{p}_0$)

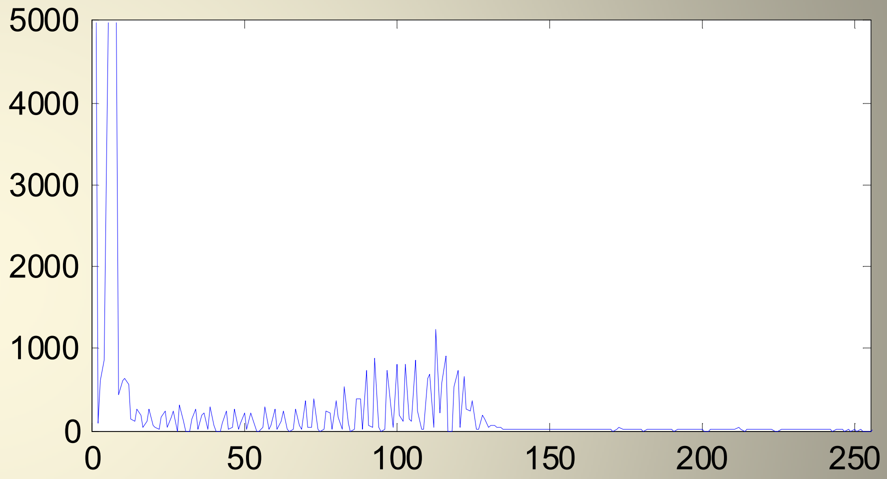
$$K_v\left(v,v_0\right)=e^{-\frac{(v,v_0)^2}{2\sigma_v^2}}$$

- Συνήθως χρησιμοποιεούνται γκαουσιανές μετρικές και οι παράμετροι σ_{dist} και σ_v καθορίζουν το μέγεθος της περιοχής που λαμβάνεται υπόψη

- while (NOT(συνθήκη τερματισμού))
  - Για κάθε pixel $\mathbf{p}_0$
    - Ορίζεται μία γειτονιά N μεγέθους ανάλογου των max(σ_{dist} , σ_v)
    - Υπολογίζεται η ποσότητα $$a = \frac{\sum_{\mathbf{p}\in N} I(\mathbf{p}) K_{dist}(\mathbf{p}) K_v(\mathbf{p})}{\sum_{\mathbf{p}\in N} K_{dist}(\mathbf{p}) K_v(\mathbf{p})}$$
    - Ενημερώνεται η τιμή της εικόνας στο $\mathbf{p}_0$ $\quad I(\mathbf{p}_0) = a$
- end

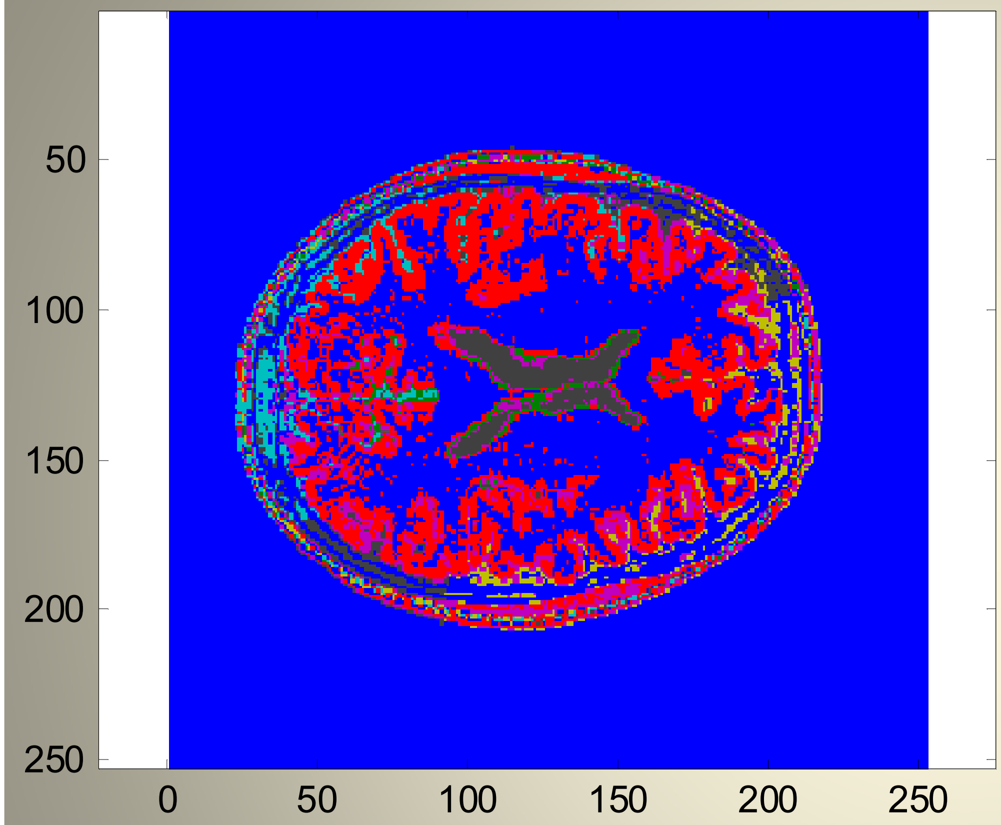
- συνθήκη τερματισμού: μέγιστο πλήθος επαναλήψεων, ή minimum μεταβολή της τμηματοποιημένης εικόνας μεταξύ 2 διαδοχικών επαναλήψεων

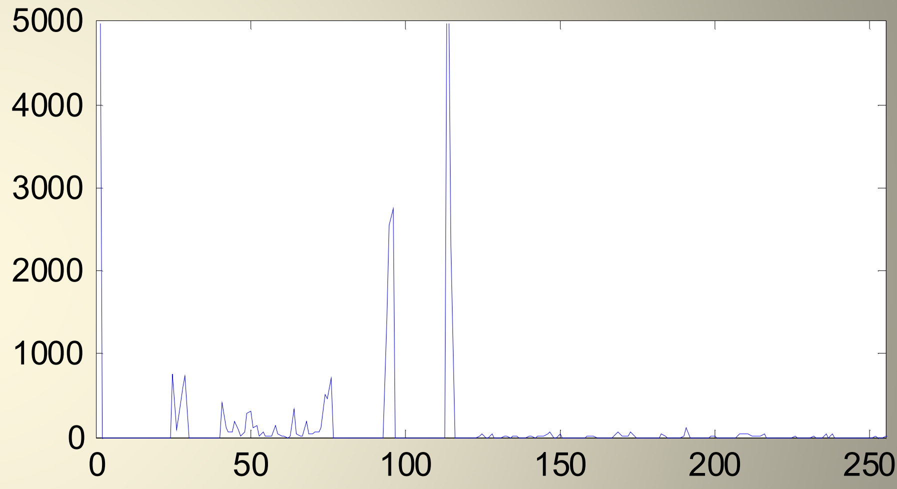




Ιστόγραμμα

Παράδειγμα τμηματοποίησης εικόνας MRI T1W εγκεφάλου
Τυχαία χωρματική κλίμακα έχει εφαρμοστεί για να γίνει κατανοητό το αποτέλεσμα της τμηματοποίησης





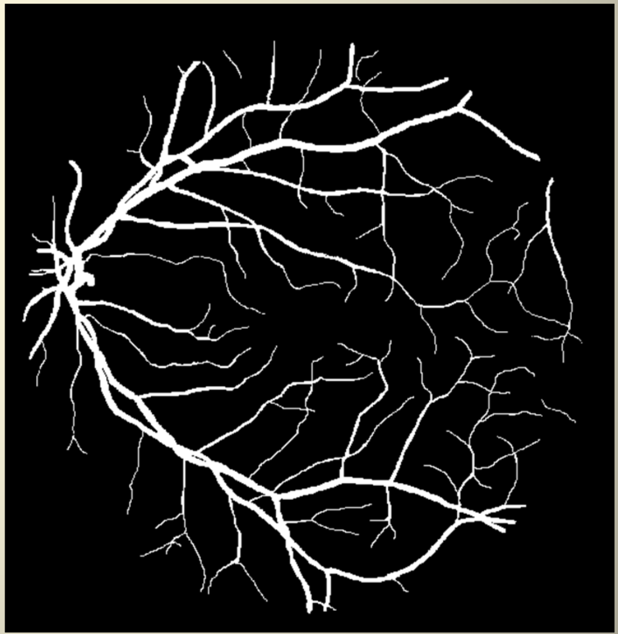
Ιστόγραμμα

Παράδειγμα τμηματοποίησης εικόνας MRI T1W εγκεφάλου:
Αποτέλεσμα μετά από 80 επαναλήψεις

Τμηματοποίηση αγγείων
Vessel segmentation

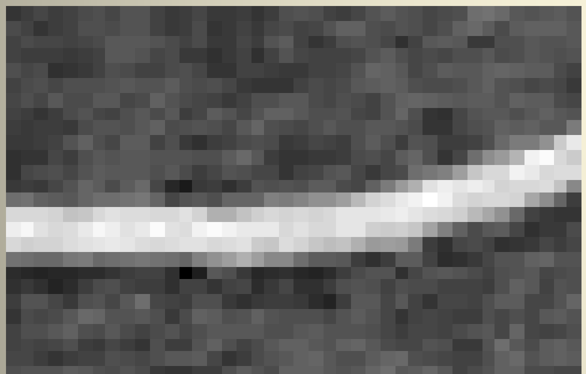
- Αγγεία απεικονίζονται σε πολλά είδη εξετάσεων, σε 2Δ και 3Δ.
- http://www.isi.uu.nl/Research/Databases/DRIVE/results.php

Εγχρωμη εικόνα αμφιβληστροειδούς

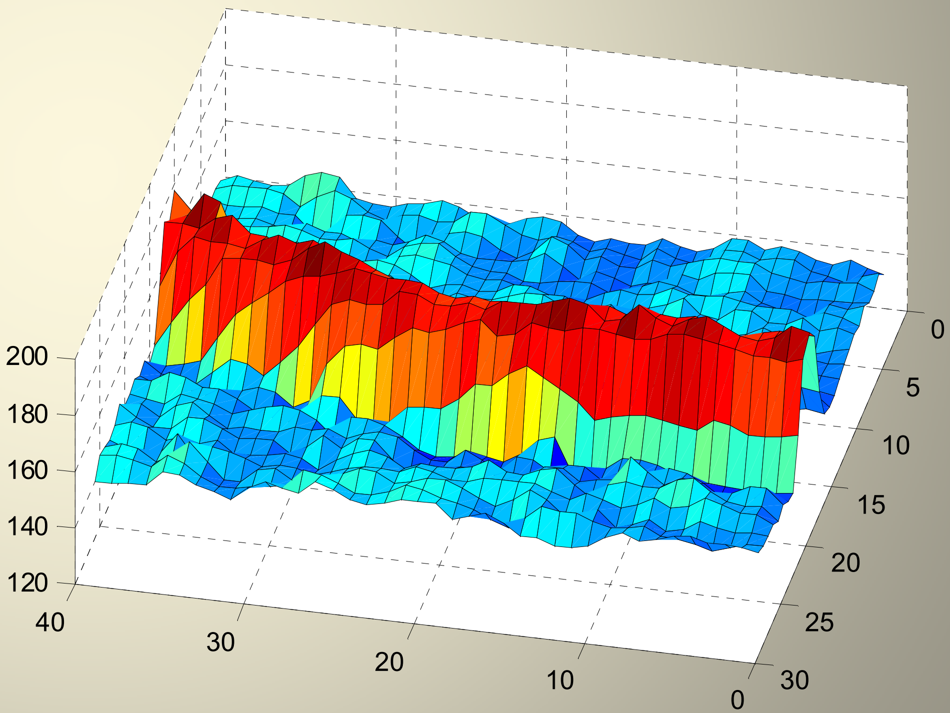


Αγγεία τμηματοποιημένα από ειδικό

• Η μέθοδος βασίζεται στην θεώρηση της εικόνας ως επιφάνεια και στις ιδιότητες της διαφορικής γεωμετρίας



Τμήμα εικόνας με φωτεινό αγγείο



Τμήμα εικόνας με αγγείο

Τμηματοποίηση αγγείων βασισμένη στον Hessian πίνακα της εικόνας

- Για κάθε pixel (*x,y*) της εικόνας *I* υπολογίζεται ο Hessian πίνακας που παρέχει πληροφορία για την τοπική δομή (σχήμα) της I.

$$\mathbf{H}(x, y; \sigma) = \begin{pmatrix} I_{xx}(x, y) & I_{xy}(x, y) \\ I_{xy}(x, y) & I_{yy}(x, y) \end{pmatrix}$$

- Οι δείκτες συμβολίζουν παραγώγιση. Ο υπολογισμός των παραγώγων γίνεται με συνέλιξη με την παράγωγο μίας γκαουσιανής με σ της επιλογής του χρήστη

$$G(x, y; \sigma) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^2 e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

- Η πάράμετρος *σ* χρησιμοποιείται για να επιλεγεί ή διάμετρος του αγγείου που θα τμηματοποιηθεί

$$I_{xx}(x, y; \sigma) = \sigma^{\gamma} I(x, y) * \frac{\partial^2 G(x, y; \sigma)}{\partial x^2}$$

- Εστω λ_1, λ_2 οι πραγματικές ιδιοτιμές (eigenvalues) του **H** σε κάθε pixel (x,y) για συγκεκριμένο σ.
- λ_{max}=max(λ_1, λ_2)>> λ_{min}=min(λ_1, λ_2)→0

$$\lambda_1 = \frac{q}{a}, \lambda_2 = \frac{D}{q}$$

$$q = -\frac{1}{2}\left(b + \operatorname{sgn}(D)\right)\sqrt{Tr^2 - 4D}$$

  - D: ορίζουσα, Tr: ίχνος του **H**.
- | λ_{max} |>> λ_{min} →0 ΚΑΙ λ_{max} >0 ΤΟΤΕ το (x,y) ανήκει σε **σκούρο** αγγείο
- | λ_{max} |>> λ_{min} →0 ΚΑΙ λ_{max} <0 ΤΟΤΕ το (x,y) ανήκει σε **φωτεινό** αγγείο

- Το ιδιοδιάνυσμα με λ_{max}, καθορίζει την κατεύθυνση με τη maximum καμπυλότητα

$$\mathbf{u}=\left(u_x,u_y\right),u_x=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\lambda_{\max}-I_{xx}}{I_{xy}}\right)^2}},u_y=\frac{\lambda_{\max}-I_{xx}}{I_{xy}}u_x$$

Vesselness: δείχνει αν ένα pixel είναι σε αγγείο

- Τα προηγούμενα συνδυάζονται στην ακόλουθη έκφραση που ποσοτικοποιεί την πιθανότητα να ανήκει ένα pixel σε αγγείο

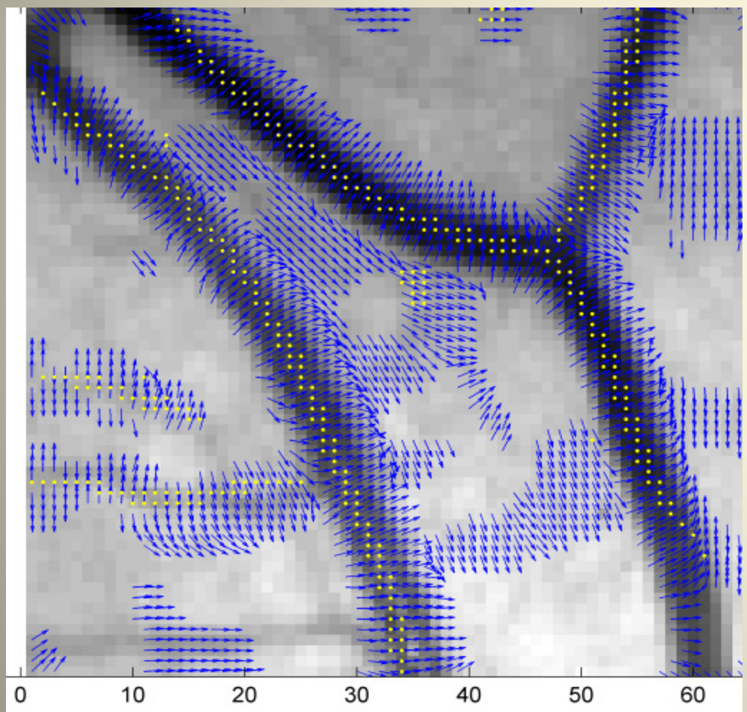
$$vesselness = \left(1 - e^{-\frac{\left(\lambda_{\max}^2 + \lambda_{\min}^2\right)}{2c^2}} \right) e^{-\frac{1}{2b^2}\frac{|\lambda_{\min}|}{|\lambda_{\max}|}} = A \cdot B$$

- Ο όρος A →1 όταν $|\lambda_{max}|$ και $|\lambda_{min}|>0$ (χρησιμμοποιείται για να εξαιρέσει pixels του υποβάθρου)
- B→1 όταν $|\lambda_{max}|>>$ και $|\lambda_{min}|\rightarrow 0$

Αρχική εικόνα αμφιβληστροειδούς

Συνάρτηση Vesselness

Illustration of eigenvector **u** for $\lambda_{max}>0$ in the case of an image with dark vessels, for $\sigma=2$.



u for pixels with $\lambda_{max}>0$

the resulting vessel segmentation

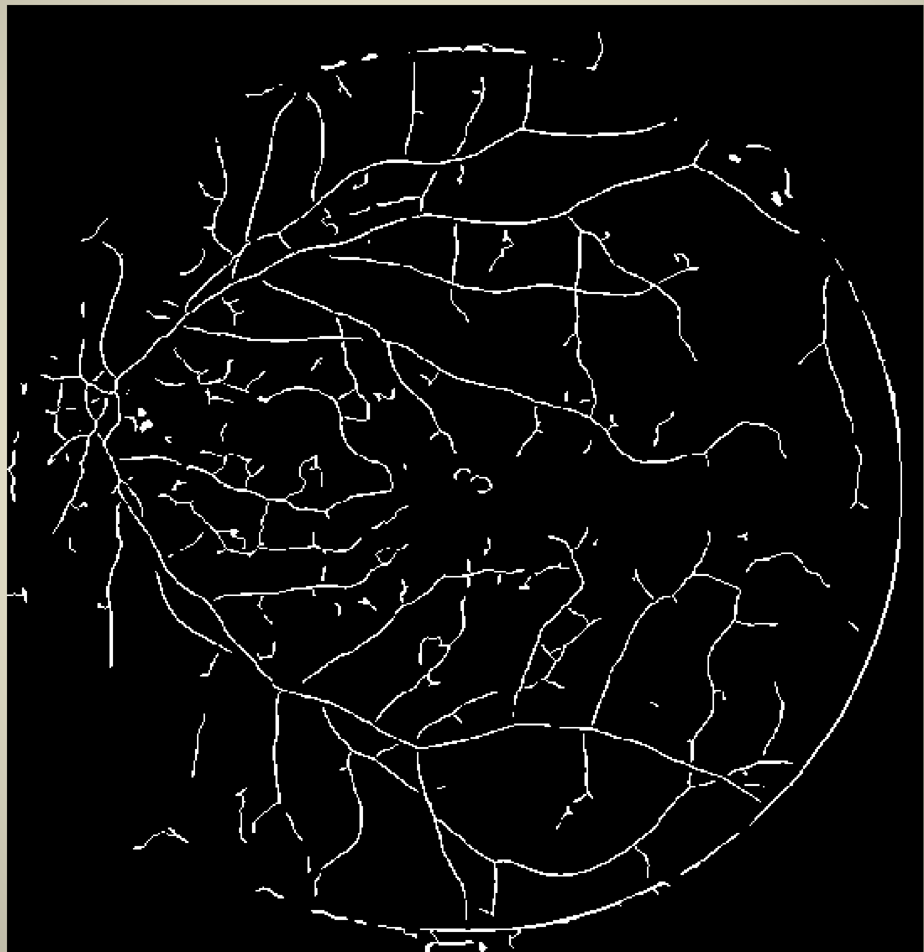
Κατωφλίωση με υστέρηση

- Επιλέγονται 2 κατώφλια για vesselness ($TH > TL$) are selected
- Το pixel (x_0,y_0) ανήκει σε αγγείο αν το ακόλουθο κριτήριο ικανοποιείται–***hysteresis thresholding***:

$v(x_0,y_0) \geq TH$ OR
($v(x_0,y_0) \geq TL$ AND
(x_0,y_0) is connected to pixel with $v \geq TH$ via pixels with $v \geq TL$)

Διαγραφή pixel που δεν είναι τοπικά μέγιστα
Non-maxima suppression

- Αλγόριθμος που εφαρμόζεται για να απορίψουμε πολλαπλά συνδεδεμένα pixels που ικανοποιούν την κατωφλίωση με υστέρηση:
  - Για κάθε pixel **p** που ικανοποιεί την Κατωφλίωση με υστέρηση
    - IF vesselness(**p**)> vesselness κάθε pixel στη γειτονιά του **p**, TOTE p είναι αγγείο



Κεντρικοί άξονες των αγγείων

Ευρεση αγγείων με μεταβλητή διάμετρο – η έννοια του multi-resolution image processing

- Οι υπολογισμοί για το vesselness (πίνακας **H**, ιδιοτιμές λ_1, λ_2, κλπ) χρησιμοποιούν Gaussian πυρήνες.
- Μεταβάλλοντας το σ, υπολογίζεται ένα vesselness για κάθε pixel, για κάθε τιμή του *σ*.
- Ως vesselness για κάθε pixel θεωρείται το max των vesselness για διαφορετικά *σ*. Το σ με το max vesselness σ_{max} είναι ανάλογο της ακτίνας του αγγείου

Εναλλακτικός τρόπος Ευρεσης κεντρικού άξονα του αγγείου

- Για κάθε pixel (*x*,*y*) στη *I*, υπολογίζεται η θέση (subpixel) όπου η 1st παράγωγος κατά μήκος **u** →0 μηδενίζεται και η 2nd παράγωγος της *I*, αποκτά υψηλή απόλυτη τιμή:

$$\left(p_x(x,y), p_y(x,y)\right) = \left(t(x,y)u_x(x,y), t(x,y)u_y(x,y)\right),$$

$$t = -\frac{I_x u_x + I_y u_y}{I_{xx}u_x^2 + 2I_{xy}u_x u_y + I_{yy}u_y^2}$$

- Το pixel (*x*,*y*) ανήκει σε σκούρα γραμμική δομή, αν ο μηδενισμός της παραγώγου συμβαίνει εντός του pixel

$$\left\|\left(p_x(x,y), p_y(x,y)\right)\right\|_2 < 0.5 \Leftrightarrow \left|t(x,y)\right| < 0.5$$

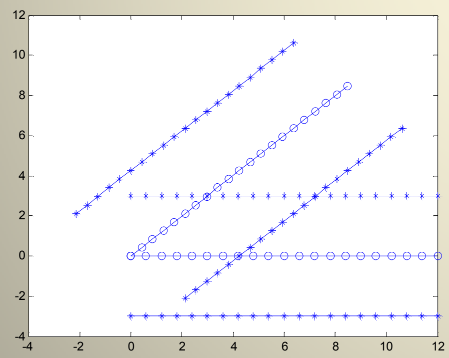
Τμηματοποίηση αγγείων βάσει γεωμετρικού μοντέλου
Model-based Vessel segmentation

- Η χρήση μαθηματικών/στατιστικών μοντέλων του αντικειμένου ενδιαφέροντος είναι αντίστροφη διαδικασία (top-down)
- Γεωμετρικό μοντέλο αγγείου: ευθύγραμμο μοντέλο με παράλληλες ακμές, με παραμέτρους:
  - ένα σημείο του κύριου άξονα (x_0, y_0), την κατεύθυνση θ, το μήκος L και την ακτίνα R

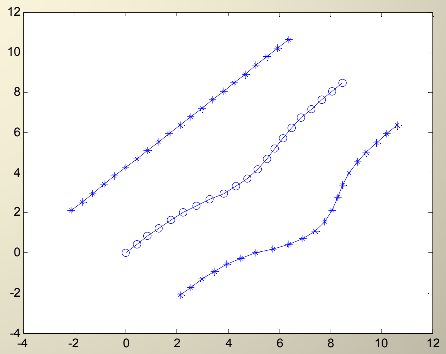
$$\mathbf{p}_1(t) = \left(L\cos(\theta)t + x_0 + \sin(\theta)R_0, L\sin(\theta)t + y_0 - \cos(\theta)R_0\right)$$

$$\mathbf{p}_2(t) = \left(L\cos(\theta)t + x_0 - \sin(\theta)R_0, L\sin(\theta)t + y_0 + \cos(\theta)R_0\right)$$

- Κάθε μία από τις 2 παραμετρικές εξισώσεις περιγράφει μία από τις πλευρές (ακμές) του αγγείου
- Το μοντέλο μπορεί να επεκταθεί, ώστε να συμπεριλάβει μη ευθύγραμμο κεντρικό άξονα και μεταβολές της διαμέτρου (πχ στενώσεις, ανευρίσματα κλπ) –δεν ισχύει η προηγούμενη εξίσωση

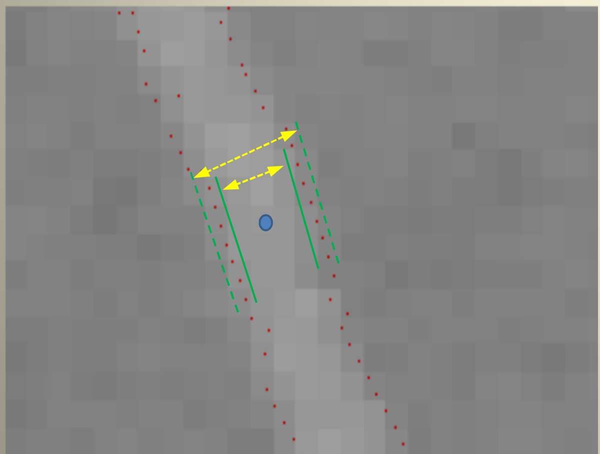


Μοντέλο
ευθύγραμμου αγγείου



Μοντέλο
γενικευμένου αγγείου

- Ποσοτικοποίηση του ταιριάσματος του μοντέλου με την εικόνα (Measure of Match – MoM)
- Κατασκευάζουμε 2 αγγεία (εκθέτες α και β) με ίδιες παραμέτρους, εκτός από την ακτίνα: το α έχει 1 pixel> ακτίνα του β.
- Ορίζουμε την συνάρτηση:



$$MoM\left(x_0, y_0, \theta, R\right) = \begin{cases} MoM_1 + MoM_2 & \text{if } MoM_1 > 0 \text{ and } MoM_2 > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$MoM_1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(I\left(\mathbf{p}_{1,i}^{a}\right) - I\left(\mathbf{p}_{1,i}^{b}\right)\right)$$

$$MoM_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(I\left(\mathbf{p}_{2,i}^{a}\right) - I\left(\mathbf{p}_{2,i}^{b}\right)\right)$$

- Οταν τα 2 αγγεία είναι τοποθετημένα επί πραγματικού *φωτεινού* αγγείου στην εικόνα τα σημεία του μοντέλου α βρίσκονται σε pixel με υψηλότερες τιμές από αυτά του μοντέλου β (σε αμφότερες τις πλευρές) → το MoM παίρνει μεγάλες τιμές

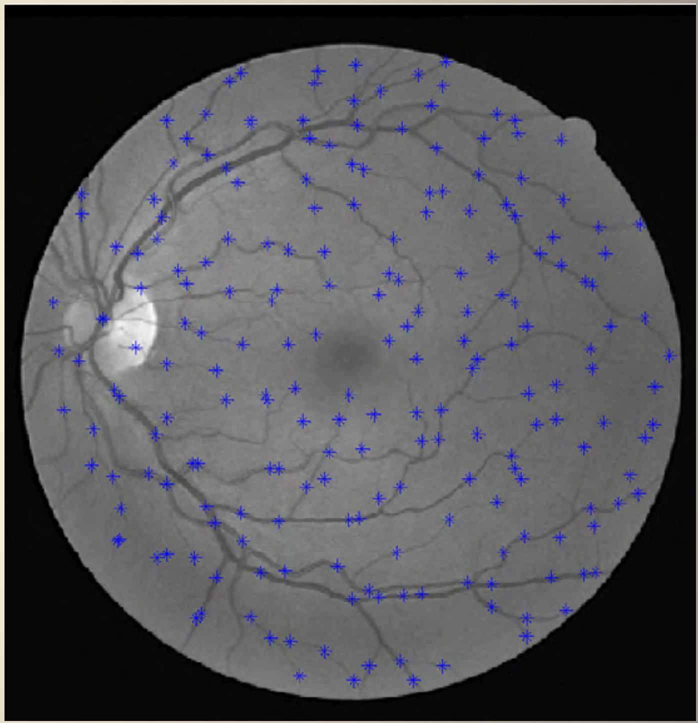
Αλγόριθμος που ακολουθεί το αγγείο (vessel tracing)

- Ο αλγόριθμος αρχικοποιείται σε ένα σημείο του αγγείου και το ακολουθεί όσο είναι δυνατό.

- Αρχικοποίηση (βλ παρακάτω)
- Ορίζεται ακτίνα τιμών και κατάλληλο βήμα για το R και το θ.
- Για το τρέχον pixel
  - Υπολογίζονται οι τιμές R_0, θ_0 που μεγιστοποιούν το MoM
  - **IF** MoM > μέση τιμή MoM του τρέχοντος αγγείου μείον 3 τυπικές αποκλίσεις
    - Το τρέχον pixel μαρκάρεται ως κεντρικός άξονας
    - Το επόμενο pixel σύμφωνα με το μοντέλο του αγγείου ορίζεται ως τρέχον
    - Ορίζεται νέα ακτίνα τιμών και γύρω από το R_0, θ_0 ,
  - **ELSE** Νέα αρχικοποίηση

Αρχικοποίηση του αλγόριθμου

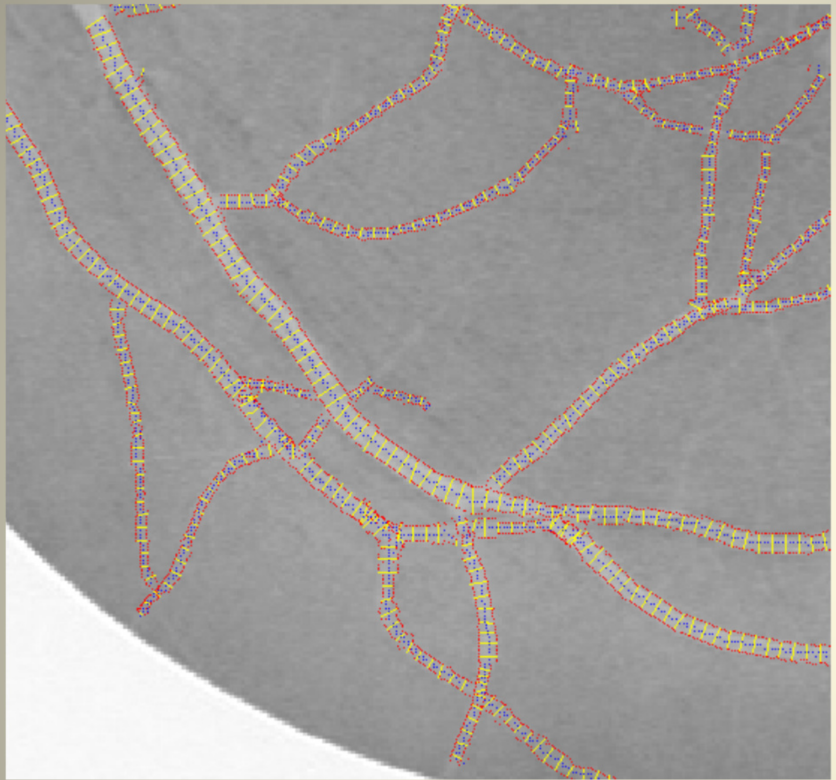
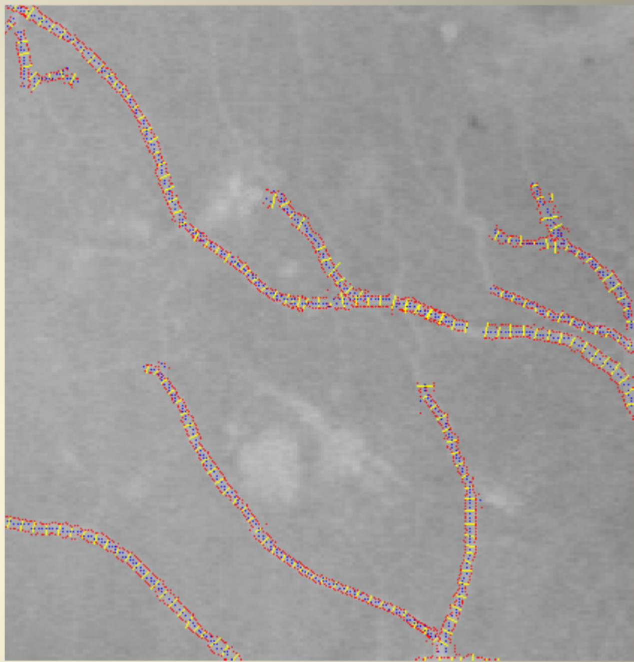
- Ιδανικά ο αλγόριθμος μπορεί να αρχικοποιηθεί σε 1 μόνο σημείο του κεντρικού άξονα.
- Στην πράξη υπολογίζουμε το vesselness και κρατάμε 1 σημείο σε κάθε περιοχή 32x32 pixel, που τοποθετείται σε μία ουρά Q.
- Αν ο αλγ tracing σταματήσει, τότε επανεκινείται από το επόμενο pixel της Q.



50 σημεία αρχικοποίησης σε τυπική εικόνα βυθού αμφοβληστροειδούς.

Διακλαδώσεις - Bifurcations

- Για κάθε ένα από τα πλαινά σημεία του μοντέλου του αγγείου ελέγχεται αν αυτό αποτελεί σημείο κεντρικού άξονα διακλάδωσης:
  - Υπολογίζεται το MoM για συγκεκριμένη ακτίνα των θ, R
  - Αν το MoM > τατώφλι ΤΟΤΕ ελέγχεται αν το pixel αυτό ανήκει ήδη σε αγγείο
    - Αν ΟΧΙ τότε το σημείο αυτό προστίθεται στην Q για να αρχικοποιήσει τον αλγόριθμο tracing αργότερα

Παράδειγμα εφαρμογής του αλγόριθμου σε τμήμα εικόνας. Επισημαίνονται ο κεντρικός άξονας, οι ακμές και η διάμετρος των αγγείων.