Επεξεργασία εικόνας: Βασικές αρχές

- Εισαγωγή. Βασικές έννοιες επεξεργασίας δισδιάστατων σημάτων. Αναπαράσταση ψηφιακής εικόνας. Ψηφιοποίηση.
- Χωρική επεξεργασία εικόνων (σημειακοί τελεστές, συνέλιξη, μη γραμμικά φίλτρα)
  - Βελτίωση και αποκατάσταση εικόνων, εξάλειψη θορύβου
  - Ανίχνευση ακμών
- Μετασχηματισμοί εικόνων (Γεωμετρικοί Μετασχηματισμοί, FT, Radon, DT).
- Επεξεργασία εικόνων στο χώρο των συχνοτήτων
  - Βελτίωση και αποκατάσταση εικόνων, εξάλειψη θορύβου
  - Ανίχνευση ακμών

- Κατάτμηση εικόνων (ανάπτυξη περιοχών, ενεργά περιγράμματα κλπ).
- Τεχνικές περιγραφής και αναγνώρισης προτύπων
- Υφή εικόνας
- Τεχνικές κωδικοποίησης για επεξεργασία και μεταφορά και αποθήκευση.
- Εφαρμογές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνων στην βιομηχανία, στο περιβάλλον, στην ιατρική κ.α.

Βιβλιογραφία

1. «Digital Image Processing», R. Gonzalez, R. Woods, 2nd ed. 2002.
2. «Practical Algorithms for Image Analysis: Descriptions, Examples, and Code», M. Seul, L. O'Gorman, M. Sammon.
3. «Fundamentals of Digital Image Processing», A. Jain.
4. «Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας», Ι. Πήττας.
5. «Ψηφιακή επεξεργασία και ανάλυση εικόνας», Ν. Παπαμάρκος

Ορισμοί

- Ψηφιακή Εικόνα *I(i,j)*: το αποτέλεσμα της δειγματοληψίας μίας διδιάστατης συνάρτησης *f(x,y)* (αναλογική πληροφορία)
- Η εικόνα f αποτελεί μετασχηματισμό που αντιστοιχεί ζεύγος ακέραιων συντεταγμένων στο σύνολο των πραγματικών αριθμών:

$$f\left(x, y\right): N^2 \to \Re$$

- Η Εικόνα ψηφιοποιείται σε πίνακα γραμμών (rows) - πρώτη μεταβλητή- και στηλών (columns) -δεύτερη μεταβλητή.
- Η αρχή του συστήματος αναφοράς (0,0) θεωρείται η πάνω αριστερή γωνία της εικόνας.

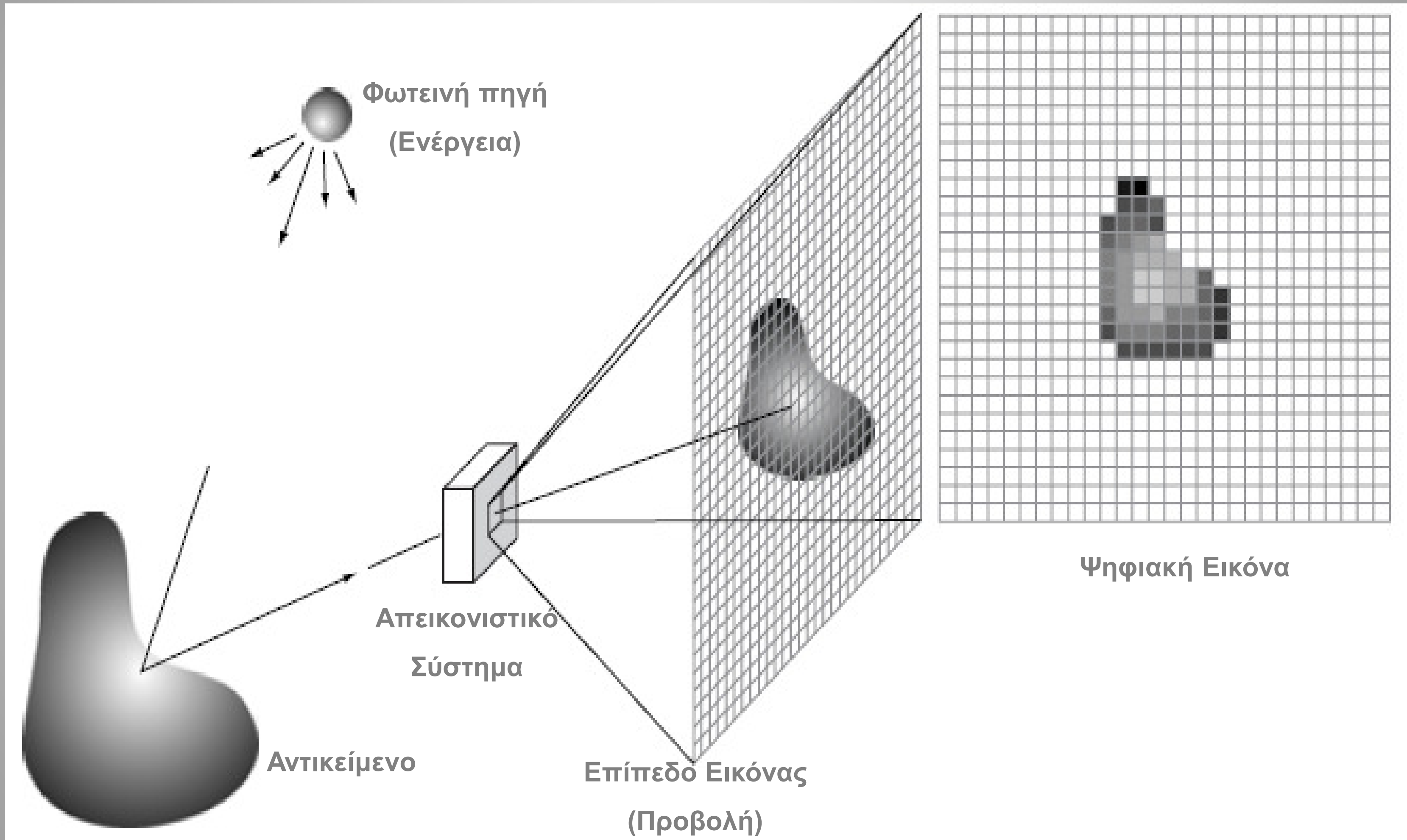
Χωρική Αναπαράσταση Εικόνων

- Οι εικόνες αποτελούνται από ένα σύνολο στοιχειωδών πληροφοριών:
  - Αντιστοιχούν στην τιμή ακτινοβολίας ή μίας μετρούμενης παραμέτρου
  - Οργανώνονται σε ορθογωνικές περιοχές
- Ανάλογα με τη διάσταση των εικόνων, η στοιχειώδης πληροφορία ορίζεται:
  - 2D Εικόνες: Εικονοστοιχείο ή Pixel (Picture Element)
  - 3D Εικόνες: Χωροστοιχείο ή Voxel (Volume Element)
  - 4D Εικόνες: Υπερ-χωροστοιχείο ή Hypervoxel (Hyper Volume Element)
    - ➢ Ως τέταρτη διάσταση θεωρείται ο χρόνος (t)

Συλλογή Εικόνων

- Εικόνες προέρχονται από φωτογραφικό φιλμ, video κάμερες, ψηφιακές κάμερες (CCD) με χρήση κατάλληλων ανιχνευτών
- Εικόνες ψηφιοποιούνται με κατάλληλες διατάξεις (σαρωτής (scanner), ψηφιοποιητής (grabber)) ή απευθείας (ψηφιακές κάμερες)
- Η απευθείας λήψη ψηφιακών εικόνων παρέχει αυξημένη ποιότητα εικόνων
    - Τα περισσότερα Ιατρικά Απεικονιστικά Συστήματα παρέχουν απευθείας ψηφιακή έξοδο

Συλλογή Ψηφιακής Εικόνας



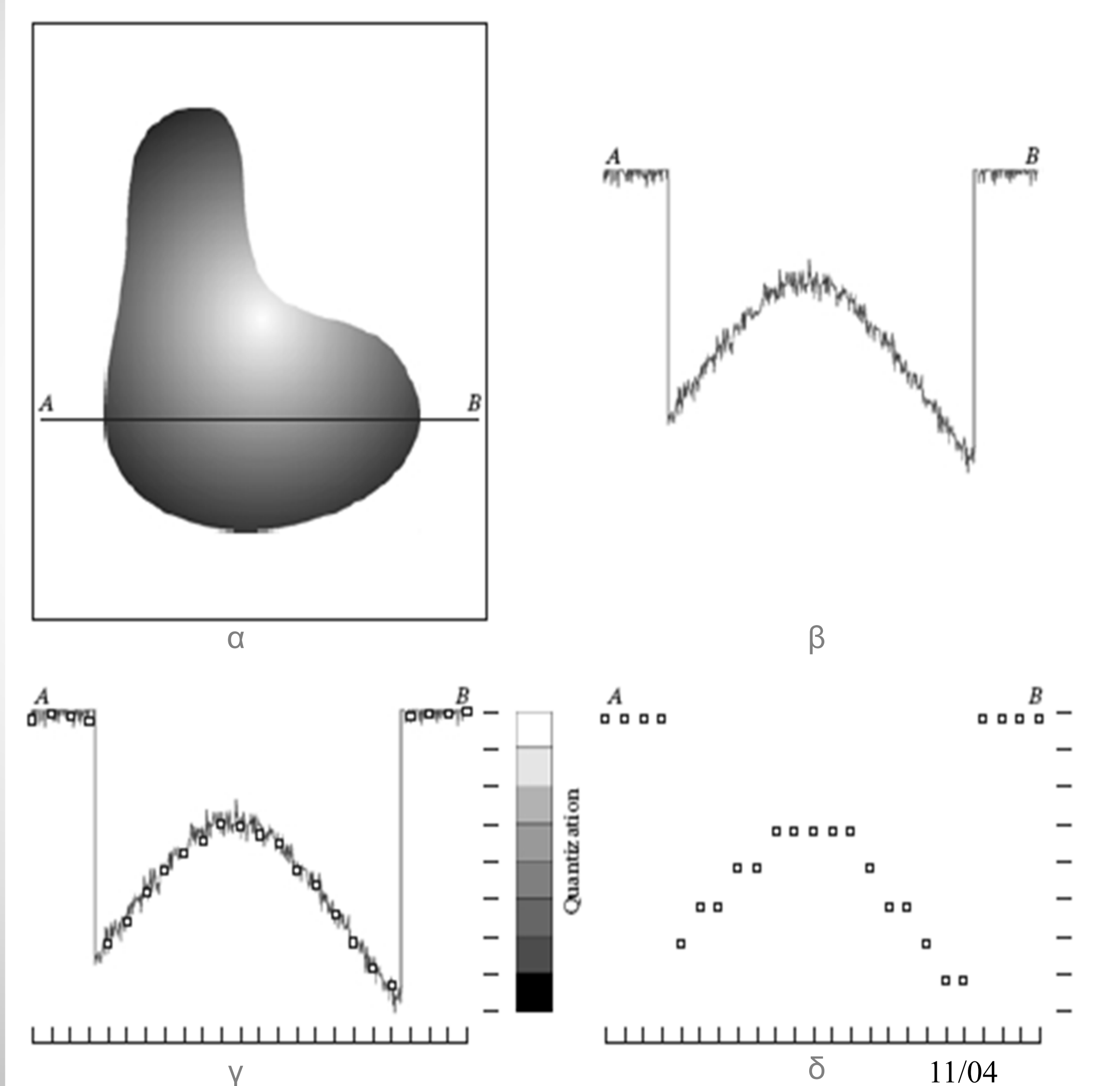
Δειγματοληψία - Κβαντισμός

(α) - Συνεχής εικόνα

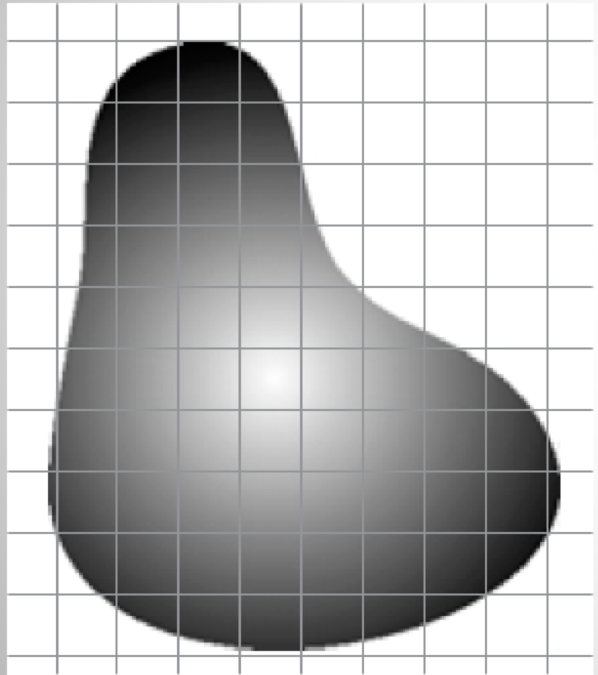
(β) - Προφίλ της γραμμής ΑΒ της συνεχούς εικόνας

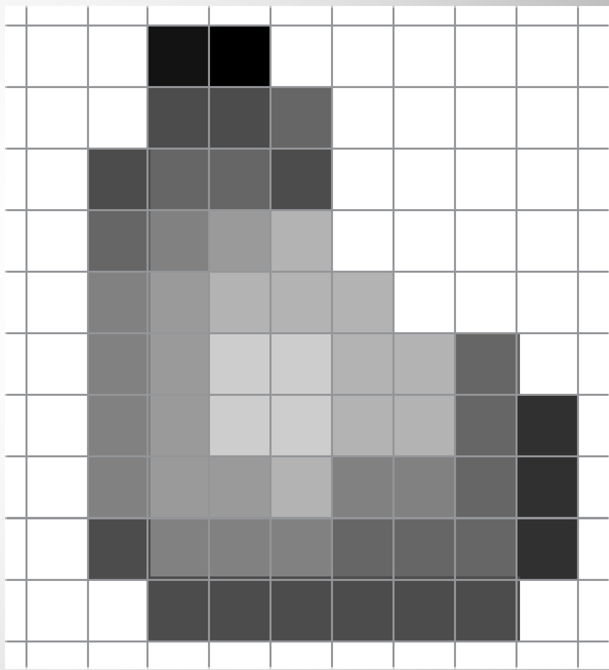
(γ) - Δειγματοληψία

(δ) - Κβαντισμός (ψηφιακή γραμμή)



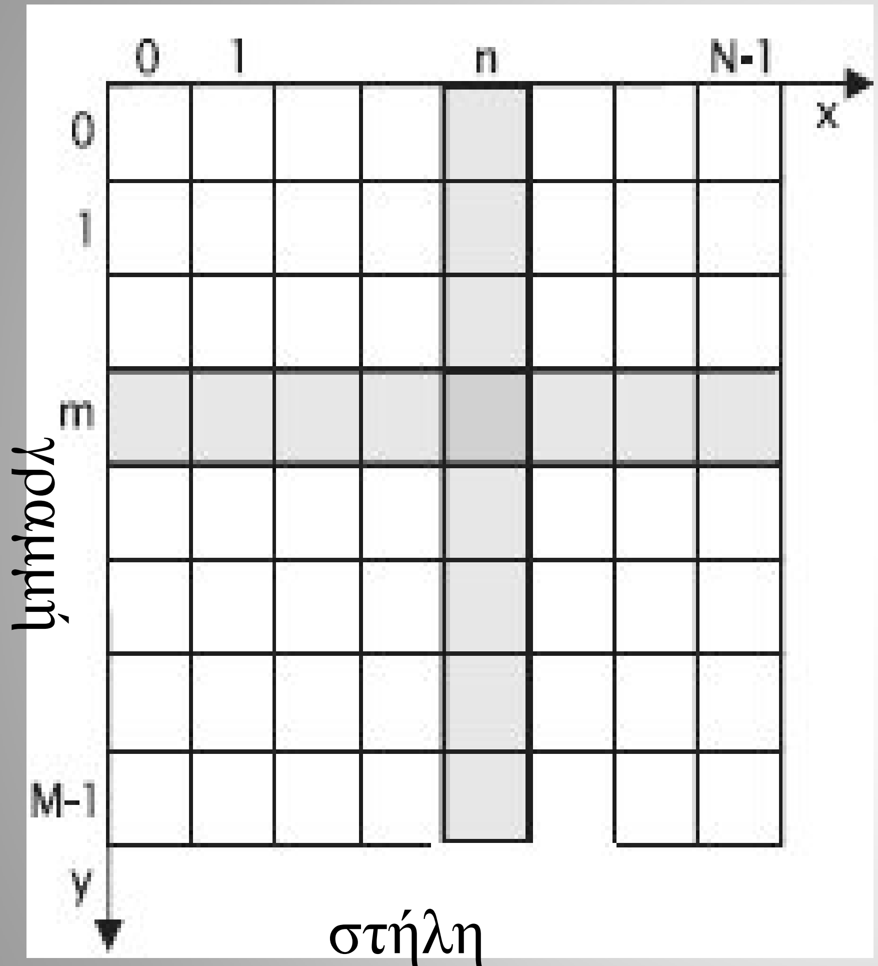
Οι έννοιες δειγματοληψίας και κβαντισμού τιμών στην ψηφιακή εικόνα



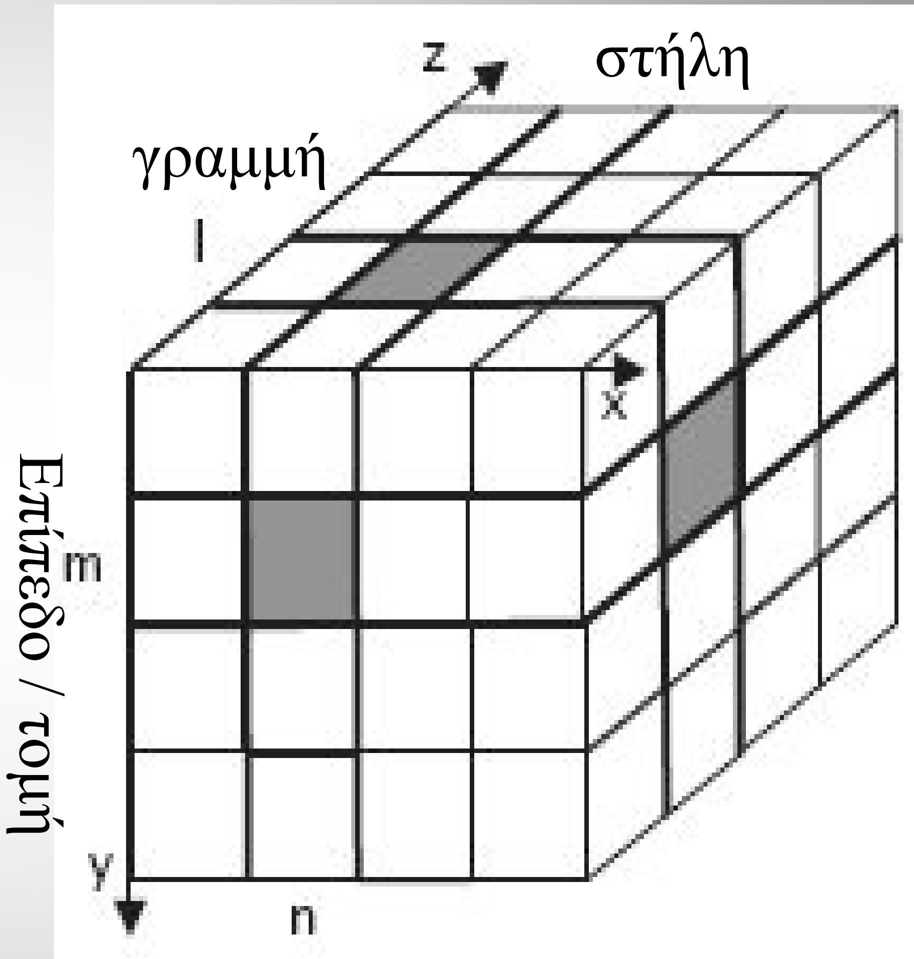



(0,0)
j
i

Χωρική Αναπαράσταση Εικόνων



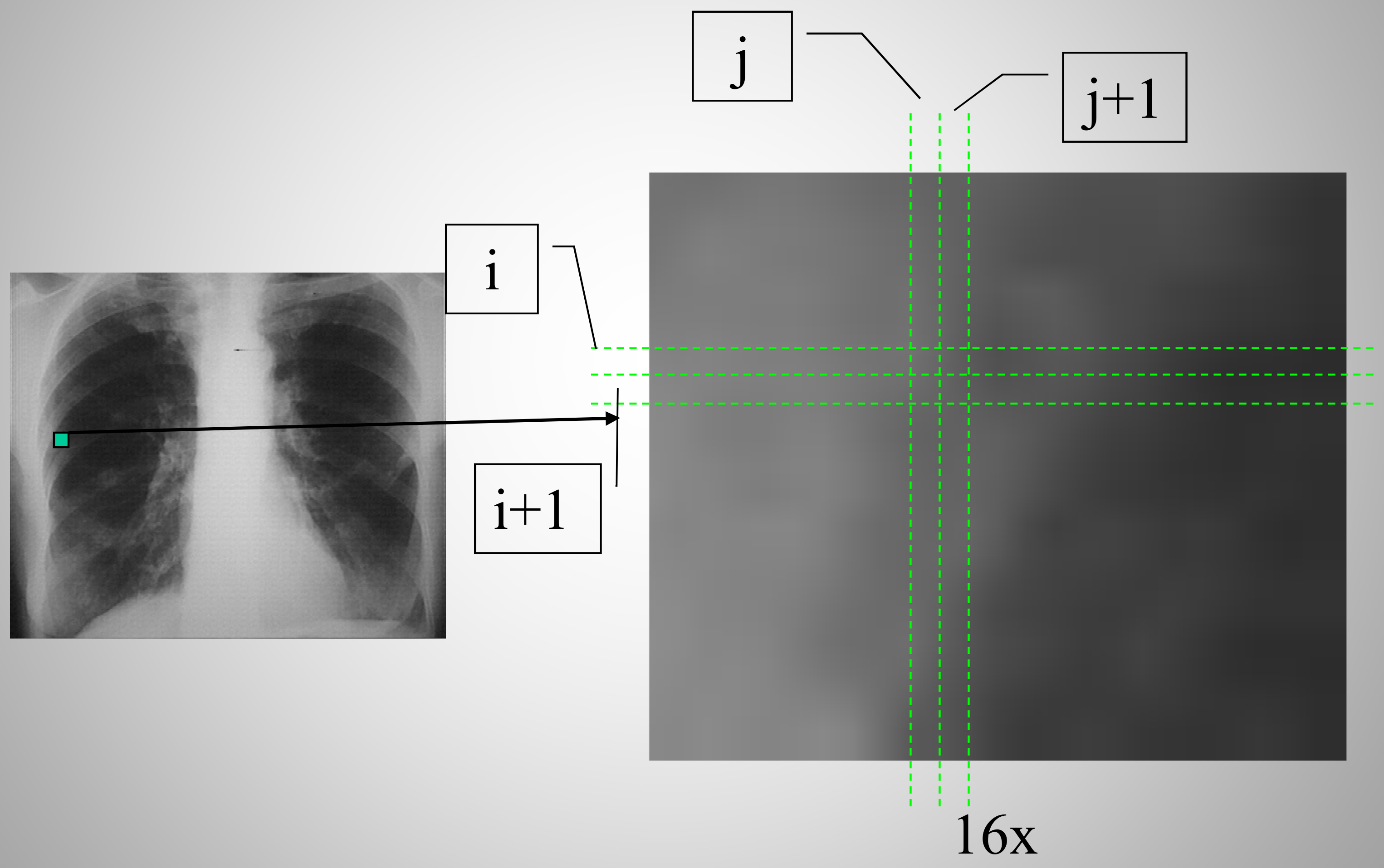
2D Εικόνα: Pixels



3D Εικόνα: Voxels

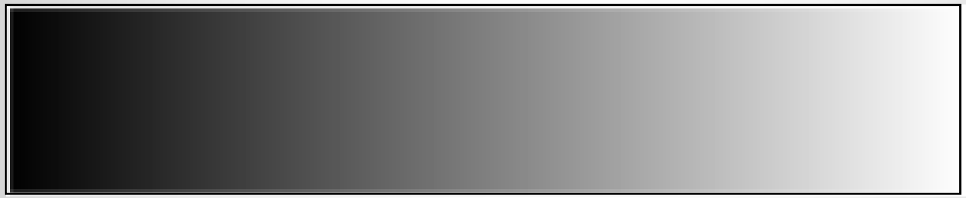
- Οι τιμές της ψηφιακής εικόνας συνήθως κυμαίνονται σε ακτίνα:
  - [0 - 255] : 1 byte
  - [0 - (2^{16}-1)]: 2 bytes
- Η κάθε θέση *(i,j)* αποτελεί το στοιχείο της εικόνας -*picture element -PIXEL*

Παράδειγμα pixels



Χρωματική Κωδικοποίηση της πληροφορίας

- Η περίπτωση της χρήσης αποχρώσεων του γκρίζου -*gray scale*:



0 Μέγιστη τιμή

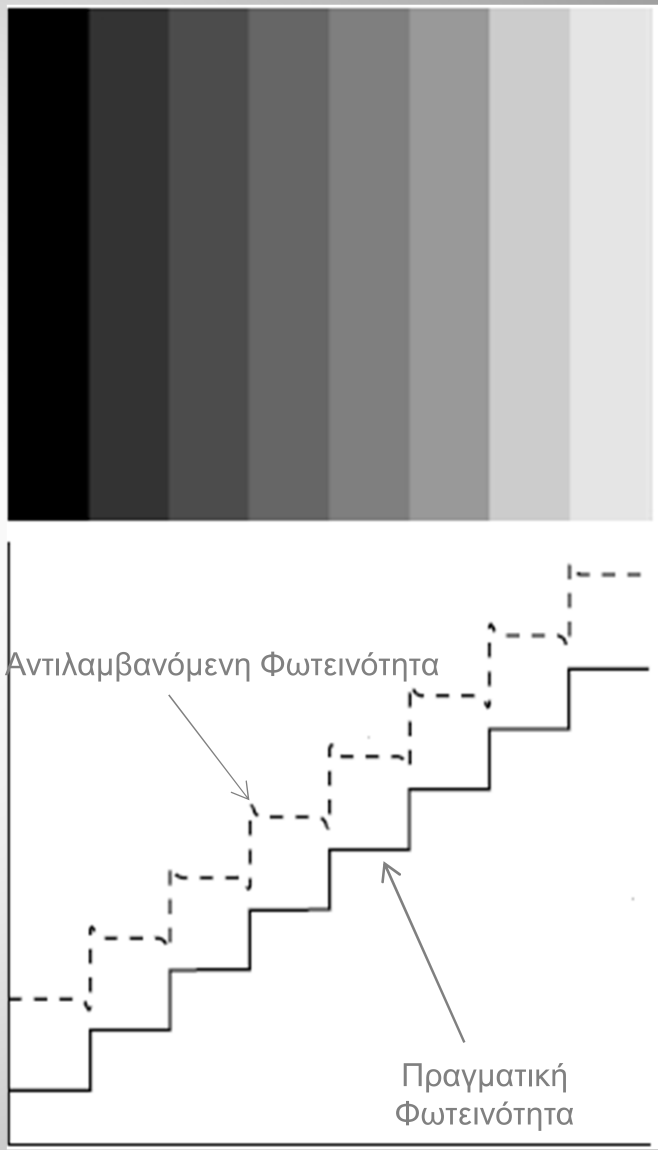
- Κωδικοποίηση της πληροφορίας με χρώμα
- Δυαδική εικόνα -Binary Image: Ειδική περίπτωση *gray scale:* εικόνα δύο τιμών (0 και 1). Προκύπτει συνήθως μετά από επεξεργασία.

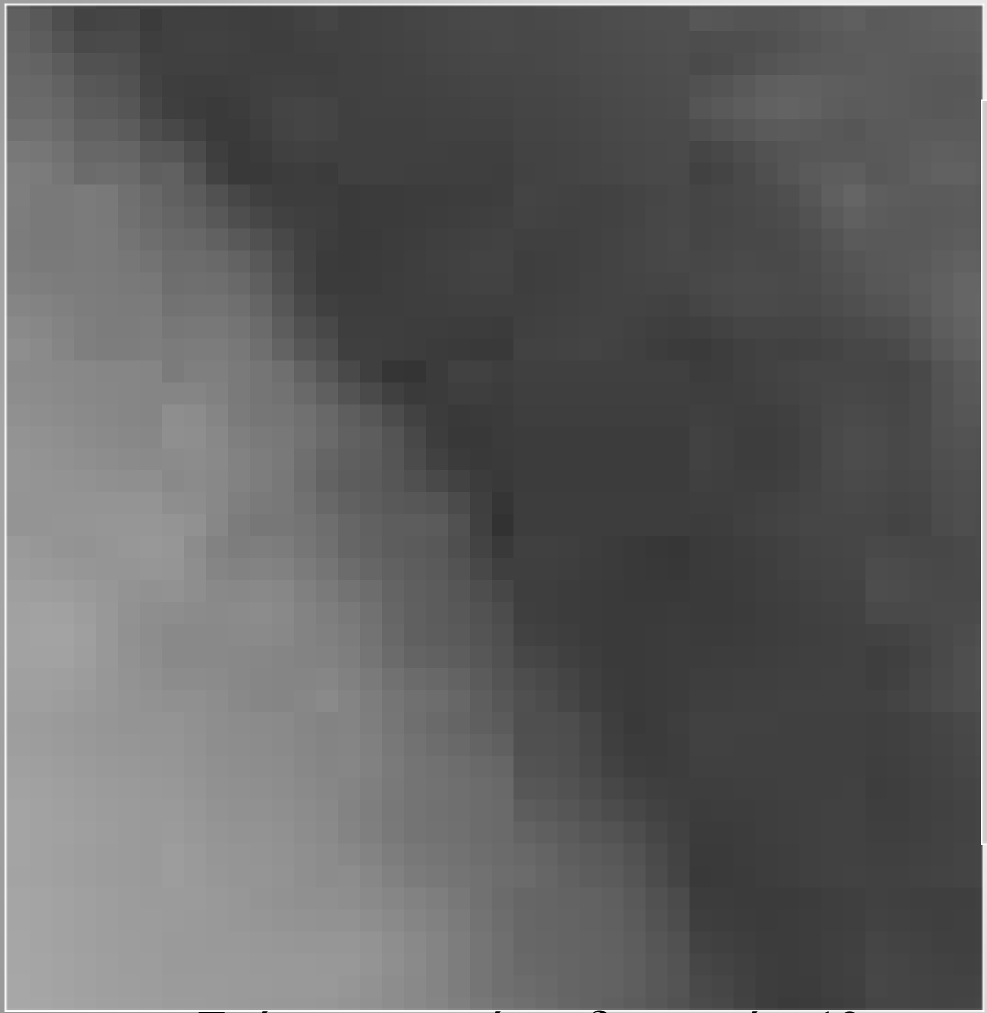
Φωτεινότητα

- Το ανθρώπινο μάτι μπορεί να διακρίνει το πολύ 50 διαφορετικές διαβαθμίσεις του γκρι από το μαύρο έως το λευκό

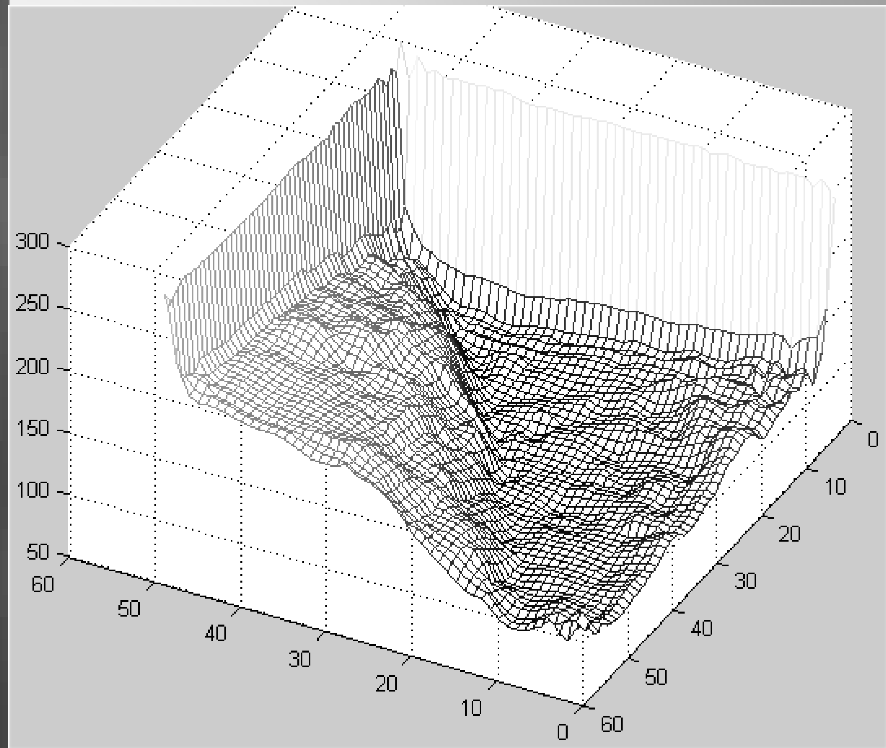
Μαύρο: 0 gray level

Άσπρο: 255 gray level

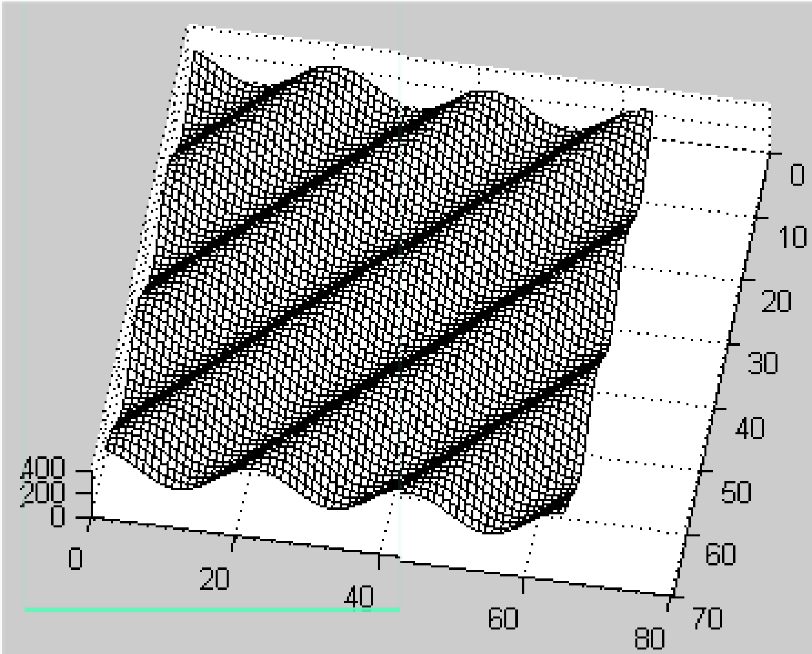




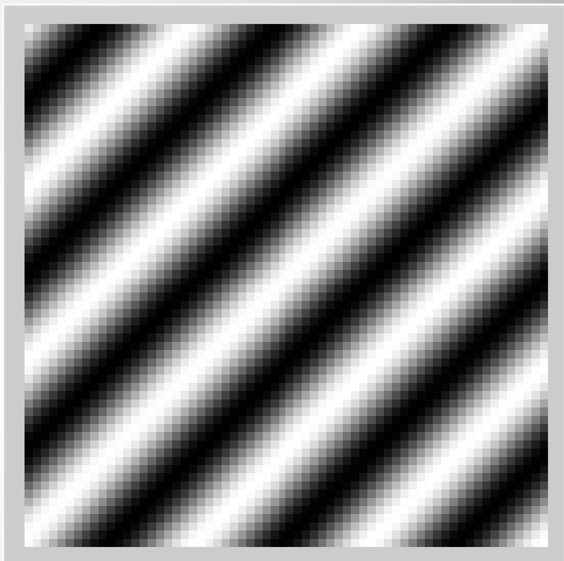
Τμήμα ψηφιακής ραδιογραφίας 12x



Γραφική παράσταση τιμών τμήματος ψηφιακής ραδιογραφίας 12x



(α)



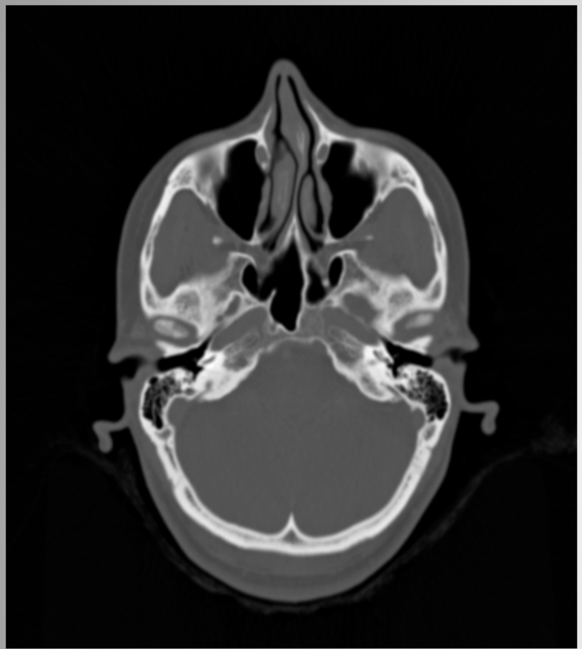
(β)

Κύμα συνημίτονου σαν γραφική παράσταση (α) και πληροφορία κωδικοποιημένη με αποχρώσεις του γκρίζου (β).

Χαρακτηριστικά Ψηφιακών Εικόνων

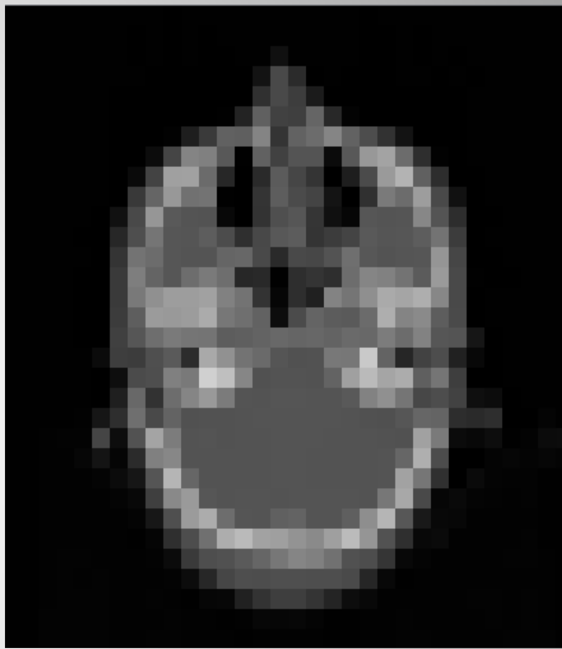
- **Χωρική Διακριτική Ανάλυση (spatial resolution):**
  - Αντιπροσωπεύει το πόσο καλά μπορούν να διακρίνονται τα γειτονικά pixels
  - Μετρούμενο μέγεθος: περιοχή εικόνας στο πραγματικό χώρο
  - Εφαρμόσιμο σε συγκεκριμένες κατηγορίες εικόνων (ιατρικές, remote sensing κλπ). Καθορίζει τη διάσταση του φυσικού χώρου που απεικονίζεται σε κάθε pixel.

Χωρική Διακριτική Ανάλυση



512x512

128x128



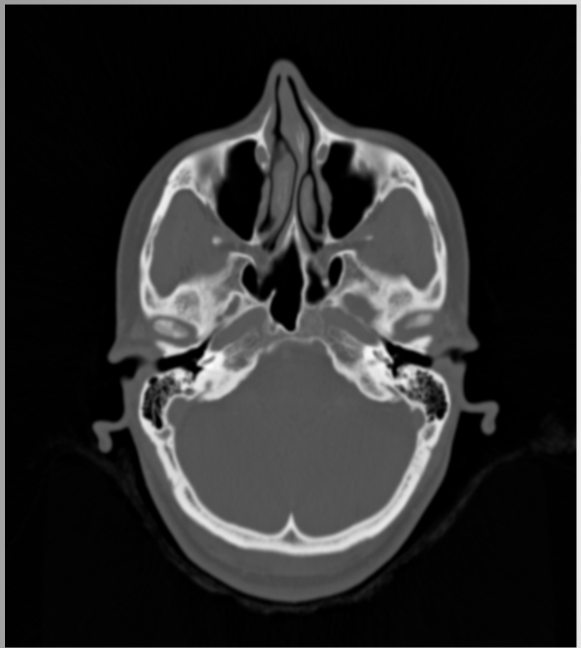
32x32

Κ. Δελήμπασης

- **Κβαντισμός (Quantization) – βάθος χρώματος:**
  - Αντιπροσωπεύει το πόσο καλά μπορούν να διακρίνονται διαφορές έντασης σε μία εικόνα (διακριτική ικανότητας αντίθεσης)
  - Συνδέεται με τον αριθμό των διακριτικών τιμών – στάθμες – στις οποίες αποθηκεύεται κάθε pixel της εικόνας
    - Χαμηλός αριθμός από στάθμες → μείωση ακμών
  - Στην Ιατρική, οι συνηθέστερος αριθμός σταθμών είναι 256, 512 και 1024

$$256\,\Sigma\tau\acute{\alpha}\theta\mu\varepsilon\varsigma \Rightarrow \log_2(256) = 8bit$$

Κβαντισμός



12 bits/pixel

4 bits/pixel

2 bits/pixel

Χαρακτηριστικά Ψηφιακών Εικόνων

- Χωρική διακριτική ικανότητα (spatial resolution) , ή Μέγεθος pixel:
  - εφαρμόσιμο σε συγκεκριμένες κατηγορίες εικόνων (ιατρικές, remote sensing κλπ). Καθορίζει τη διάσταση του φυσικού χώρου που απεικονίζεται σε κάθε pixel
  - Αντιπροσωπεύει το πόσο καλά μπορούν να διακρίνονται τα γειτονικά απεικονιζόμενα σημεία
    - σε 2D ιατρικές εικόνες μετριέται σε *mm* x *mm* , ή μm x μm

Παράμετροι Συλλογής Εικόνων Ιατρικών Απεικονιστικών Συστημάτων

	CT	**MRI**	**US**
Pixels/Εικόνα	512x512	256x256	512x512
Bits/pixel	12	10	8
Χωρική ευκρίνεια	μέτρια	χαμηλή	μέτρια
Ευκρίνεια αντίθεσης	υψηλή	υψηλή	χαμηλή
Ακτινοβόληση	μέτρια	-	-
Φυσιολογική λειτουργία	όχι	ναι	Ναι
Μέγεθος pixel/voxel	~ 1 x 1x 1 mm	~ 1 x 1x 1 mm	1 x 1 cm

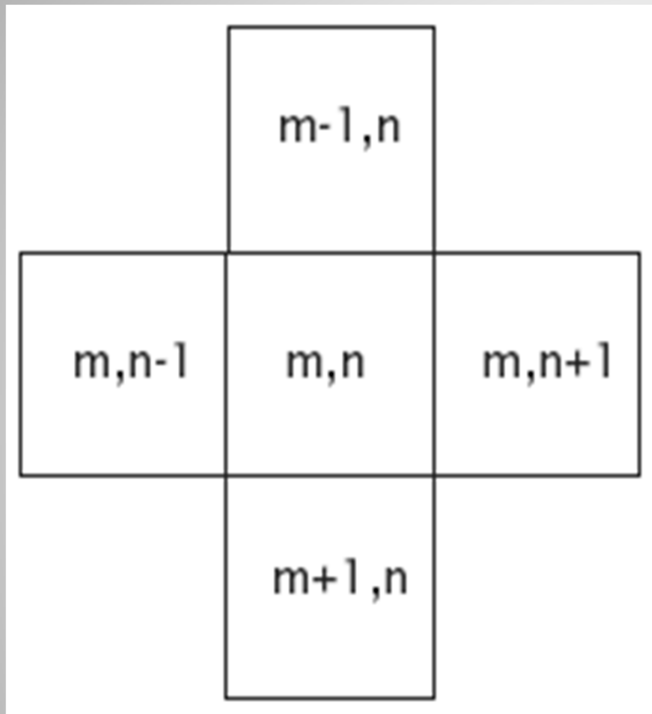
Η έννοια της γειτονιάς του pixel (neighborhood)

2D Εικόνες:

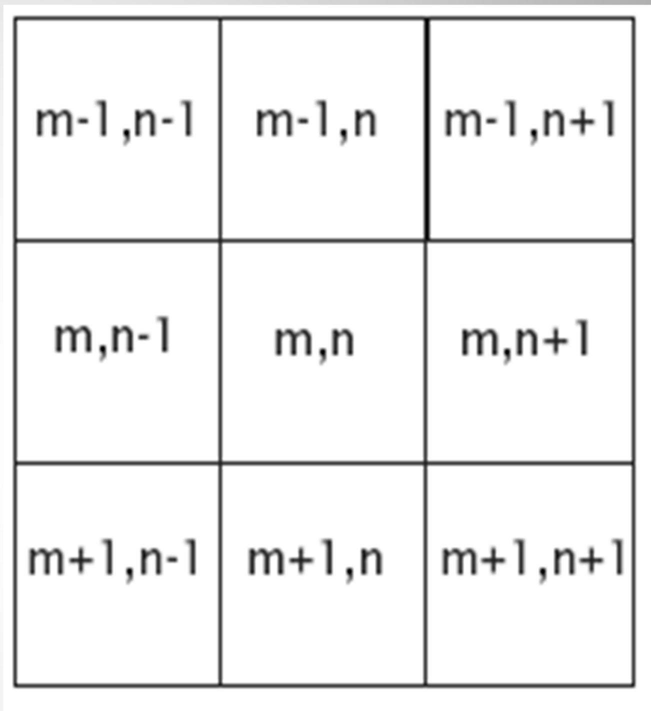
- Γειτονικά (neighbors) Pixels θεωρούνται όσα έχουν κοινή ακμή ή τουλάχιστον μία κοινή γωνία
- Pixels μπορούν να έχουν 4 ή 8 γείτονες (4-connected και 8-connected-)

- 3D Εικόνες:
  - Voxels μπορούν να έχουν 6 ή 18 ή 26 γείτονες σε κυβικό πλέγμα

Γειτονιά Pixels σε 2D Εικόνες



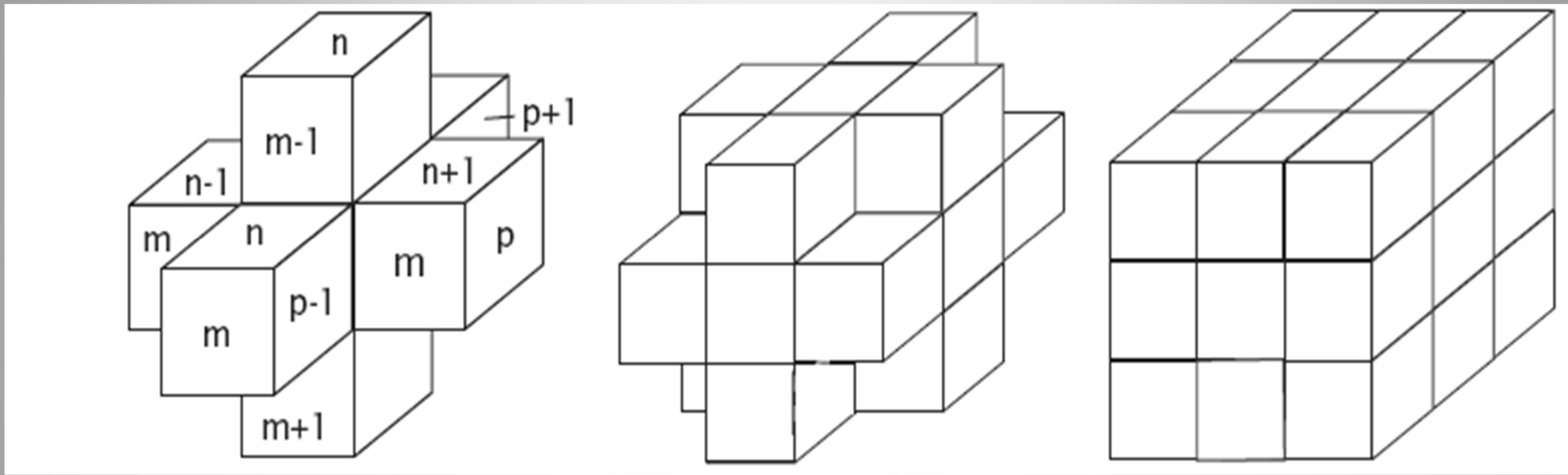
Τετραγωνικό πλέγμα 4 γειτόνων



Τετραγωνικό πλέγμα 8 γειτόνων

Κ. Δελήμπασης

Γειτονιά Pixels σε 3D Εικόνες



Κυβικό πλέγμα 6 γειτόνων

Κυβικό πλέγμα 18 γειτόνων

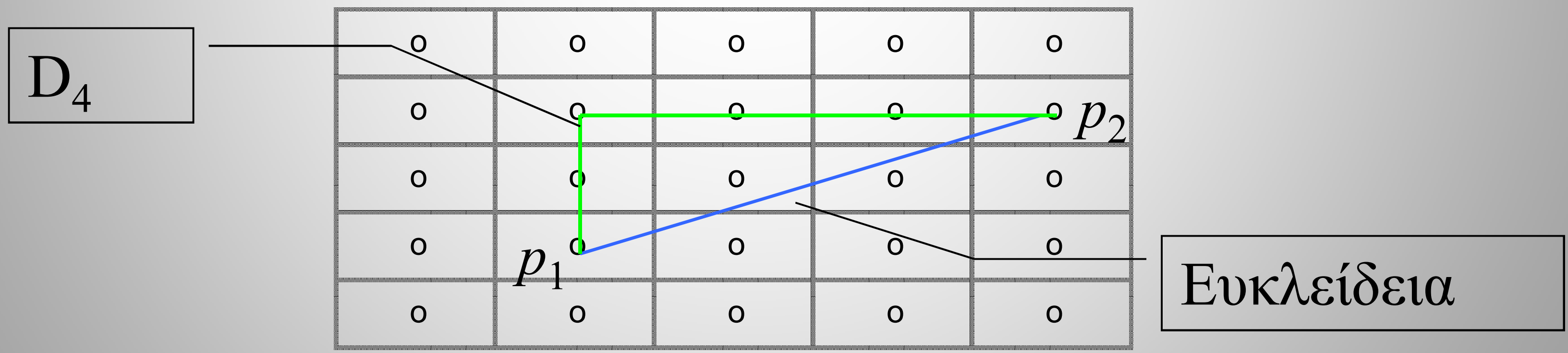
Κυβικό πλέγμα 26 γειτόνων

Κ. Δελήμπασης

Μετρική της απόστασης σε εικόνες

- Έστω τα pixels p1 και p2 της εικόνας I $p_1(x_1, y_1), p_2(x_2, y_2) \in I$
- Ευκλείδεια απόσταση $D(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- D_4 μετρική απόστασης (city block distance):

$$D_4(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$



Αριθμητικοί τελεστές εικόνων

- Πρόσθεση / Αφαίρεση:

$$(I_1 \pm I_2)(x,y) = I_1(x,y) \pm I_2(x,y), (x,y) \in I_1, I_2$$

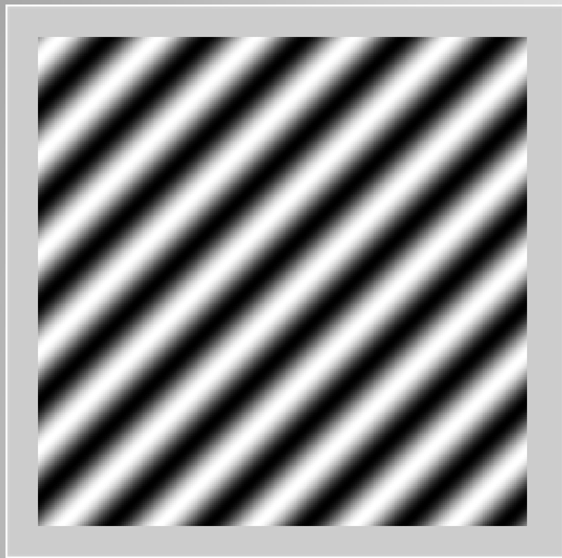
- Γραμμικός μετασχηματισμός:
- Πολλαπλασιασμός:

$$(I_1 \times I_2)(x,y) = I_1(x,y) \times I_2(x,y), (x,y) \in I_1, I_2$$

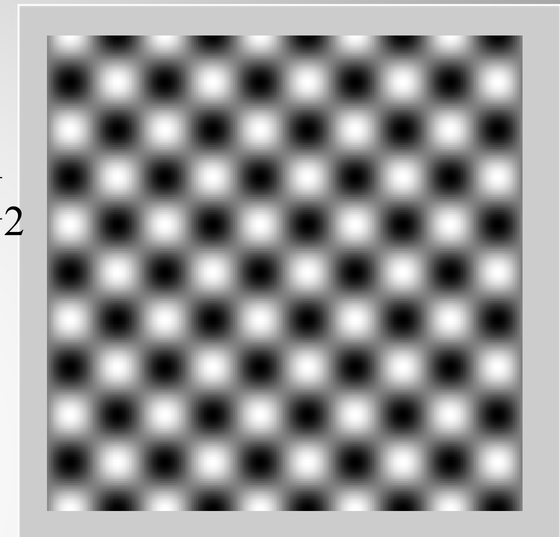
Η εικόνα I_2 συχνά είναι δυαδική οπότε ο τελεστής του πολλαπλασιασμού καλείται **masking.**

Παράδειγμα εφαρμογής τελεστών

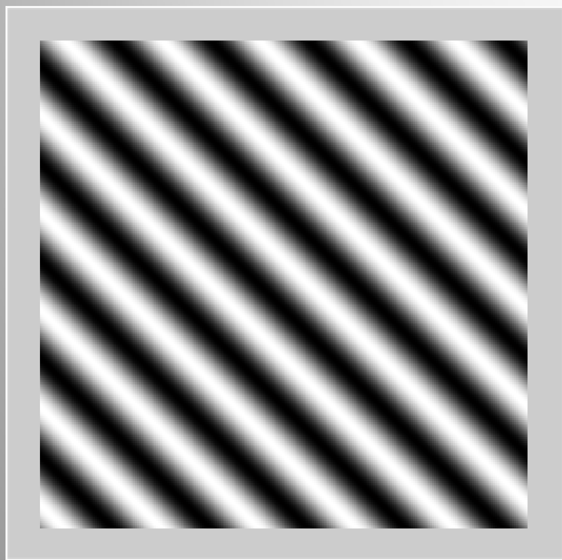
I_1



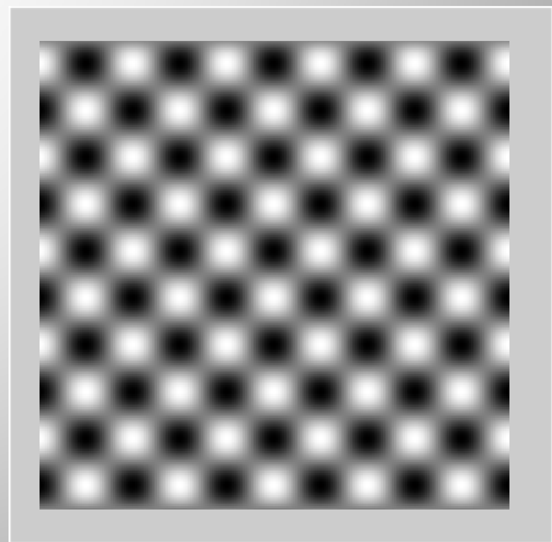
$I_1 + I_2$



I_2

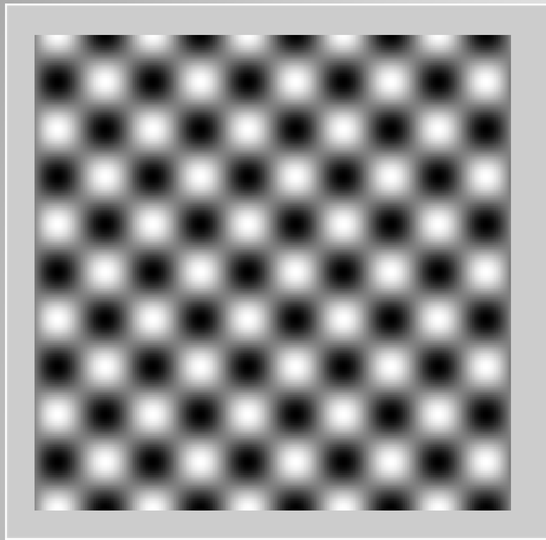


$I_1 - I_2$

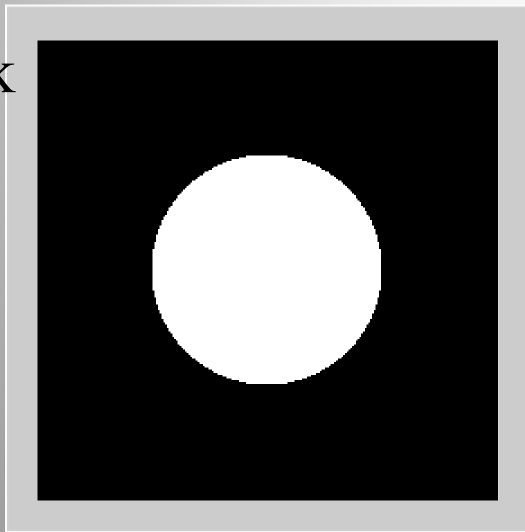


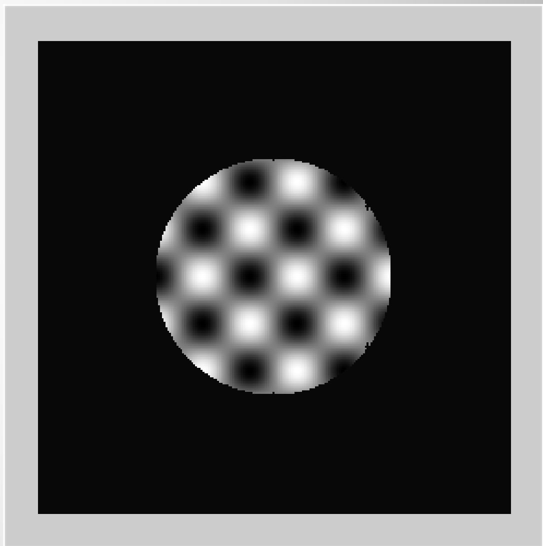
Παράδειγμα εφαρμογής masking

I_1



mask





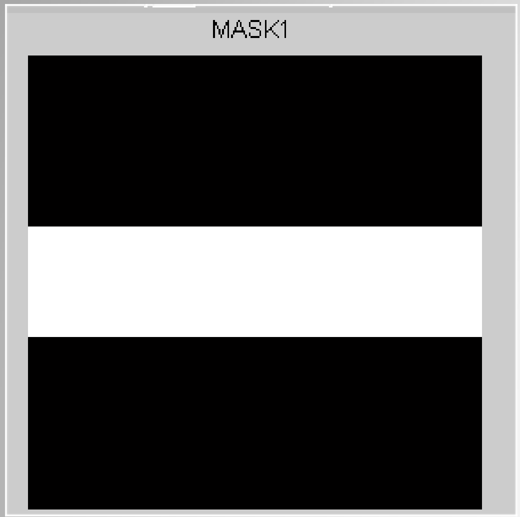
I_1 x mask

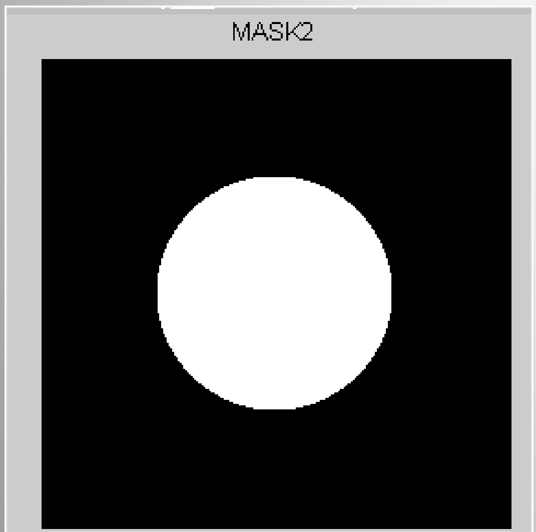
Λογικοί τελεστές εικόνων (Boolean operators)

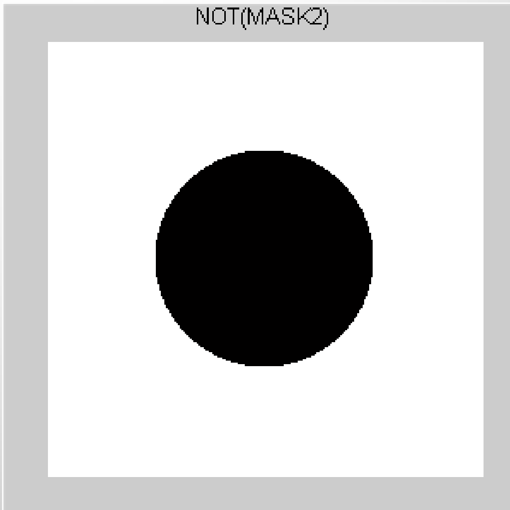
- Εφαρμόζονται σε δυαδικές εικόνες, σε κάθε pixel (*pixel by pixel* ή *pixelwise*).
- Θεωρούμε ότι η τιμή 1 του pixel είναι TRUE και η τιμή 0 είναι FALSE:
  - AND:
  - OR: ομοίως
  - NOT (ΑΝΤΙΘΕΤΟΣ)
- με χρήση των παραπάνω μπορούμε να παράγουμε οποιαδήποτε λογική έκφραση

$$I(x,y) = I_1 \; AND \; I_2 = I_1(x,y) \; AND \; I_2(x,y), \forall (x,y) \in I_1, I_2$$

Παράδειγμα λογικών τελεστών

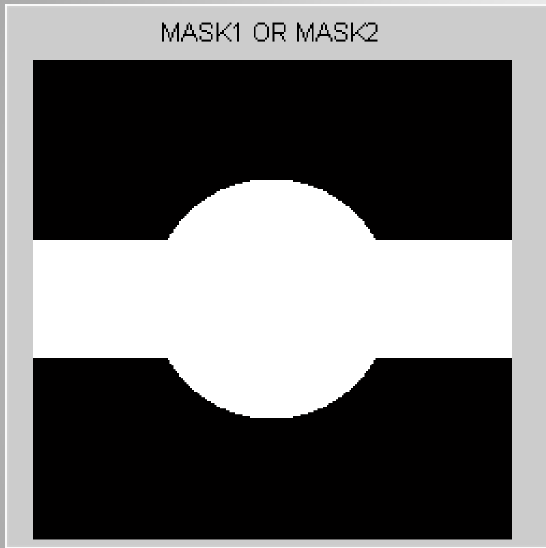


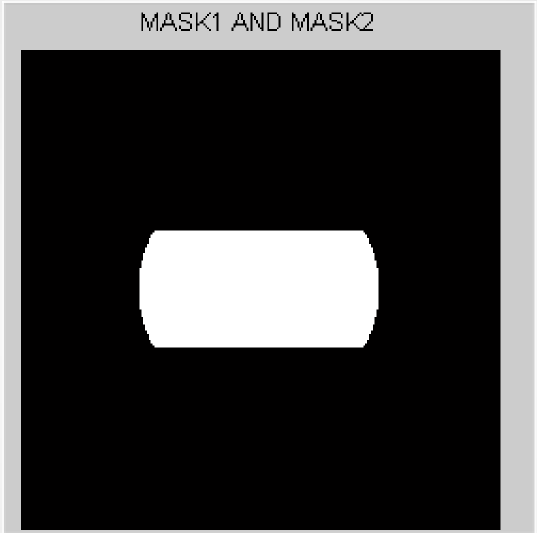




Κ. Δελήμπασης

Παράδειγμα λογικών τελεστών





I1(x,y)	I2(x,y)	I1 OR I2
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

I1(x,y)	I2(x,y)	I1 AND I2
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Κ. Δελήμπασης

Χώρος του χρόνου και χώρος των συχνοτήτων

- Όπως και στα σήματα, ο μετασχηματισμός Fourier (FT) επεκτείνεται σε δύο (ή περισσότερες) διαστάσεις για εφαρμογή σε εικόνες.
- Ο χώρος του χρόνου -*time domain*- αναφέρεται στη δειγματοληπτημένη ψηφιακή εικόνα.
- Ο χώρος των χωρικών συχνοτήτων -*spatial frequency domain*- αναφέρεται στο FT της ψηφιακής εικόνας.

Επεξεργασία εικόνας στο χώρο του χρόνου

- Σκοπός:
  - Εμπλουτισμός εικόνας (έκταση, συμπίεση ακτίνας τιμών, επεξεργασία ιστογράμματος κλπ)
  - Εξομάλυνση εικόνας
  - Συμπίεση θορύβου
  - Όξυνση εικόνας
  - Ανεύρεση ακμών
- Μέθοδοι επεξεργασίας:
  - Σημειακοί Τελεστές
  - Φίλτρα το αποτέλεσμα των οποίων εξαρτάται από τη γειτονιά κάθε pixel:
    - Γραμμικά φίλτρα: Συνέλιξη
    - Μη γραμμικά φίλτρα

Σημειακοί τελεστές
(Point operators)

- Τελεστές οι οποίοι δρουν σε ένα pixel χωρίς να λαμβάνουν υπόψη πληροφορία από τη γειτονιά του pixel.

$$I'(i, j) = f(I(i, j))$$

- Το αποτέλεσμα της δράσης του τελεστή σε ένα pixel εξαρτάται από την τιμή του Pixel αυτού και όχι από την τιμή των γειτονικών του pixels.
- Το αποτέλεσμα της επεξεργασίας μπορεί να αποθηκευτεί και στην ίδια εικόνα.

Φωτεινότητα και αντίθεση (Brightness, Contrast)

- Η φωτεινότητα και η αντίθεση αποτελούν σημειακό τελεστή, ως ακολούθως:

$$I'(x,y)=\begin{cases} aI(x,y)+b, \ 0\le aI(x,y)+b\le \max \\ \max, aI(x,y)+b>\max \\ 0, aI(x,y)+b<0 \end{cases}, \forall (x,y)\in I$$

- όπου *a* η τιμή της αντίθεσης και *b* της φωτεινότητας

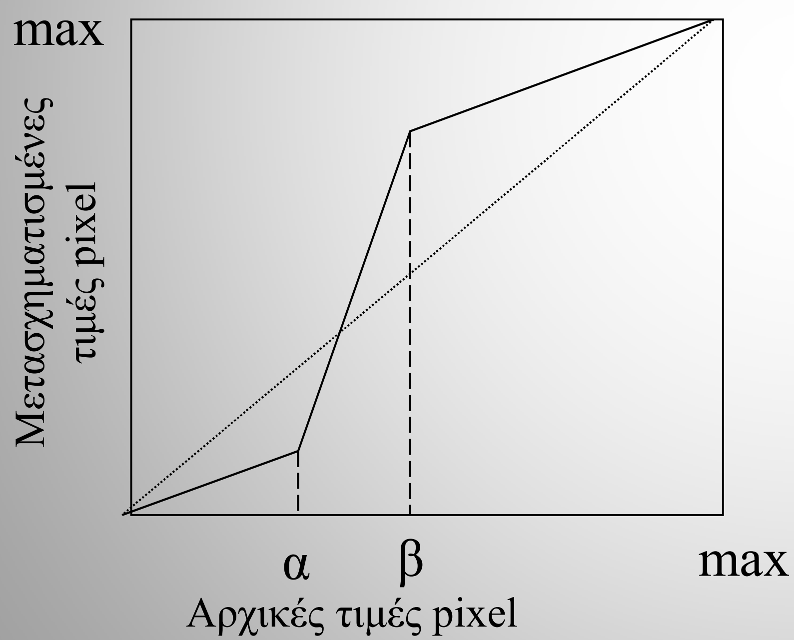
Αντίθεση

Το κεντρικό τετράγωνο στις τρεις περιπτώσεις έχει την ίδια φωτεινότητα αλλά εμφανίζεται διαφορετικό καθώς η φωτεινότητα του υποβάθρου γίνεται πιο υψηλή

Κ. Δελήμπασης

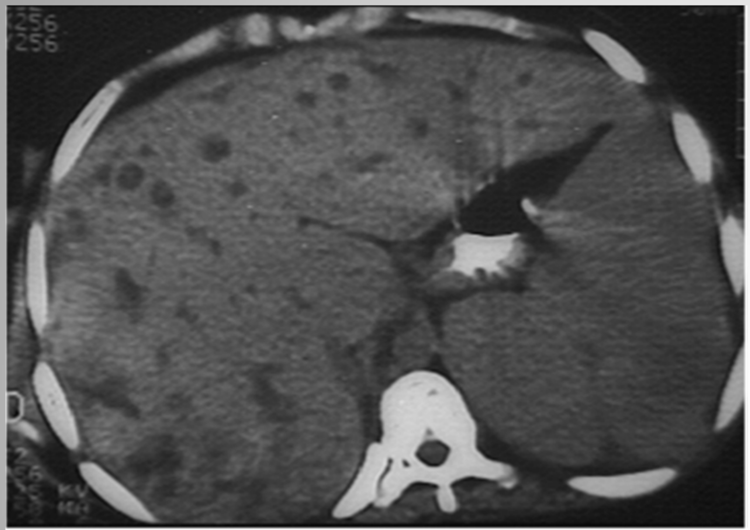
Έκταση αντίθεσης

- Ο σημειακός αυτός τελεστής δρα σε κάθε pixel και μετασχηματίζει την τιμή του σε μία νέα τιμή με γραμμικό ή μη γραμμικό τρόπο.

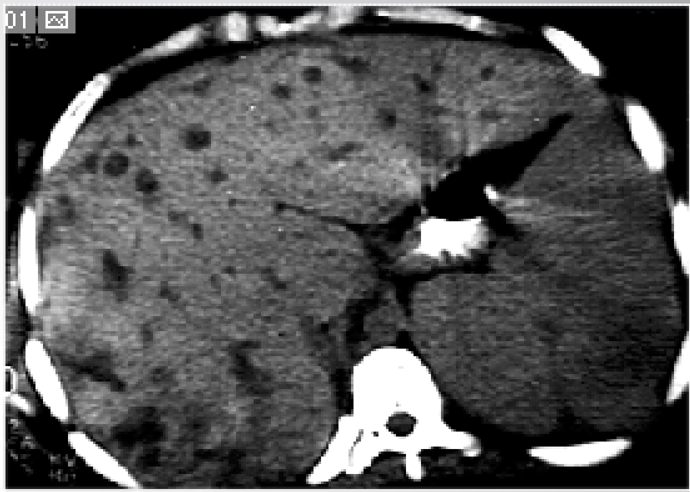


- Τα pixel της εικόνας με τιμές στο διάστημα (α,β) στο οποίο ο μετασχηματισμός τιμών έχει απότομη κλίση απεικονίζονται με μεγάλη αντίθεση.
- Το αντίθετο συμβαίνει για τα pixel με τιμές στις οποίες ο μετασχηματισμός έχει μικρή κλίση (στο παράδειγμα αυτό (0,α) και (β,max].
- Τα α και β μετακινούνται από το χρήστη. Όταν το (α,β) βρίσκεται στις μεσαίες τιμές λέγεται «παράθυρο μαλακών μορίων», ενώ όταν βρίσκεται στις υψηλές τιμές λέγεται «οστικό παράθυρο»

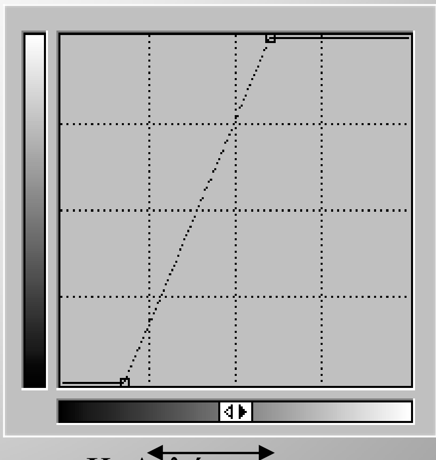
Παράδειγμα έκτασης αντίθεσης



Αρχική εικόνα



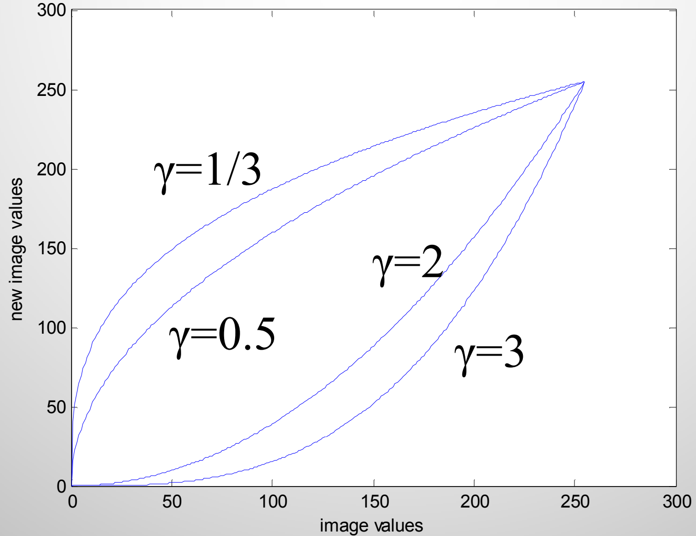
Μετασχηματισμένη εικόνα



Ακτίνα τιμών ενδιαφέροντος

Άλλοι μετασχηματισμοί τιμών εικόνας

- *Εκθετικός μετασχηματισμός* (Gamma correction): $I'(x,y)=255(I(x,y)/255)^{\gamma}$
  - Αν το πεδίο ορισμού είναι [0,255], τότε το πεδίο τιμών είναι [0,255] (θεωρώντας ότι 255 είναι η μέγιστη τιμή της εικόνας δηλ 1 byte/ pixel).
- Αρνητική εικόνα: Αποτελεί απλό γραμμικό μετασχηματισμό. Αν το πεδίο τιμών είναι [0 – 255], τότε $I'(x,y)=255-I(x,y)$



- *Λογαριθμικός μετασχηματισμός*: εφαρμόζεται σε περιπτώσεις που τα pixel της εικόνας έχουν τιμές που παρουσιάζουν πολύ μεγάλες διαφορές, με αποτέλεσμα χαμηλή αντίθεση μεταξύ των pixel με χαμηλές τιμές.
  - $I'(x,y)=c \log(1+I(x,y))$
  - c: σταθερά ώστε το πεδίο τιμών του μετασχηματισμού να ταυτίζεται με το πεδίο ορισμού του. Το 1+ εμφανίζεται ώστε να μην μηδενίζεται το όρισμα του λογαρίθμου.

Παράδειγμα εφαρμογής σημειακών μετασχηματισμών

Αρχική εικόνα				
	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	0	0
2	255	99	99	99
3	9	9	9	9
4	0	0	0	0

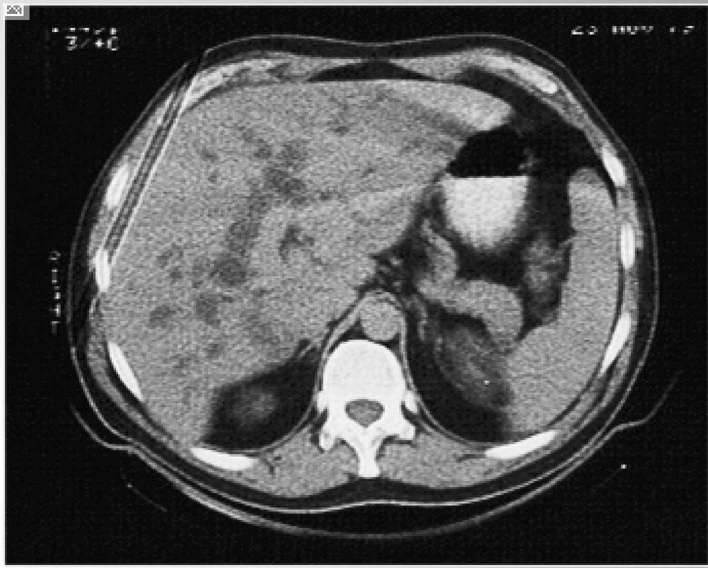
Εκθετικός μετασχηματισμός γ=1,5				
	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	0	0
2	255	62	62	62
3	1,7	1,7	1,7	1,7
4	0	0	0	0

Λογαριθμικός μετασχηματισμός				
	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	0	0
2	255	212	212	212
3	106	106	106	106
4	0	0	0	0

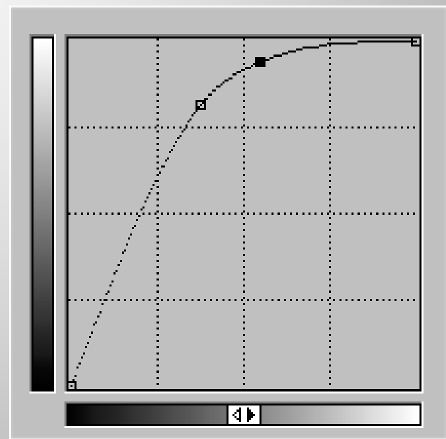
Σημειακός μετασχ. Έκτασης αντίθεσης 2,5*I+10				
	1	**2**	**3**	**4**
1	10	10	10	10
2	255	255	255	255
3	33	33	33	33
4	10	10	10	10

Εκθετικός μετασχηματισμός γ=0,5				
	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	0	0
2	255	159	159	159
3	48	48	48	48
4	0	0	0	0

Αρχική εικόνα



Μετασχηματισμένη εικόνα



Ορισμός του ιστογράμματος εικόνας

- Εστω εικόνα *I* με N pixel και τιμές στο διάστημα [0,L-1]. Το ιστόγραμμα -Histogram- *H* της εικόνας *I* καθορίζει για κάθε μία από τις διακριτές τιμές της εικόνας τον αριθμό εμφάνισης της (τιμής):

$$H(n) = \#\{I(i,j) : I(i,j) = n\}, \forall (i,j) \in I$$

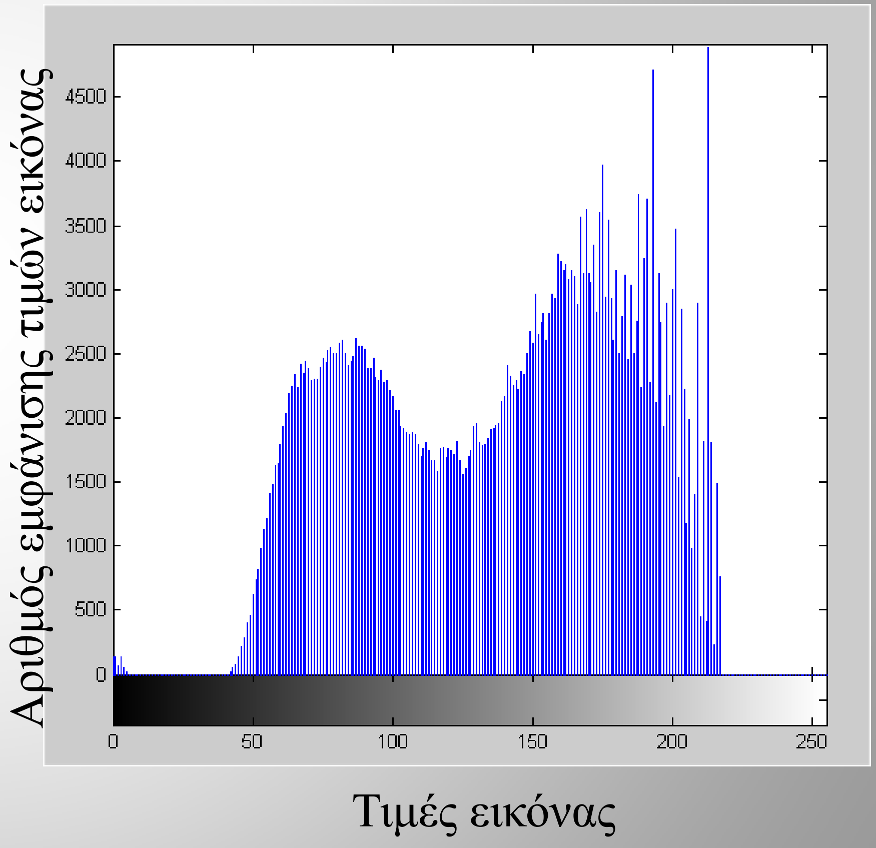
Αν το $H(n)$ διαιρεθεί με τον αριθμό των pixel της εικόνας N, προκύπτει η πιθανότητα εμφάνισης κάποιας τιμής στη συγκεκριμένη εικόνα.

$$p(n) = \frac{H(n)}{N}$$

Είναι προφανές ότι

$$\sum_{n=0}^{L-1} H(n) = N \Rightarrow \sum_{n=0}^{L-1} p(n) = 1$$

Ιστόγραμμα ψηφιακής ραδιογραφίας



Εξίσωση ιστογράμματος - Histogram equalization

- Έστω εικόνα *N* pixels με ακτίνα τιμών [0,*maxval*]. Ο σκοπός της εξίσωσης του ιστογράμματος είναι σε κάθε pixel με τιμή *k* να αναθέσει μία νέα τιμή *s*(*k*), ώστε το νέο ιστόγραμμα:
  - να καλύψει όλη την ακτίνα τιμών
  - να είναι όσο το δυνατό πιο ομοιογενές

  Αποδεικνύεται ότι ο μετασχηματισμός *s*(*k*) είναι:

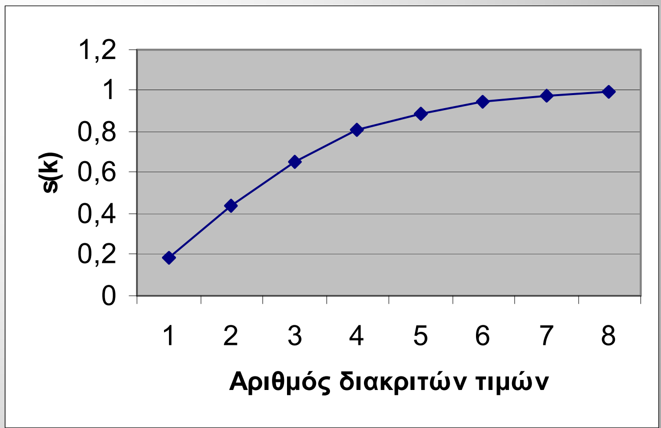
$$s(k) = \frac{\max val}{N} \sum_{i=0}^{k} H(i)$$

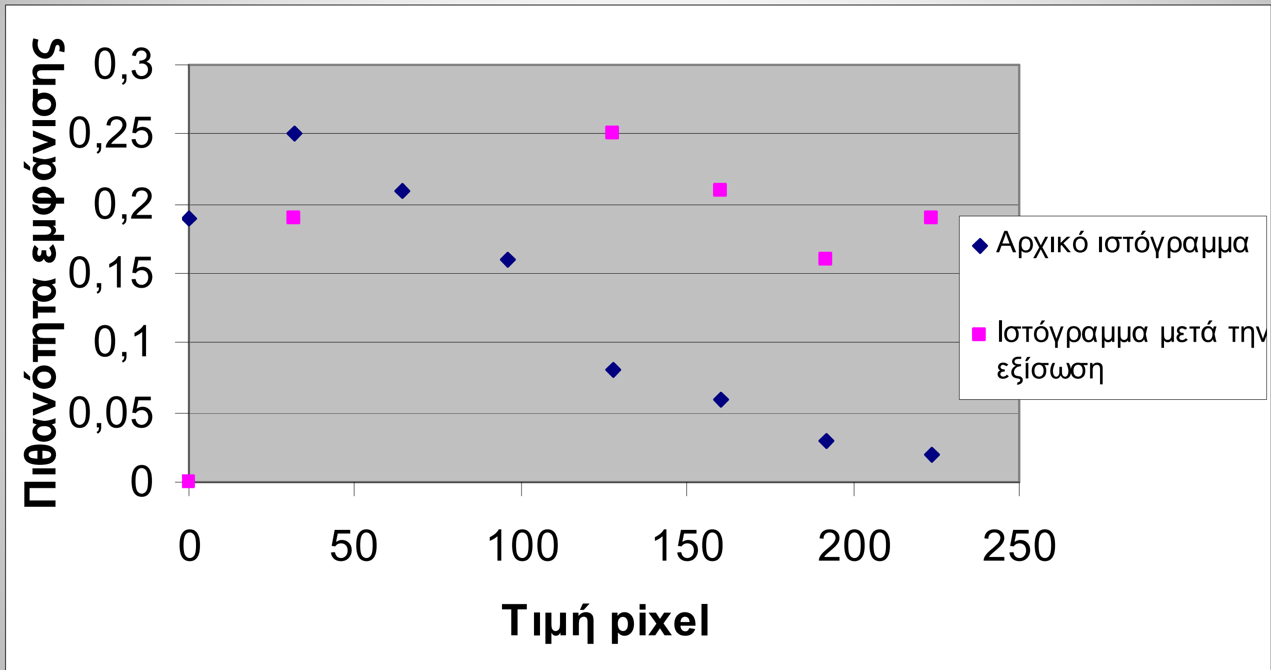
  - Όπου *H* το ιστόγραμμα της εικόνας και *maxval* η μέγιστη τιμή της εικόνας.

Παράδειγμα

- Έστω εικόνα με 8 διακριτές τιμές:

Αρχικές τιμές	Πιθανότητα εμφάνισης	s(k)	Νέες τιμές	Προσεγγίσεις τιμών
0	0,19	0,19	42,56	32
32	0,25	0,44	98,56	96
64	0,21	0,65	145,6	128
96	0,16	0,81	181,44	192
128	0,08	0,89	199,36	224
160	0,06	0,95	212,8	224
192	0,03	0,98	219,52	224
224	0,02	1	224	224



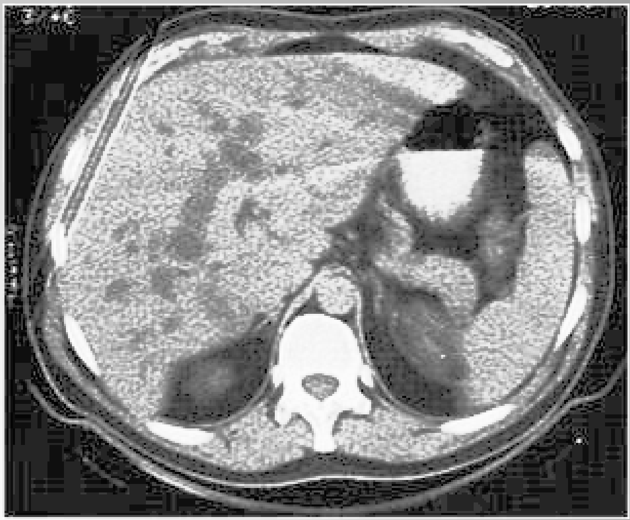

Πιθανότητα εμφάνισης
0,3
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
0
50
100
150
200
250
Τιμή pixel
Αρχικό ιστόγραμμα
Ιστόγραμμα μετά την εξίσωση

Αρχική εικόνα I								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	3	3	5	5	0	0	0	0
2	3	3	5	5	0	0	0	0
3	2	2	1	1	1	0	0	0
4	2	2	2	1	1	0	0	0
5	2	2	2	1	1	7	7	7
6	4	4	4	4	0	1	6	6
7	4	4	4	0	0	0	6	6
8	4	4	4	0	0	0	6	6

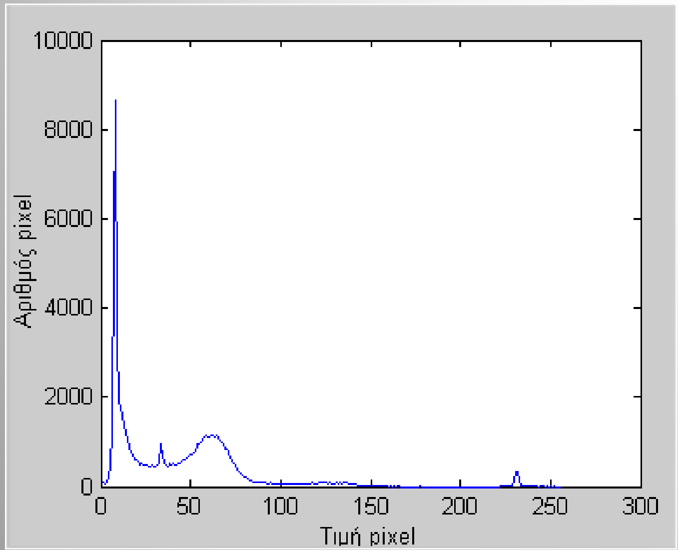
Τιμές	**Ιστόγραμμα**	**Κανονικοποιημένο Ιστόγραμμα**	**Αθροιστικό Κανονικοποιημένο Ιστόγραμμα**	**Νέες τιμές**
0	21	0,328	0,328	2
1	8	0,125	0,453	3
2	8	0,125	0,578	4
3	4	0,063	0,641	4
4	10	0,156	0,797	6
5	4	0,063	0,859	6
6	6	0,094	0,953	7
7	3	0,047	1,000	7
8	**64**			

Νέες τιμές	**Νέο Ιστόγραμμα**
2	21
3	8
4	12
5	0
6	14
7	9

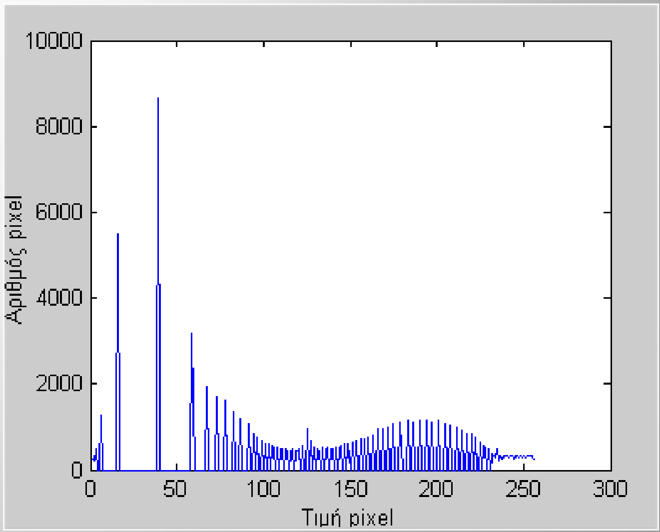
Αρχική εικόνα



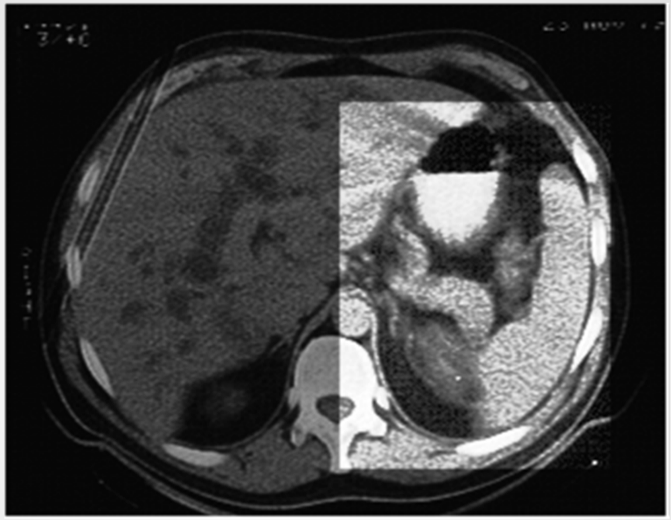
Εικόνα με εξισωμένο ιστόγραμμα



Ιστόγραμμα



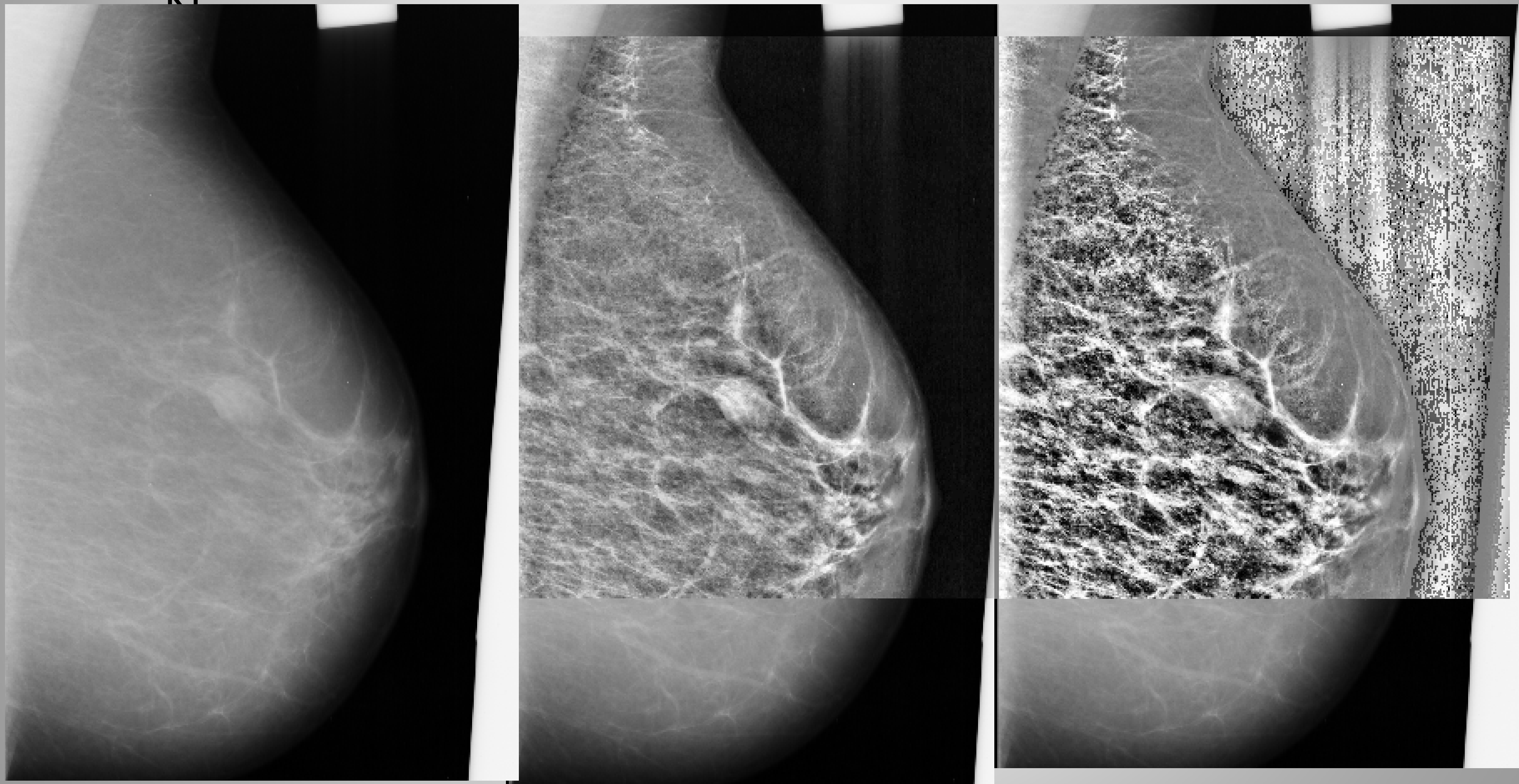
Ιστόγραμμα



Ο μετασχηματισμός της εξίσωσης ιστογράμματος εφαρμόζεται και σε περιοχές της εικόνας.

Προσαρμοσμένη εξίσωση ιστπογράμματος
Adaptive Histogram Equalization

- ki

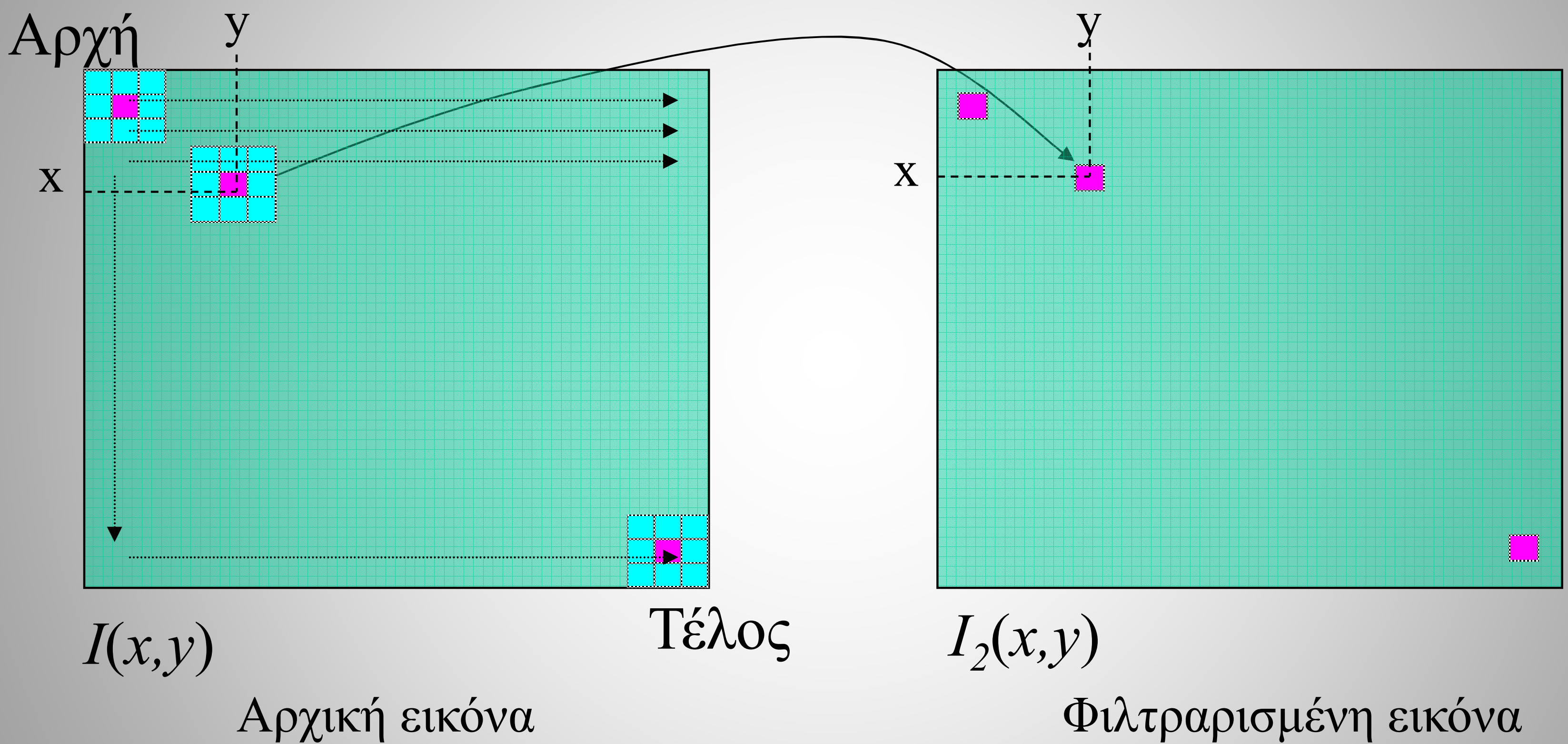


Τελεστές που εφαρμόζονται σε περιοχές εικόνας - Neighborhood operators

Οι τελεστές αυτοί χρησιμοποιούν τον γενικό αλγόριθμο της **κυλιόμενης (ή κινητής) μάσκας –moving mask**.

Εφαρμογή για εικόνα *I* *N* x *M* (γραμμές x στήλες) και τετραγωνική περιοχή (μάσκα) 2*n*+1 x 2*m*+1 pixels και αποθήκευση του αποτελέσματος στην εικόνα I_2

```
Για κάθε γραμμή x από n+1 ως Nx-(n+1)
      Για κάθε στήλη y από m+1 ως Ny-(m+1)
            Υπολόγισε την τιμή a του τελεστή
     στην περιοχή γύρω από το (x,y);
            I2(x,y)=a;
```


Αρχή
y
x
Τέλος
I(x,y)
Αρχική εικόνα
y
x
I2(x,y)
Φιλτραρισμένη εικόνα

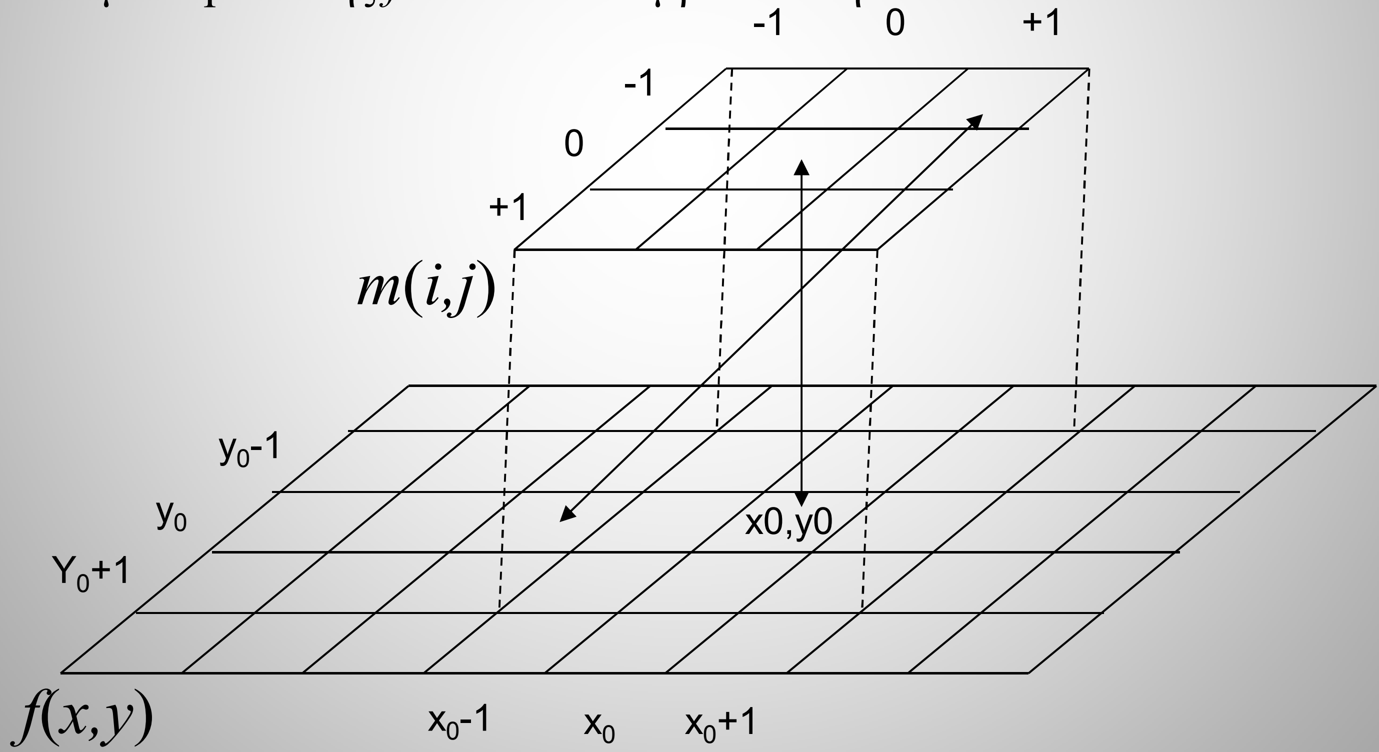
Συνέλιξη εικόνων

- Έστω εικόνα $I(x,y)$, $x=0..N-1$, $y=0..M-1$ και μάσκα M με περιττό αριθμό γραμμών και στηλών $(2n+1)$x$(2m+1)$: $M(k,l)$, $k=-n..n$, $l=-m..m$.
- Η συνέλιξη $I * M$, στη θέση (x,y) ορίζεται (κατ' αναλογία με την μονοδιάστατη περίπτωση των σημάτων) ως εξής:

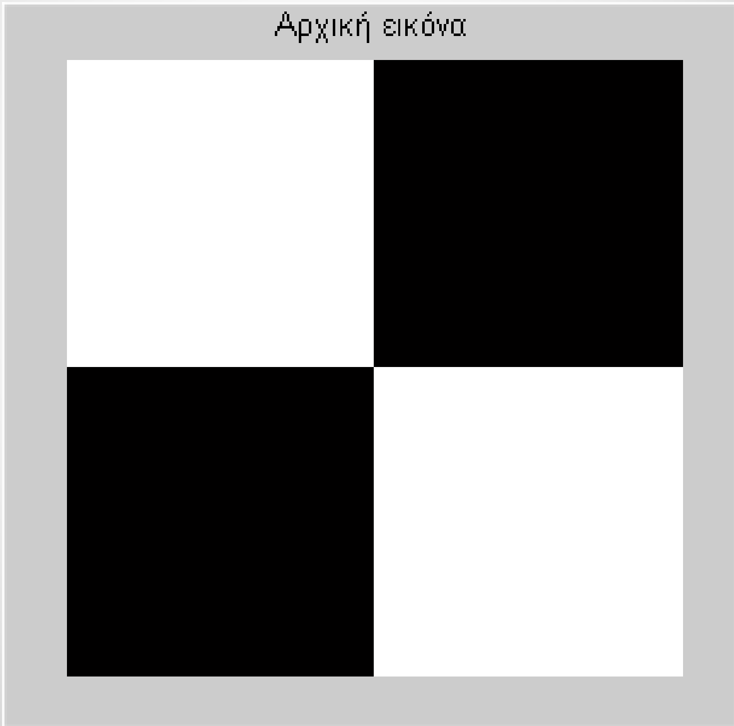
$$I * M = c(x,y) = \sum_{k=-n}^{n} \sum_{l=-m}^{m} I(x-k, y-l) M(k,l)$$

- Στον ορισμό αυτό οι δείκτες m και n διατρέχουν τη μάσκα M.
- Στην υπολογιστική υλοποίηση της συνέλιξης πρέπει να ληφθεί μέριμνα ώστε οι δείκτες να μην έχουν αρνητικές τιμές

- Έστω εικόνα $f(x,y)$ και μάσκα $m(i,j)$ 3x3. Ο υπολογισμός της συνέλιξης τους στο σημείο (x_0,y_0) γίνεται ως εξής:
  - Το κεντρικό pixel της m τοποθετείται «πάνω» από το pixel (x_0,y_0) της f.
  - Υπολογίζεται το άθροισμα των γινομένων «χιαστί» στις 2 διαστάσεις, με τρόπο ανάλογο της μίας διάστασης (σήματα).
  - Το αποτέλεσμα (άθροισμα των γινομένων) αποθηκεύεται στο pixel (x_0,y_0) μίας νέας εικόνας f_2.
  - Η μάσκα m κινείται ώστε το κεντρικό pixel της m να βρεθεί πάνω από το επόμενο pixel της f και επαναλαμβάνεται η διαδικασία.



Παραδειγματικές εφαρμογές της συνέλιξης στην χωρική επεξεργασία εικόνας



Εξομάλυνση εικόνας με χρήση συνέλιξης με Μήτρα μέσου όρου (averaging)

- Το φίλτρο μέσου όρου στην απλή μορφή είναι ένας πίνακας περιττού αριθμού Pixel σε κάθε διάσταση, με ίδια τιμή σε κάθε στοιχείο:

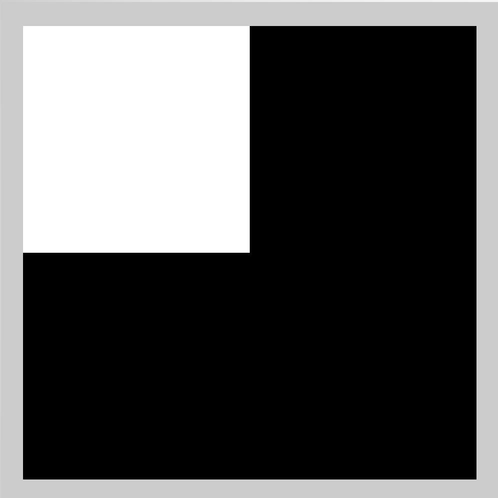
$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Μήτρα 3x3

$$\frac{1}{49}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

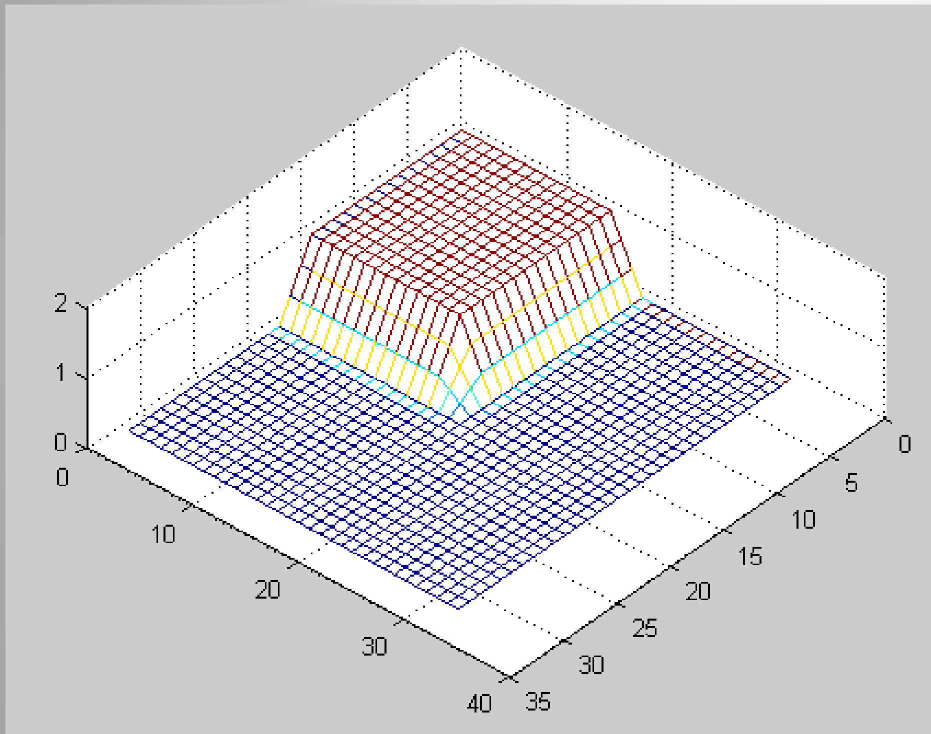
Μήτρα 7x7

Παράδειγμα συνέλιξης με μήτρα μέσου όρου -averaging

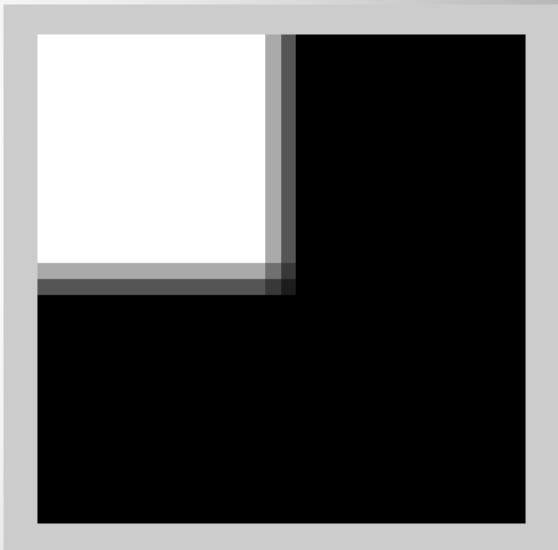


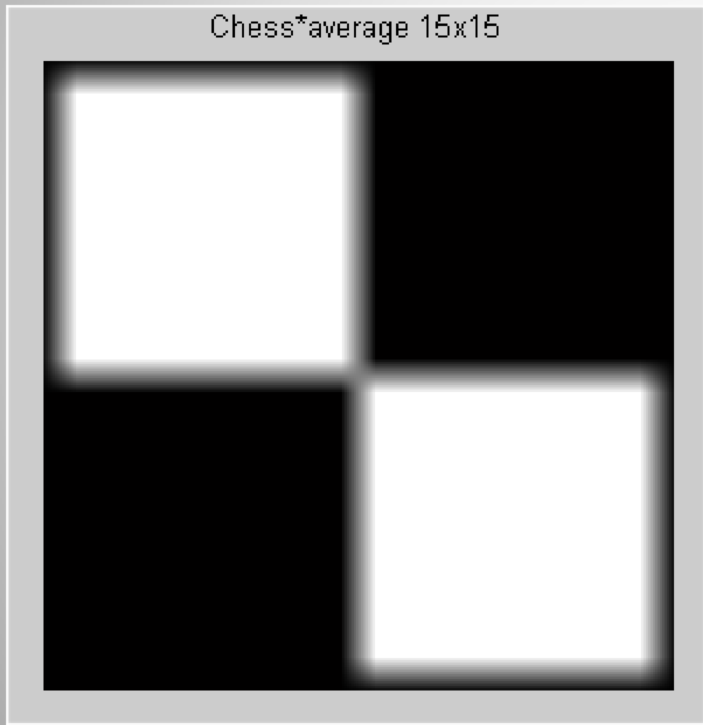
$$* \quad \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

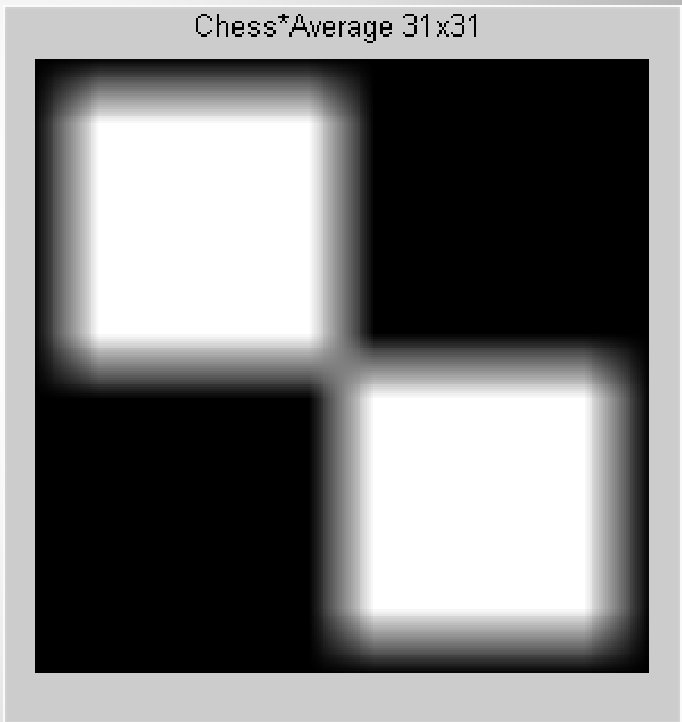
Μήτρα 3x3



2
1
0
0
10
20
30
40
35
30
25
20
15
10
5
0




Chess*average 15x15

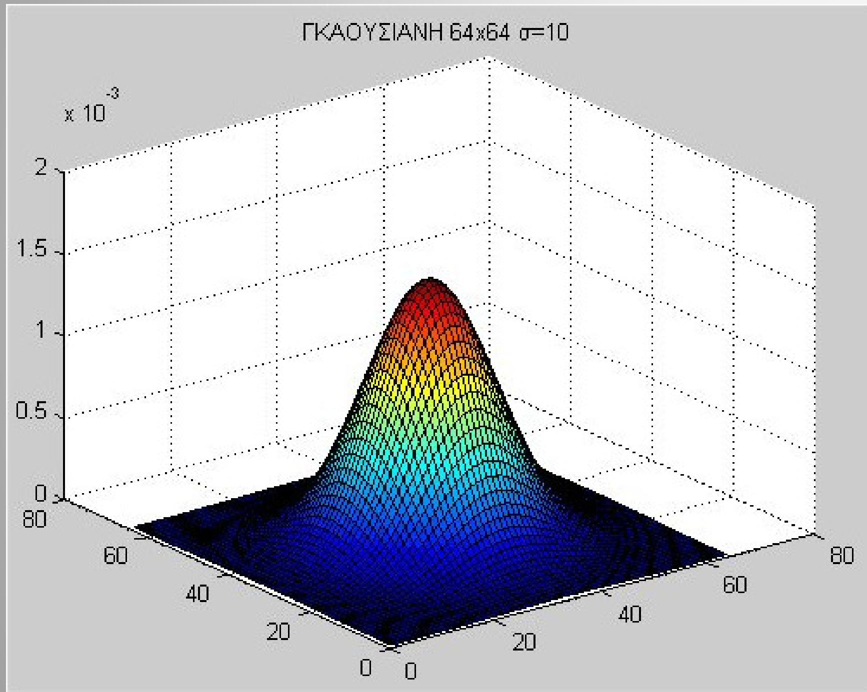

Chess*Average 31x31

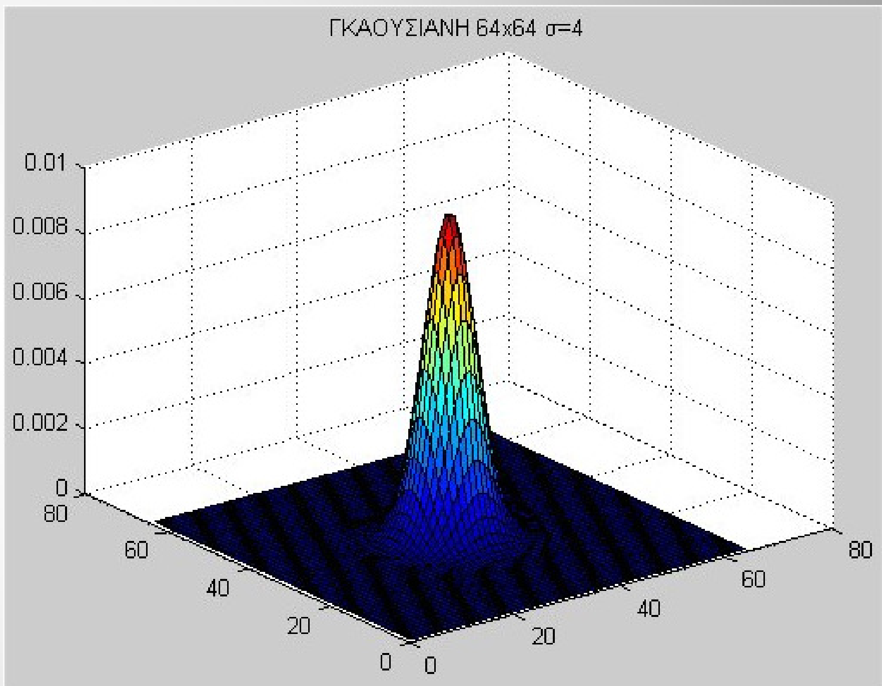
Η Γκαουσιανή σαν φίλτρο εξομάλυνσης

- Η γκαουσιανή σαν επιφάνεια μπορεί να οριστεί χρησιμοποιώντας την κανονική κατανομή σε 2 διαστάσεις, σύμφωνα με τον παρακάτω τύπο
- Η επιφάνεια έχει διασπορά σ, και κορυφή (δηλ. εμφανίζει μέγιστο) στο σημείο (μ_x, μ_y).
  - Μεγαλύτερο σ → πιο ανοικτή και πιο κοντή επιφάνεια, έτσι ώστε ο όγκος που περικλείεται από την επιφάνεια και το επίπεδο *xy* να είναι ίσος με 1.
- Η 2D γκαουσιανή υπολογίζεται σε διακριτή μορφή ως εξής:
  - καθορίζεται το σ της γκαουσιανής (δηλ. το πλάτος της)
  - Υπολογίζονται οι τιμές σε ένα πίνακα συμμετρικό γύρω από το (0,0). Η πλευρά του πίνακα πρέπει να είναι τουλάχιστον $6\sigma+1$. Δηλ $[-3\sigma\ldots3\sigma]\mathrm{x}[-3\sigma\ldots3\sigma]$, ώστε ο διακριτός πίνακας να περιλαμβάνει την επιφάνεια μέχρι και πολύ χαμηλές τιμές.
  - Όσο μεγαλύτερο το σ, τόσο ισχυρότερη η εξομάλυνση που προκαλείται από τη συνέλιξη της εικόνας με την γκαουσιανή.

$$P(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{(x-\mu_x)^2+(y-\mu_y)^2}{2\sigma^2}}$$

Η Γκαουσιανή σαν φίλτρο εξομάλυνσης





- Σε περίπτωση που απαιτείται μικρός πίνακας φίλτρου (πχ 3x3) χρησιμοποιούνται προ-υπολογισμένες ακέραιες τιμές.
- Για ακρίβεια και σε πίνακες μεγαλύτερων διαστάσεων χρησιμοποιούνται τιμές απευθείας από τον μαθηματικό ορισμό, σύμφωνα με όσα περιγράφτηκαν σε προηγούμενη διαφάνεια

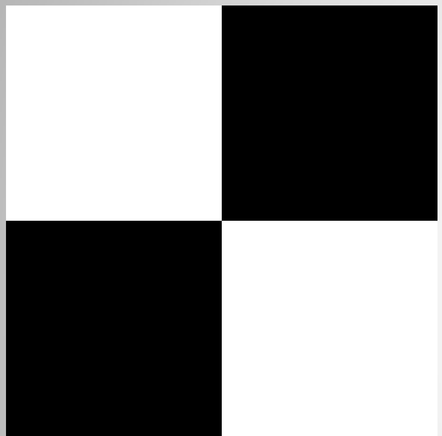
$$\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Παράδειγμα γκαουσιανής 3x3

Διαχωρίσιμα φίλτρα (Separable filters) το παράδειγμα της γκαουσιανής

- Διαχωρίσιμο είναι ένα φίλτρο όταν μπορεί να εκφραστεί σαν γινόμενο μίας γραμμής και μίας στήλης.
- Αν ένα 2D φίλτρο είναι διαχωρίσιμο, τότε η συνέλιξη του με μία εικόνα μπορεί να γίνει σαν 2 διαδοχικές μονοδιάστατες συνελίξεις κατά γραμμές και κατά στήλες (η σειρά δεν έχει σημασία).
- Η 2D γκαουσιανή είναι διαχωρίσιμο φίλτρο και μπορεί να εκφραστεί σαν γινόμενο (στήλη επί γραμμή) δύο μονοδιάσταστων (1D) γκαουσιανών καμπύλων.

Παράδειγμα διαχωρισιμότητας του φίλτρου της γκαουσιανής



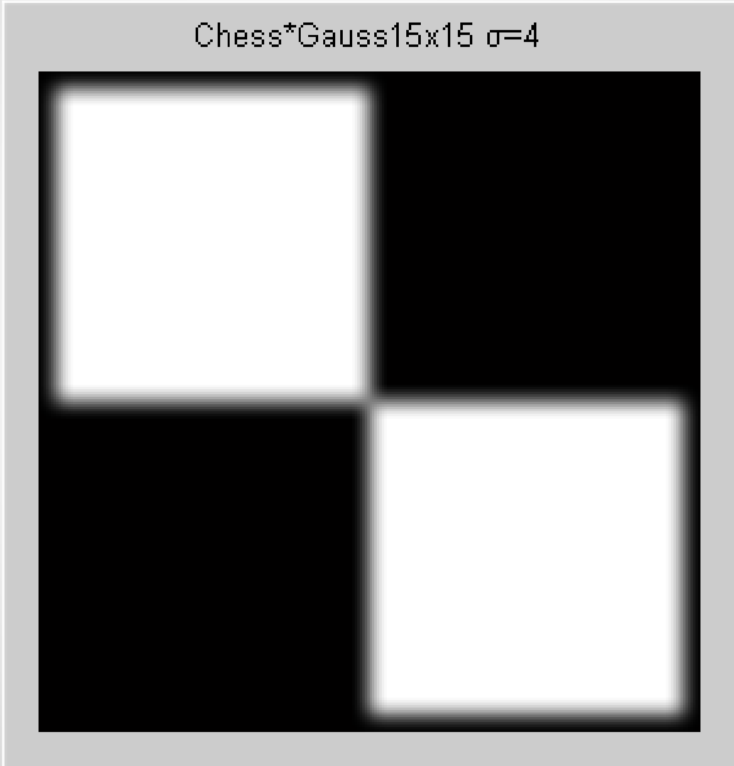
(α)

(β)

(γ)

- Αρχική εικόνα (α), συνέλιξη με 19x1 Gaussian σ=3 κατά στήλες (β), συνέλιξη της (β) με 19x1 Gaussian σ=3 κατά γραμμές (γ).

Εξομάλυνση εικόνας με χρήση συνέλιξης με Γκαουσιανή



Παράδειγμα μη γραμμικής επεξεργασίας Φίλτρο ενδιάμεσης τιμής

- Έστω κατανομή X πραγματικών αριθμών. Η ενδιάμεση τιμή *m* της κατανομής X είναι αυτή για την οποία:

  $P(X<=m)<=1/2$ και $P(X>=m)>=1/2$

- Για πεπερασμένο πλήθος αριθμών:

  $\#\{X: X<=m\} = \#\{X: X>=m\}$,

δηλ. το πλήθος των στοιχείων με τιμή >= m είναι ίσο με το πλήθος των στοιχείων με τιμή <= m.

Αν το πλήθος των στοιχείων της X είναι άρτιο, τότε το *m* δεν ορίζεται μονοσήμαντα.

Παρατήρηση: Για μη συμμετρικές κατανομές, η μεσαία τιμή και ο μέσος όρος της κατανομής διαφέρουν.

Το φίλτρο εικόνων ενδιάμεσης τιμής -median filter

- Μη γραμμική επεξεργασία: συνήθως χρησιμοποιείται ο γενικός αλγόριθμος της κυλιόμενης μάσκας, αλλά **ΔΕΝ** υλοποιείται με συνέλιξη
  - Ορίζεται το παράθυρο του φίλτρου (πχ 3x3)
  - Το κεντρικό pixel του παραθύρου τοποθετείται πάνω στο pixel της εικόνας που θέλουμε να φιλτράρουμε $I(x_0,y_0)$
  - Οι τιμές των pixel της εικόνας μέσα στο παράθυρο ταξινομούνται σε αύξουσα ή φθίνουσα διάταξη
- Επιλέγεται η ενδιάμεση τιμή των μεσαίων ταξινομημένων pixel
- Τοποθετείται στο αντίστοιχο κεντρικό pixel της φιλτραρισμένης εικόνας $I_1(x_0,y_0)$

25	37	42	44	8
36	255	28	38	42
58	14	255	27	94
13	27	43	12	36
78	76	29	93	49

2 θορυβώδη pixel

Μέσος όρος: 77,7=78

Median:28

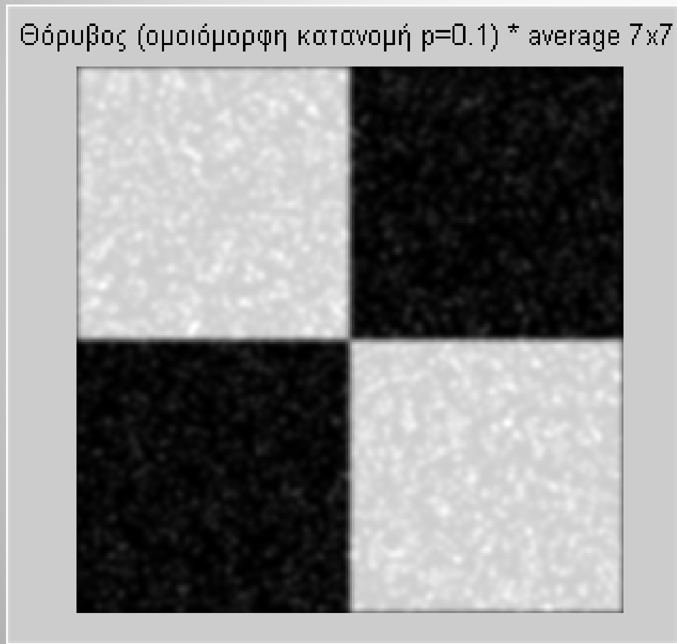
25	37	42	44	8
36	255	28	38	42
58	14	255	27	94
13	27	255	12	36
78	76	29	93	49

3 θορυβώδη pixel

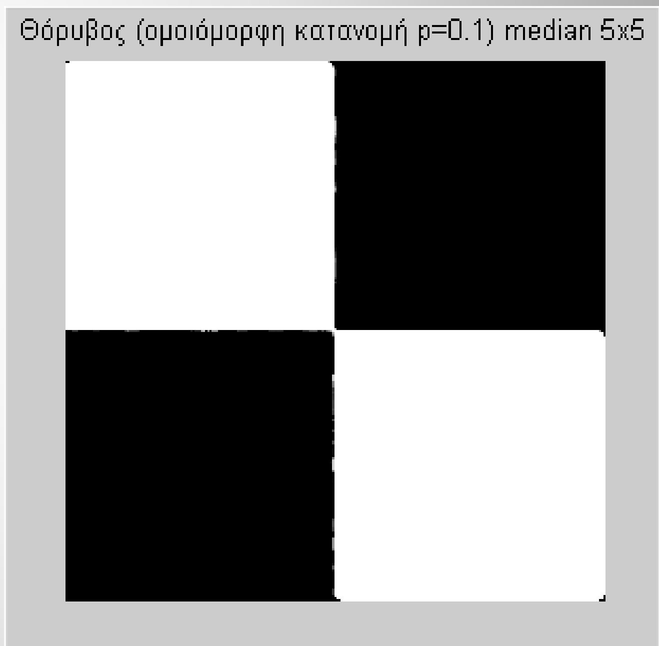
Μέσος όρος: 101

Median:28

Εφαρμογή σε συμπίεση θορύβου



Φίλτρο μέσου όρου 7x7



Φίλτρο μέσου όρου 5x5

Φίλτρο απόριψης A-trim

- Το φίλτρο A-trim ορίζεται ως εξής:

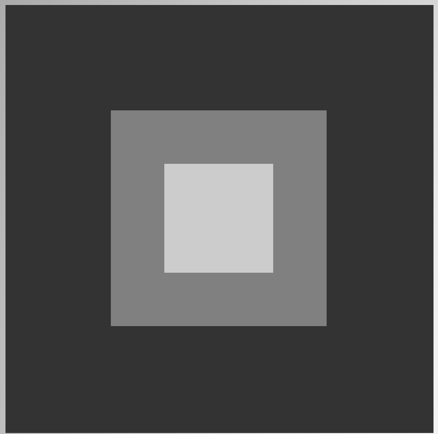
$$y = \frac{1}{n\left(1-2a\right)} \sum_{j=an+1}^{n-an} x_j$$

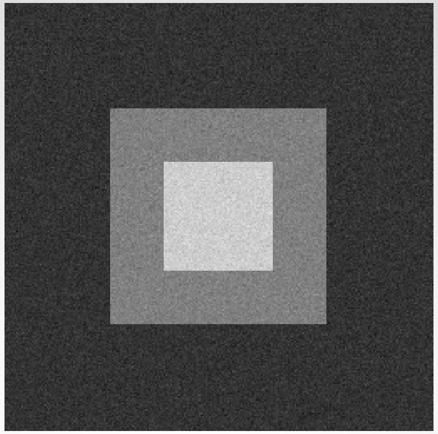
- όπου:
  - j=1…N ο δείκτης των pixel που βρίσκονται εντός του παραθύρου του φίλτρου.
  - x_j: η τιμή της εικόνας στο pixel j διατεταγμένη σε αύξουσα σειρά.
  - 0<=α<0.5 το ποσοστό των pixel που απορίπτονται
- Το φίλτρο A-trim αποτελεί ένα συνδυασμό του φίλτρου μέσης τιμής και του φίλτρου ενδιάμεσης τιμής.
  - α=0→ το φίλτρο γίνεται κινητού μέσου όρου
  - α τείνει 0.5→ το φίλτρο γίνεται ενδιάμεσης τιμής

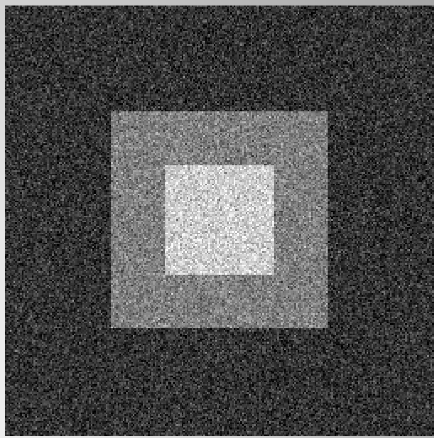
Η έννοια του γκαουσιανού θορύβου

- Εστω εικόνα Ι η οποία αποτελεί την ιδανική εικόνα όπως θα καταγραφόταν χωρίς θόρυβο.
- Ο γκαουσιανός θόρυβος προσθέτει στην τιμή του κάθε pixel (x0,y0) ένα τυχαίο αριθμό που παράγεται ακολουθώντας τη γκαουσιανή κατανομή με μέση τίμη την τιμη της εικόνας I(x0,y0) και διασπορά σ η οποία καθορίζεται από τη διαδικασία του θορύβου. Οσο μεγαλύτερο το σ, τόσο μεγαλύτερη η επίδραση του θορύβου.

Παραδείγματα γκαουσιανού θορύβου



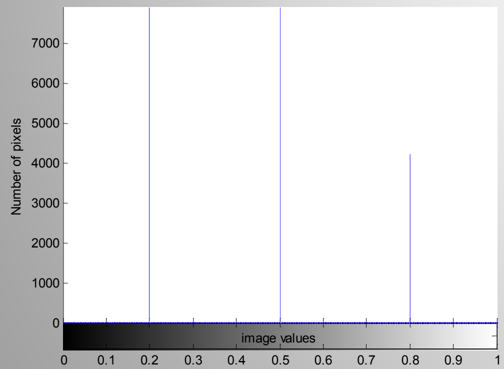


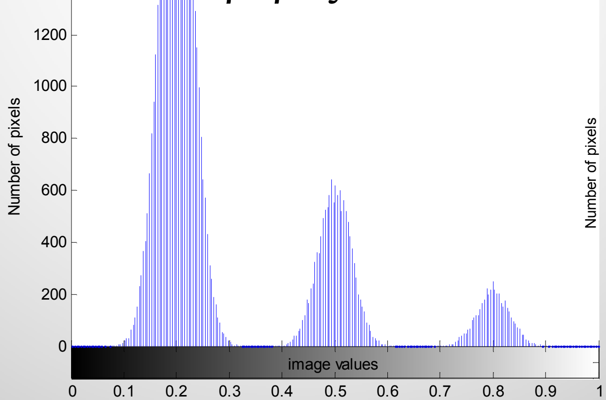


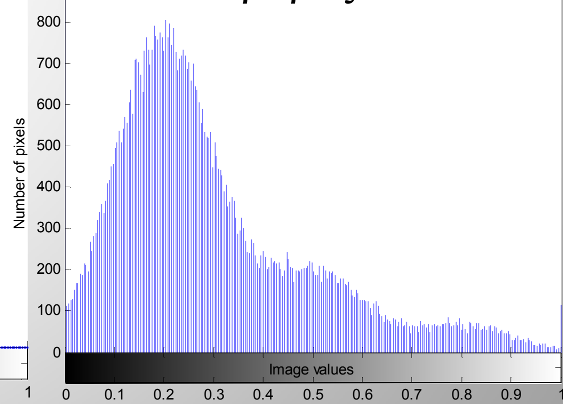
Αρχική εικόνα

Γκαουσιανός θόρυβος σ=0.01

Γκαουσιανός θόρυβος σ=0.1

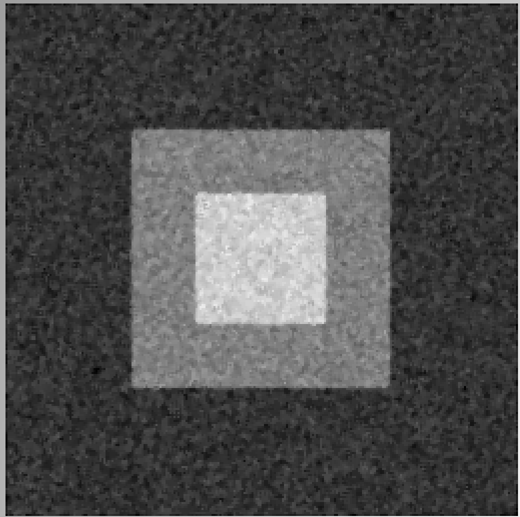




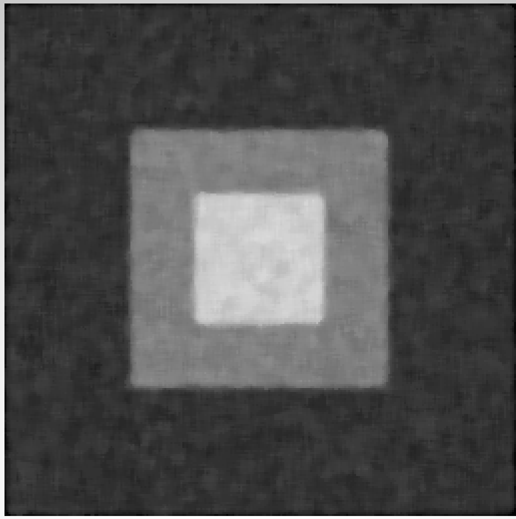


- Εστω εικόνα με τρεις διαφορετικές τιμές, όπως αυτή του σχήματος.

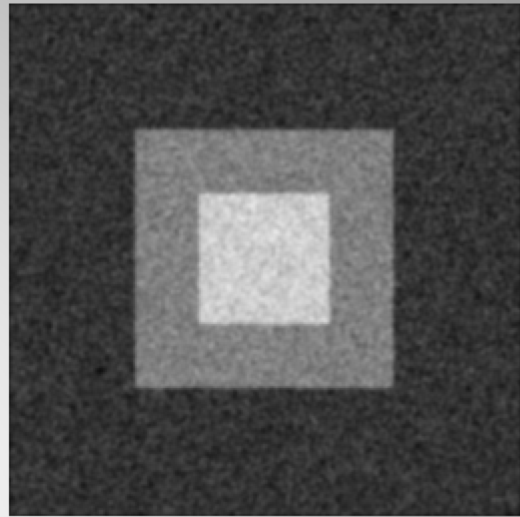
Παραδείγματα συμπίεσης γκαουσιανού θορύβου



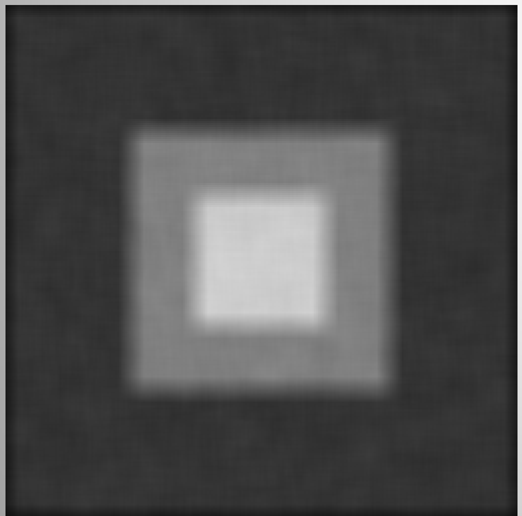
Φίλτρο μέσου όρου 3x3



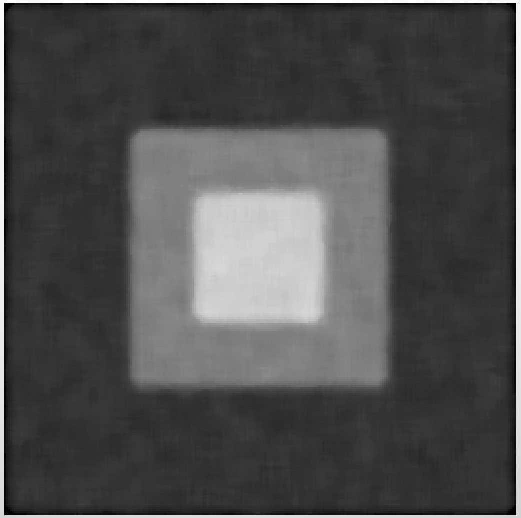
Φίλτρο ενδιάμεσης τιμής 3x3



Γκαουσιανό φίλτρο 5x5, σ=1



Φίλτρο μέσου όρου 13x13

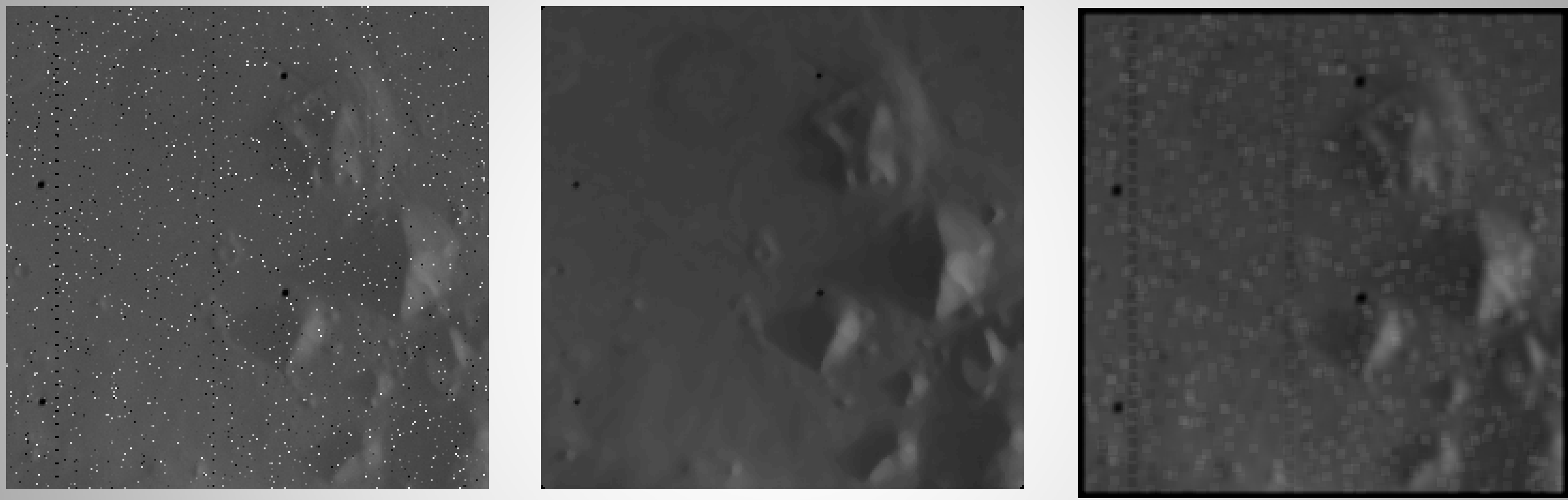


Φίλτρο ενδιάμεσης τιμής 7x7

Γκαουσιανό φίλτρο 13x13, σ=2

Θόρυβος “Salt and pepper”

- Μη συσχετισμένος θόρυβος που προκύπτει από τη μετάδοση των δεδομένων. Ένα ποσοστό των pixel αποκτά τιμή η οποία είναι τυχαίος αριθμός με ομογενή κατανομή σε όλο το εύρος τιμών της εικόνας.
- Το φίλτρο ενδιάμεσης τιμής είναι ιδανικό για τέτοιο τύπο θορύβου, αφού εξαφανίζει τα θορυβώδη pixel και διατηρεί τη λεπτομέρεια της εικόνας.
- Τα φίλτρα μέσου όρου δεν αποτελούν μία κατάλληλη επιλογή.



- Αρχική εικόνα με πραγματικό θόρυβο salt and pepper (α) και εφαρμογή του φίλτρου ενδιάμεσης τιμής 5x5 (β) και φίλτρου μέσου όρου 5x5 (γ).

Θόρυβος Poisson

- Ο θόρυβος Poisson σε σήματα και εικόνες αντιστοιχεί σε διακυμάνσεις του καταγραφόμενου αριθμού των φωτονίων που προσπίπτουν στον ανιχνευτή που παράγει το σήμα ή την εικόνα.
- Η κατανομή poisson δίνει την πιθανότητα να καταγραφούν x φωτόνια, όταν ο μέσος καταγραφόμενος όρος στη μονάδα του χρόνου είναι μ:

$$p(x,\mu) = \frac{\mu^{x} e^{-\mu}}{x!}, \mu, x \in \mathbb{N}$$

- Η παραπάνω κατανομή ισχύει για κάθε περίπτωση διακριτών, ανεξάρτητων γεγονότων, πχ.:
  - Ποια η πιθανότητα σε ένα parking να μπουν σήμερα 100 αυτοκίνητα, όταν ο ημερήσιος μέσος όρος είναι 85 ?
- Όταν μ>100, η κατανομή Poisson προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή, με $\sigma = \sqrt{\mu}$

Κβαντομηχανικός θόρυβος εικόνας και δόση ασθενούς

- Έστω περιοχή με εμβαδόν ίσο με 1 pixel (πχ 10x10μm^2). Η πιθανότητα να καταγράψει *x* φωτόνια, ενώ ο αναμενόμενος μέσος αριθμός καταγεγραμμένων φωτονίων είναι *μ,* δίνεται από την κατανομή Poisson *P(x,μ)*.
- Το *σ* της Poisson είναι $\mu^{0.5}$ → με πιθανότητα 98%, η τιμή ενός Pixel θα είναι εντός του διαστήματος [μ-3σ, μ+3σ].

$$p(x,\mu)=\frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

- **Κβαντομηχανικός θόρυβος**: διαταραχές του αριθμού των φωτονίων γ που καταγράφονται στη μονάδα εμβαδού, στη μονάδα του χρόνου.
- Ο θόρυβος της εικόνας υπολογίζεται από το σηματοθορυβικό λόγο Signal to Noise Ratio (SNR). Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν από τους δύο ορισμούς:

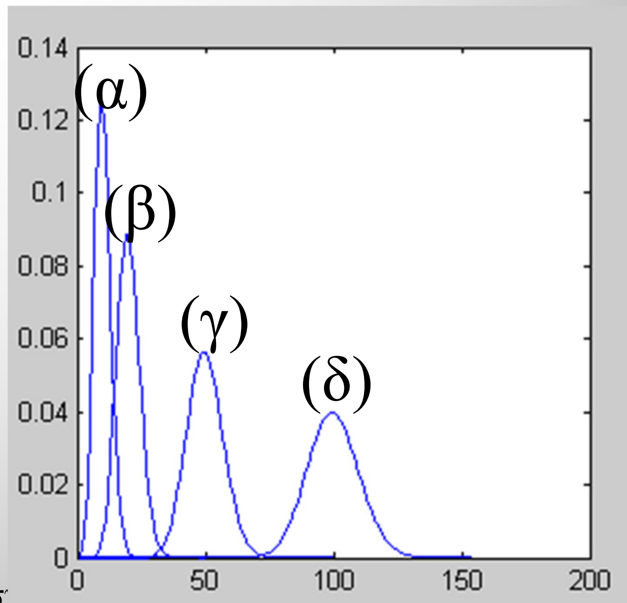
$$SNR = 10\log\left(\frac{signal}{noise}\right)\ (dB) \qquad SNR = \frac{signal}{noise}\ (\kappa\alpha\theta\alpha\rho\acute{o}\varsigma\alpha\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma)$$

- Στην περίπτωση του θορύβου Poisson:

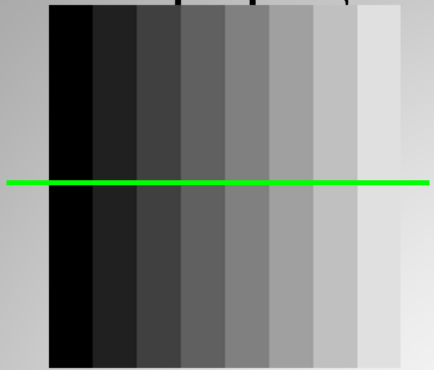
$$\frac{signal}{noise}=\frac{\mu}{\sigma}=\sqrt{\mu}$$

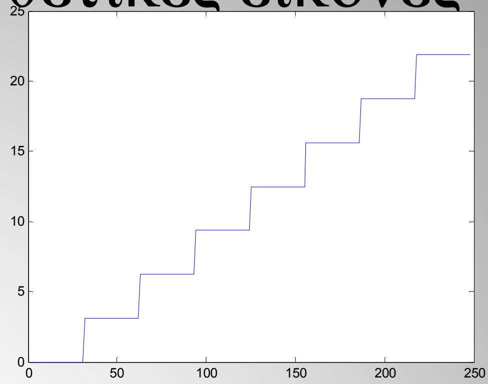
- Θεωρείστε δύο γειτονικά Pixel εκ των οποίων το ένα ανήκει σε αντικείμενο και το άλλο στο υπόβαθρο (background) της εικόνας. Το pixel του αντικειμένου έχει διπλάσια τιμή από το Pixel background. Σε ποια από τις περιπτώσεις η αντίθεση του αντικειμένου είναι μεγαλύτερη:
- A) τιμές pixel 5 και 10
- B) τιμές pixel 50,100

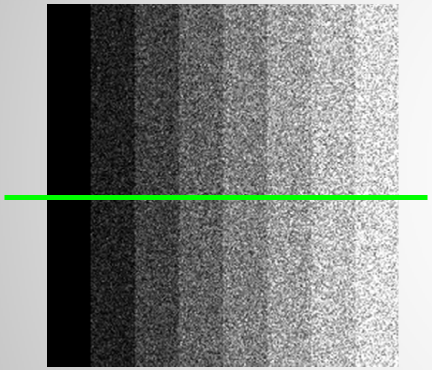
Κατανομή Poisson για μ=10 (α), μ=20 (β), μ=50 (γ) και μ=100 (δ).

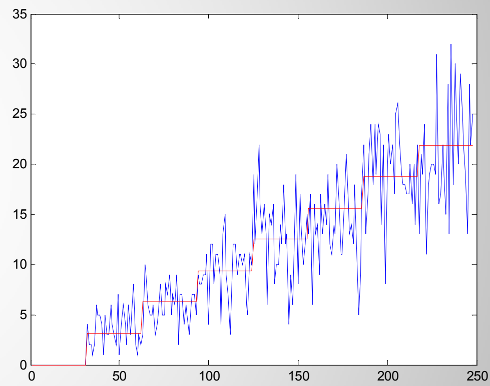


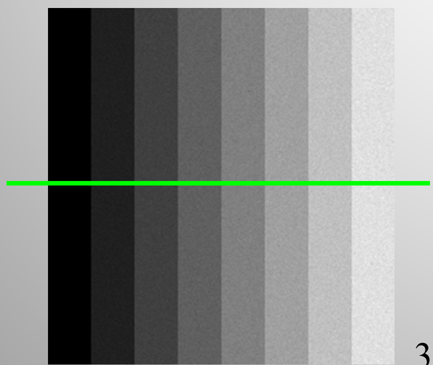
Θόρυβος Poisson σε συνθετικές εικόνες

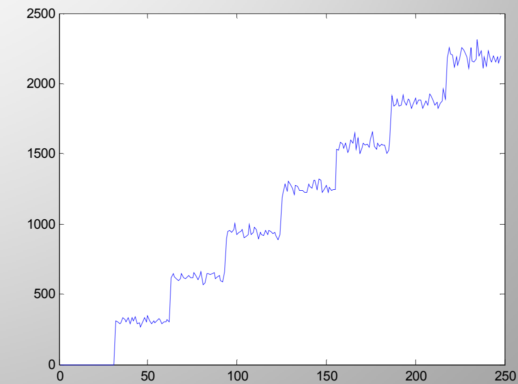




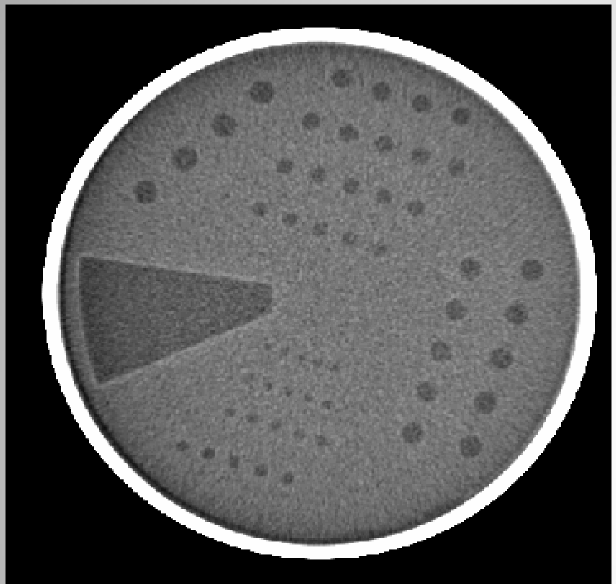


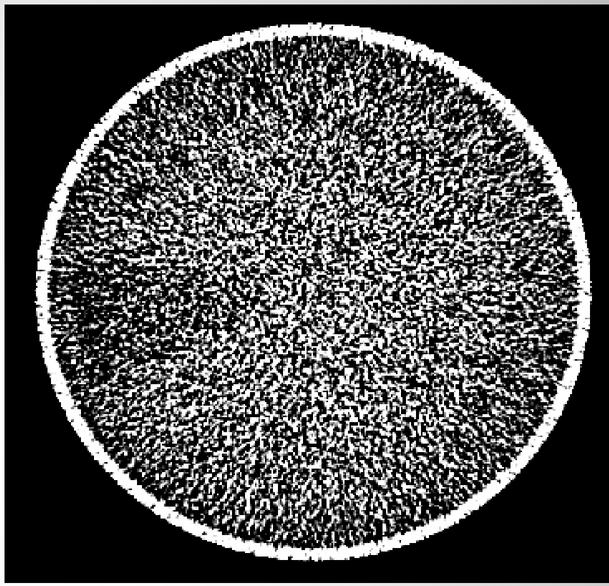




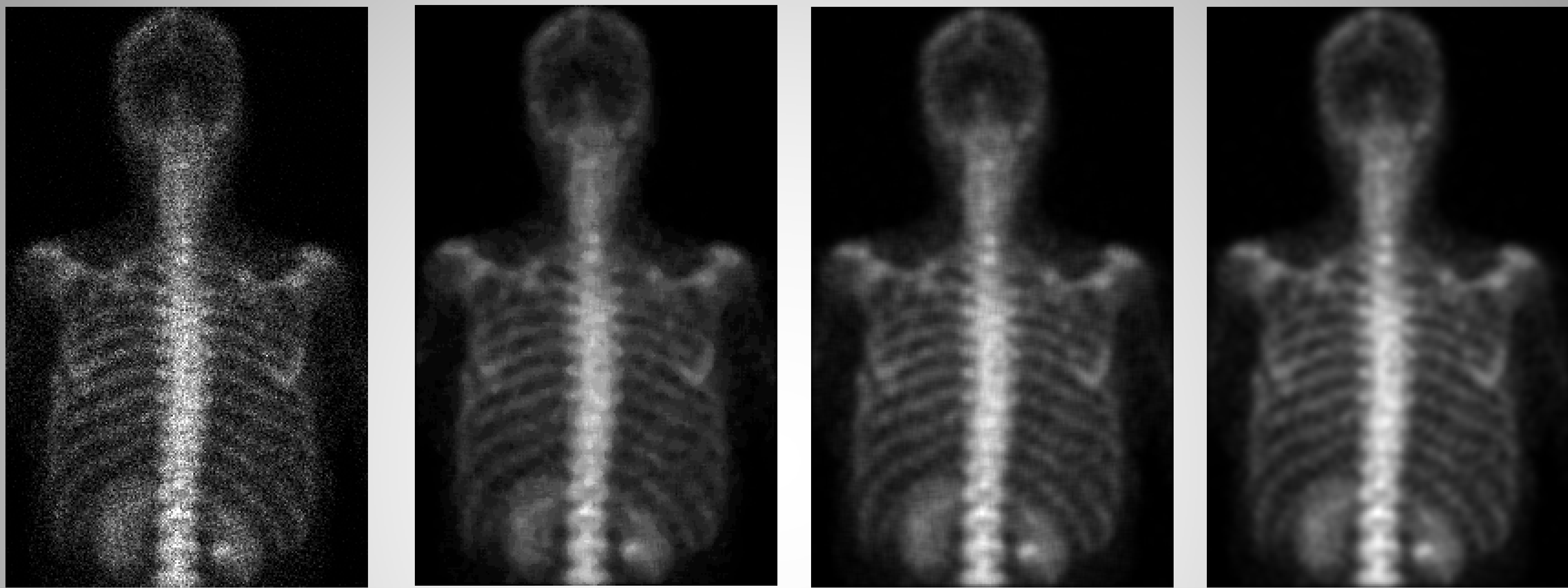


Παράδειγμα θορύβου Poisson σε ραδιογραφία phantom





- **μεγάλος αριθμός X** στο σχηματισμό εικόνας → μ μεγάλο
- **μικρός αριθμός φωτονίων X → μ μικρό**.



(α) (β) (γ) (δ)

(α) Εικόνα με θόρυβο poisson.

(β) Εφαρμογή φίλτρου ενδιάμεσης τιμής 5x5.

(γ) Εφαρμογή φίλτρου μέσου όρου 5x5.

(δ) Εφαρμογή φίλτρου γκαουσιανής 5x5, σ=2.

Ανεύρεση ακμών με χρήση συνέλιξης

- Ακμή -Edge- καλείται μία μεταβολή της φωτεινότητας της εικόνας.
  - Είναι ιδιότητα του pixel,
  - υπολογίζεται στην περιοχή του pixel και
  - είναι **διανυσματικό** μέγεθος → έχει μέτρο ***mag*** και διεύθυνση ***Φ***.
- Αν $I(x,y)$ εικόνα τότε το διάνυσμα της παραγώγου της εικόνας $g(x,y)$ υπολογίζεται ως εξής:

$$mag(g(x,y)) = |g(x,y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \qquad \Phi(g(x,y)) = \arctan\left(\frac{\partial I / \partial y}{\partial I / \partial x}\right)$$

Για απλοποίηση των υπολογισμών:

$$mag(g(x,y)) = |g(x,y)| = \left|\frac{\partial I}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial I}{\partial y}\right|$$

- Οι μερικές παράγωγοι υπολογίζονται διακριτά:

$$\left.\frac{\partial I}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} = I(x_0+1, y_0) - I(x_0-1, y_0)$$

$$\left.\frac{\partial I}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} = I(x_0, y_0+1) - I(x_0, y_0-1)$$

- Υλοποίηση με χρήση συνέλιξης:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = I * m_x$$

$$\frac{\partial I}{\partial y} = I * m_y$$

- Παραδείγματα των μασκών m_x, m_y δίνονται στην επόμενη διαφάνεια

- Prewitt Gradient μάσκες

$$m_x = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$m_y = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Sobel Gradient μάσκες

$$m_x = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$m_y = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Απλός αλγόριθμος για τον υπολογισμό ακμών βάσει μερικών παραγώγων:

- Υπολογίζεται η συνέλιξη της εικόνας *I* με τις μάσκες παραγώγισης κατά γραμμές και κατά στήλες
- Υπολογίζεται το μέτρο της παραγώγου σε κάθε pixel και χρησιμοποιείται η τεχνική της κατωφλίωσης (thresholding):
  – Ένα pixel (x,y) είναι pixel ακμής, αν το μέτρο της παραγώγου στο σημείο αυτό $g(x,y)>=T$, όπου T κατώφλι μέτρου παραγώγου

Παράδειγμα εφαρμογής μασκών Sobel για ανίχνευση ακμών

Αρχική εικόνα I

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	0	0
4	0	0	1	1	1	1	0	0
5	0	0	1	1	1	1	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Συνέλιξη I*Sobel_row

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	3	4	4	3	1	0
3	0	1	3	4	4	3	1	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	-1	-3	-4	-4	-3	-1	0
7	0	-1	-3	-4	-4	-3	-1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Συνέλιξη I*Sobel_column

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	3	0	0	-1	-1	0
3	0	1	3	0	0	-3	-3	0
4	0	4	4	0	0	-4	-4	0
5	0	4	4	0	0	-4	-4	0
6	0	-1	-3	0	0	-3	-1	0
7	0	-1	-3	0	0	-3	-1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Sobel row

	1	2	3
1	1	2	1
2	0	0	0
3	-1	-2	-1

Sobel column

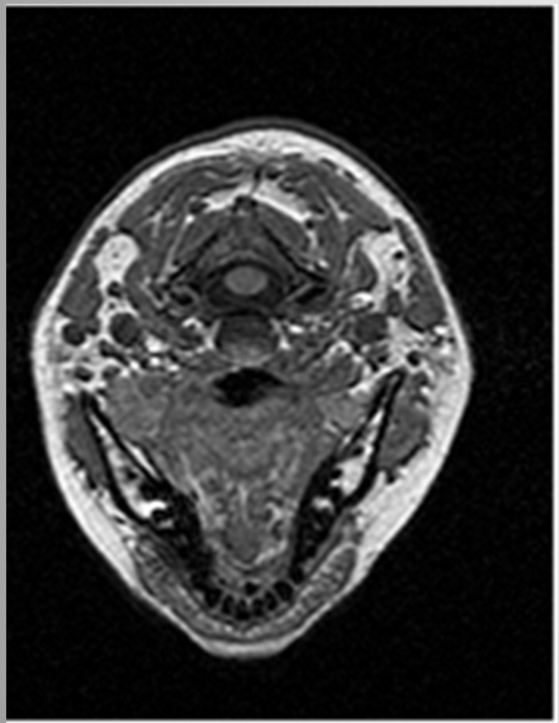
	1	2	3
1	1	0	-1
2	2	0	-2
3	1	0	-1

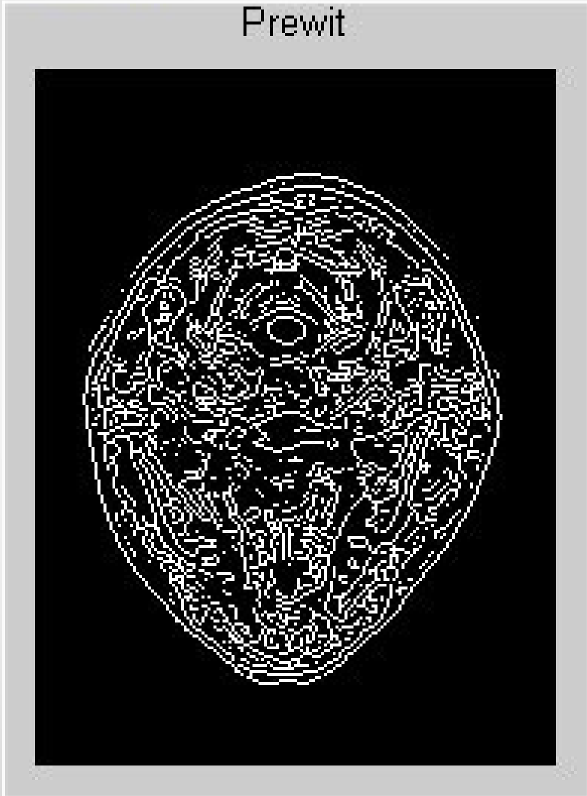
abs(I*Sobel_row)+abs(I*Sobel_column)

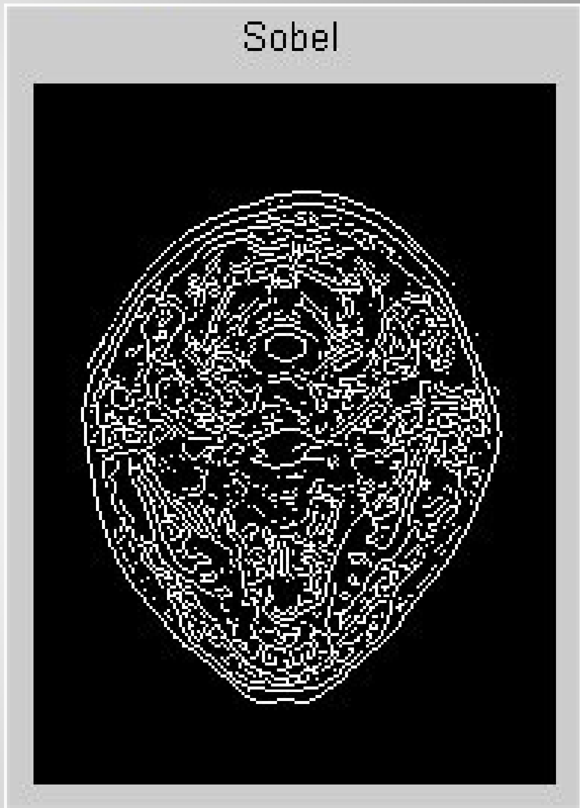
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	6	4	4	4	2	0
3	0	2	6	4	4	6	4	0
4	0	4	4	0	0	4	4	0
5	0	4	4	0	0	4	4	0
6	0	2	6	4	4	6	2	0
7	0	2	6	4	4	6	2	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Κ. Δελήμπασης

Παράδειγμα εφαρμογής των προηγούμενων μασκών

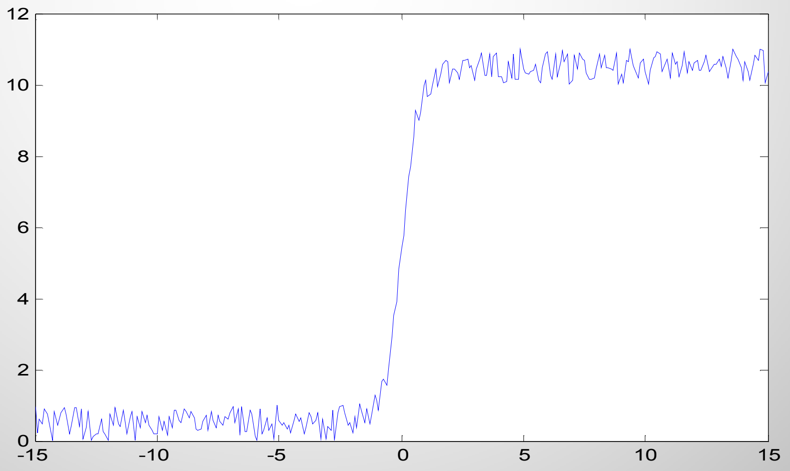


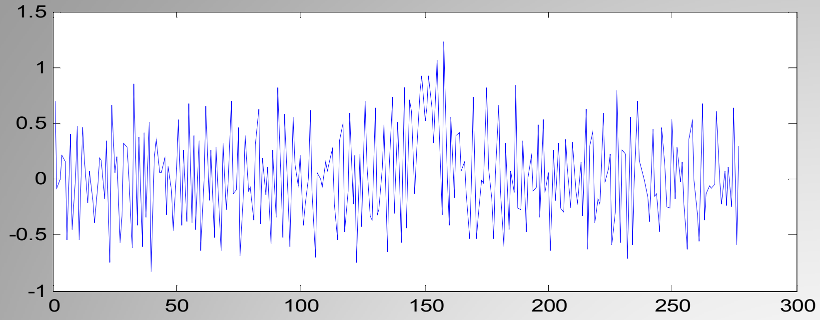




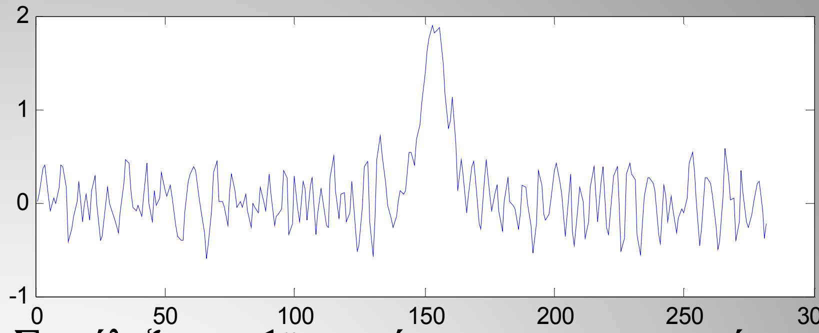
Ανεύρεση ακμών με χρήση συνέλιξης με παράγωγο της γκαουσιανής

- Εστω 1D ακμή με μη συσχετισμένο προσθετικό λευκό θόρυβο.
- Εφαρμόζουμε την συνέλιξη με τις μονοδιάστατες μάσκες Sobel και τις μονοδιάστατες γκαουσιανές παραγώγους, με διάφορετικό πλήθος στοιχείων.

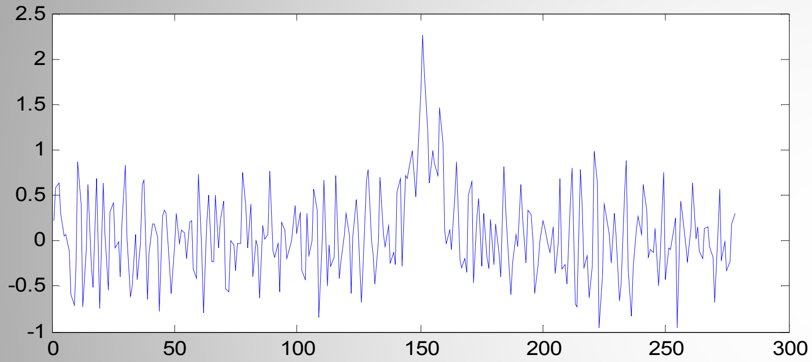




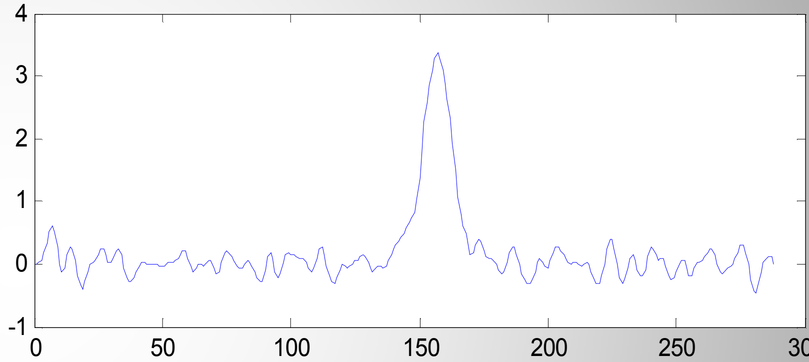
Συνέλιξη με [1,-1]



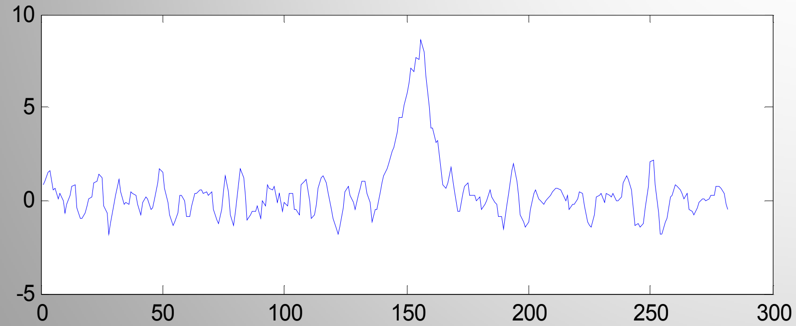
Συνέλιξη με 1^{η} παράγωγο γκαουσιανής, σ=1



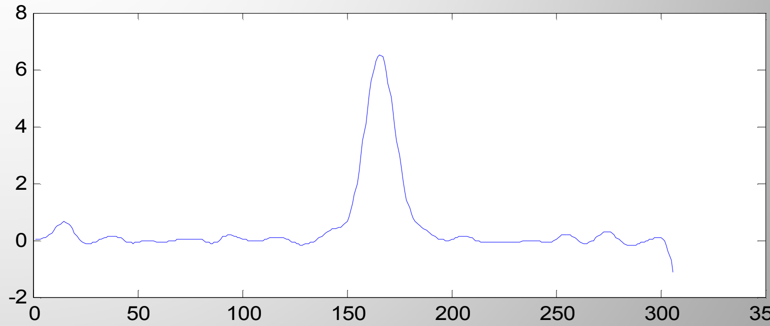
Συνέλιξη με [1,0,-1]



Συνέλιξη με 1^{η} παράγωγο γκαουσιανής, σ=2



Συνέλιξη με [1,1,1,1,0,-1,-1,-1,-1]



Συνέλιξη με 1^{η} παράγωγο γκαουσιανής, σ=5

Ακμές βάσει παραγώγων 2ης τάξης

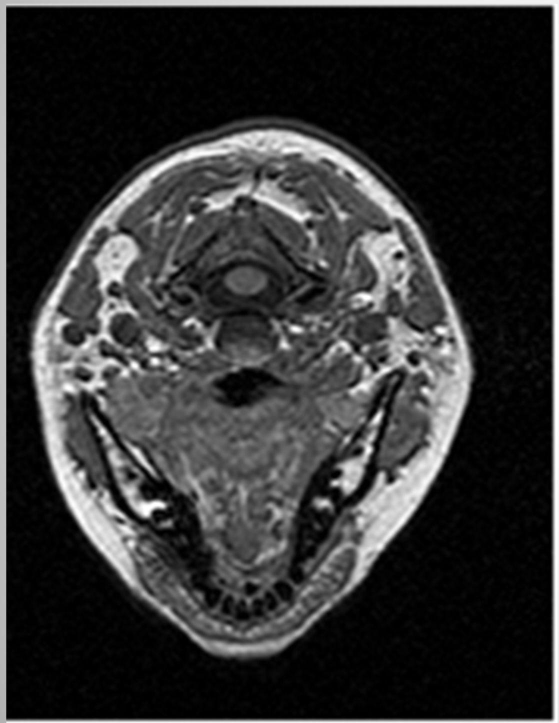
- Μαθηματικός ορισμός παραγώγου 2ης τάξης 2D συνάρτησης

$$L(I) = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$

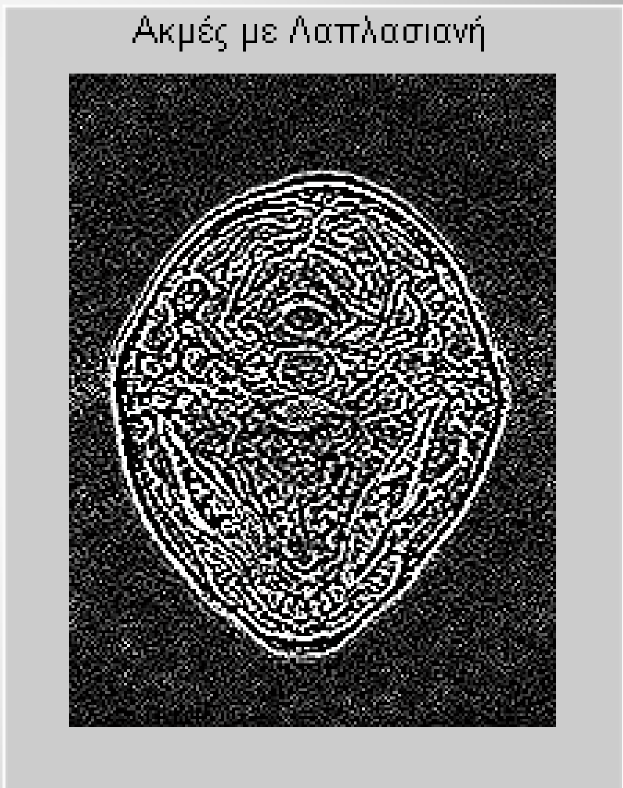
- Ο τελεστής *L* καλείται λαπλασιανή. Παρατηρείστε ότι η L δεν επιστρέφει διανυσματικό μέγεθος.
- Αποδεικνύεται ότι η λαπλασιανή μπορεί να προσεγγιστεί με συνέλιξη με πίνακα 3x3:

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Η Συνέλιξη μίας εικόνας με τους πίνακες της Λαπλασιανής L_1 ή L_2 εντοπίζει pixel ακμών, αλλά ταυτόχρονα ενισχύει το θόρυβο.



Αρχικά δεδομένα
(Raw data)



- Αντί του προηγούμενου χρησιμοποιείται η Λαπλασιανή (L) της συνέλιξης της εικόνας I με την Γκαουσιανή G -Laplacian of Gaussian LoG:

$$L(G * I) = L(G) * I$$

Λόγω γραμμικότητας

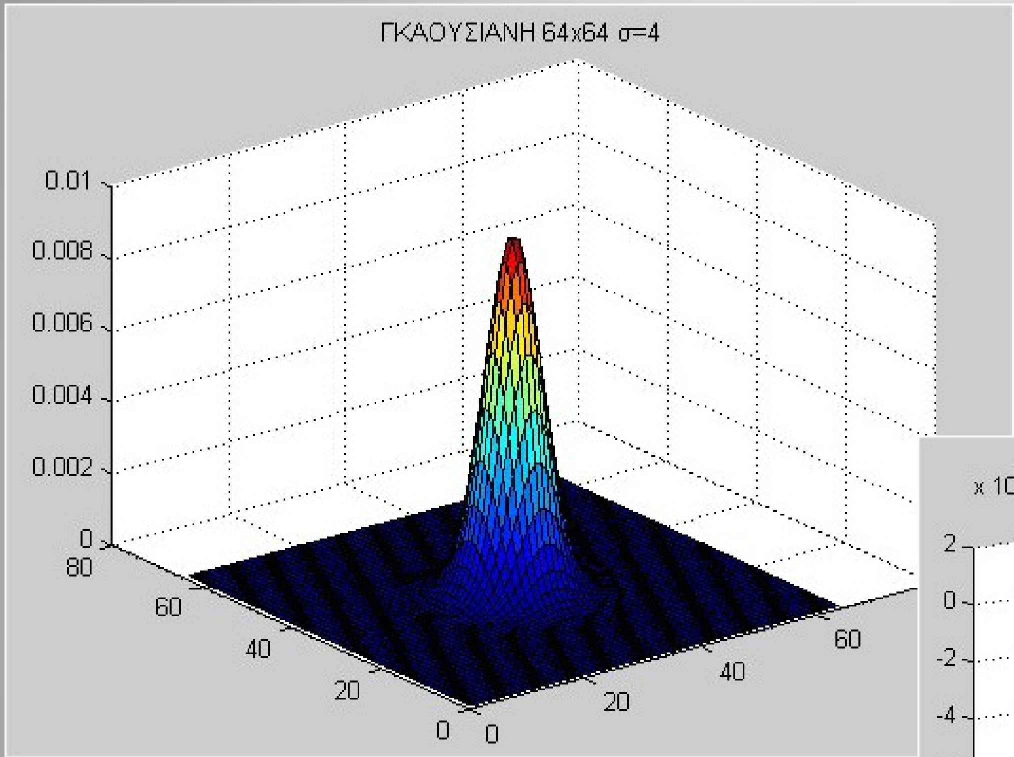
- O LoG υπολογίζεται αναλυτικά παραγωγίζοντας την μαθηματική έκφραση της γκαουσιανής G:

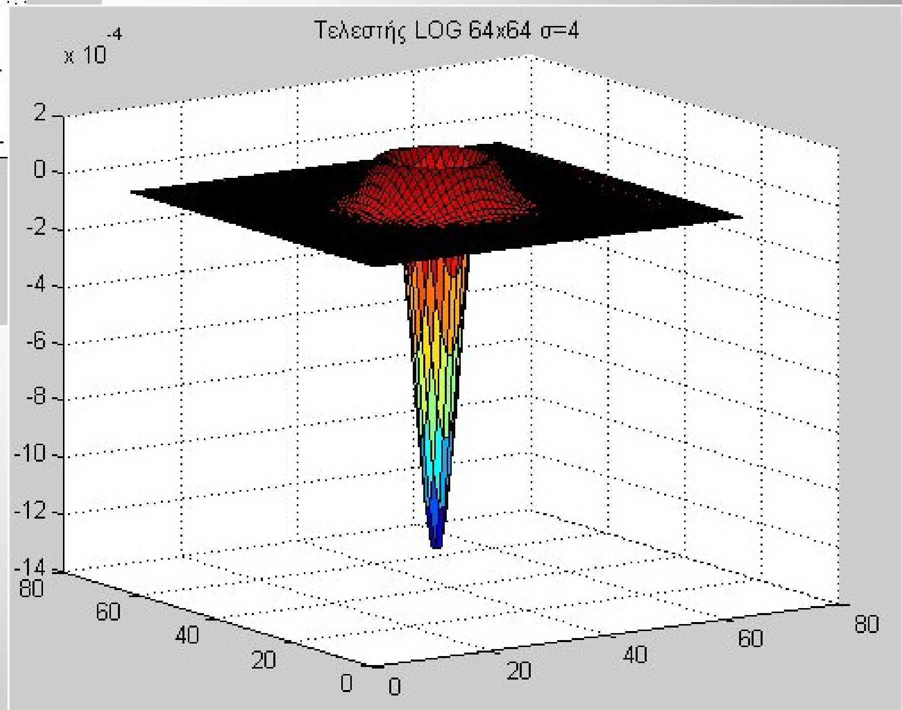
Για μάσκα $M(m,n)$, $m,n=-N \ldots N$ ισχύει:

$$LG(m,n) = c\left(\frac{\left(m^2+n^2\right)}{\sigma^2}-1\right)\exp\left(-\frac{m^2+n^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$c : \sum_m \sum_n LG(m,n) = 1$$

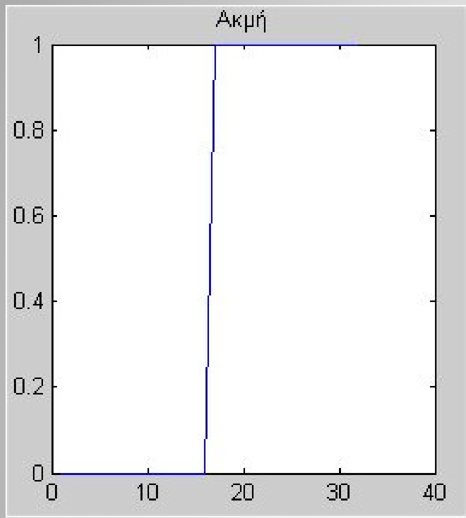
- Μπορεί να επαληθευτεί ότι η συνέλιξη μίας γκαουσιανής με τον πίνακα L_1 ή τον L_2 προσεγγίζει την αναλυτική έκφραση της LoG.

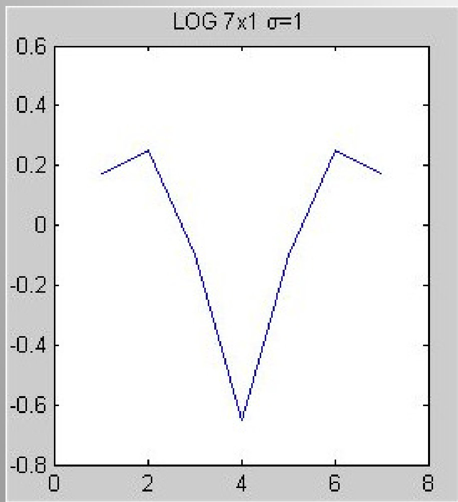

ΓΚΑΟΥΣΙΑΝΗ 64x64 σ=4
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
80
60
40
20
0
0
20
40
60

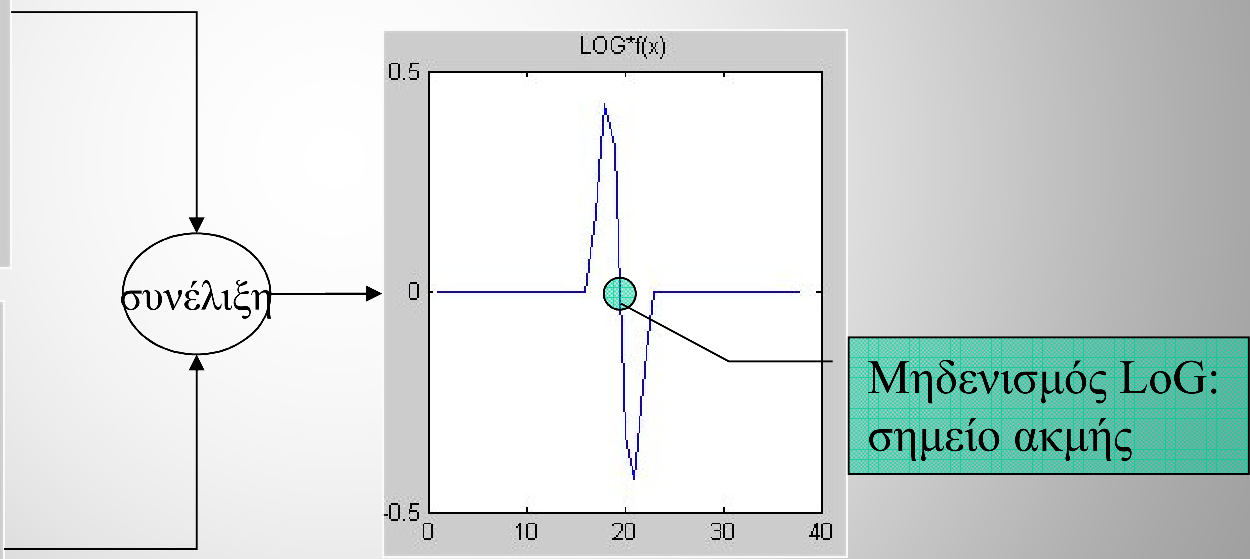

Τελεστής LOG 64x64 σ=4
x 10^-4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
80
60
40
20
0
0
20
40
60
80

Εφαρμογή LoG σε μία διάσταση

Η συνέλιξη της εικόνας Ι σε pixel ακμών με την LoG παράγει μηδενισμό του αποτελέσματος στα σημεία των ακμών. Ετσι όπου παρατηούμε 0 τιμές στα αποτελέσματα της συνέλιξης LoG*I εντοπίζουμε σημεία ακμής.







Το πρόβλημα της εύρεσης των σημείων μηδενισμού της LoG

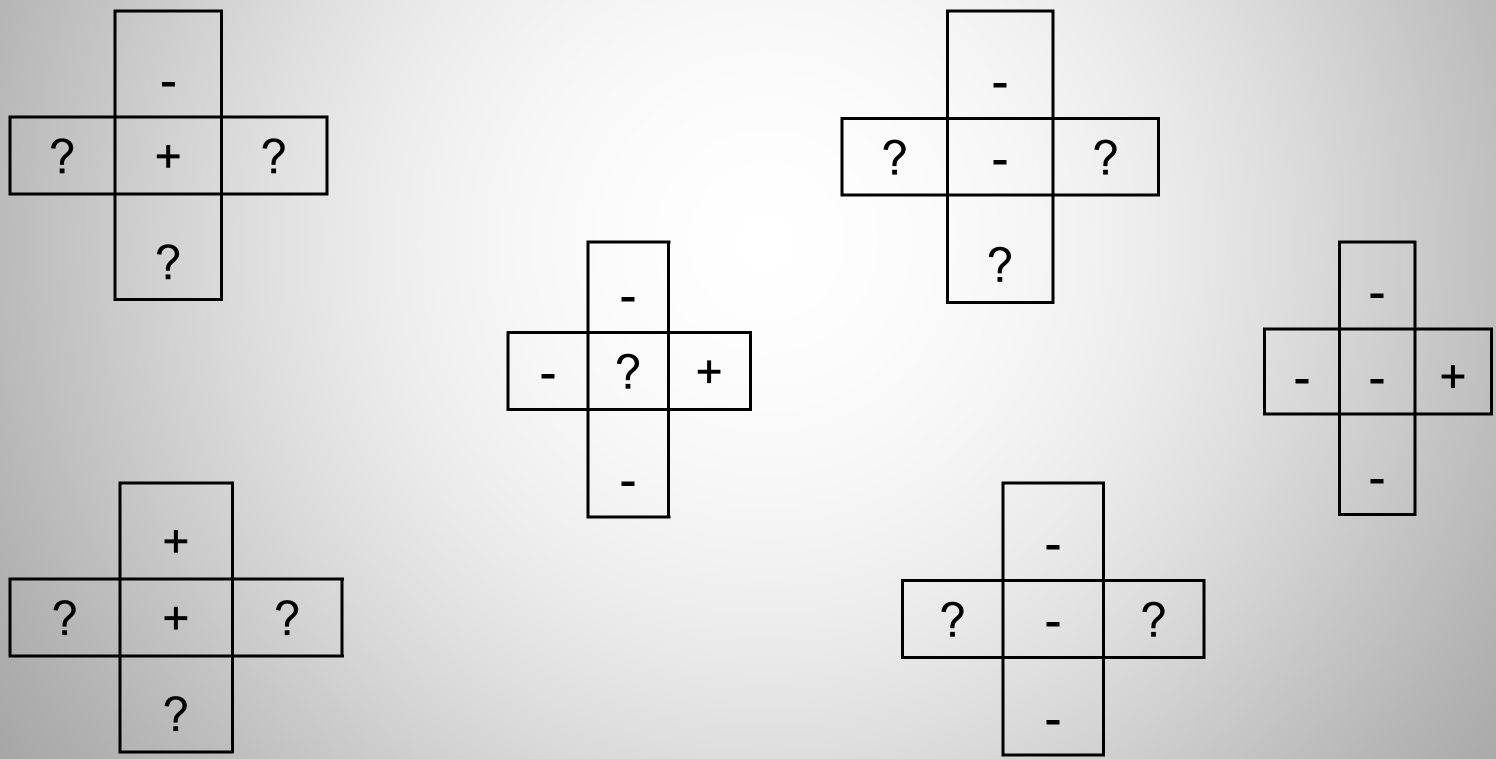
- Εν γένει, η συνέλιξη της LoG με την εικόνα I δεν δίνει ακριβώς μηδενικό αποτέλεσμα στα σημεία των ακμών.
- Εντοπίζουμε τα σημεία ακμών προσδιορίζοντας τα σημεία της εναλλαγής του προσήμου της I*LoG:
  - Έστω $I_2 = I$*LoG
  - Για κάθε pixel (i,j) της I_2
    - Το pixel (i,j) της I χαρακτηρίζεται ως ακμή της I αν $I_2(i,j)<0$ AND
    - ένα τουλάχιστον από τα $[I_2(i,j+1), I_2(i,j-1), I_2(i-1,j), I_2(i+1,j)]$ είναι >0 AND
    - $|I_2(i,j)$-max$([I_2(i,j+1), I_2(i,j-1), I_2(i-1,j), I_2(i+1,j)])|$>κατώφλι

+: I*LoG >0

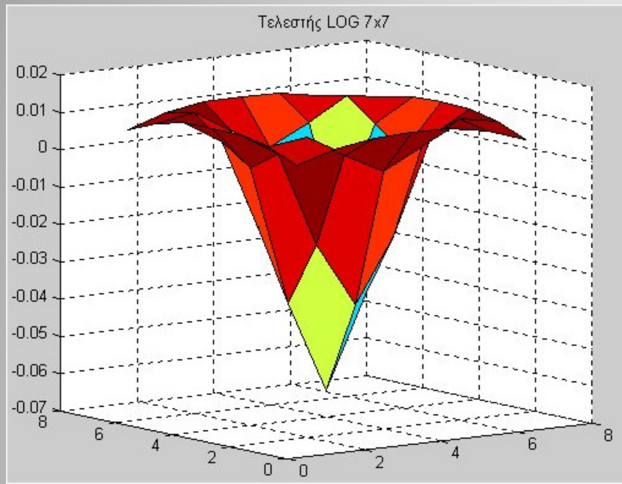
-: I*LoG<0

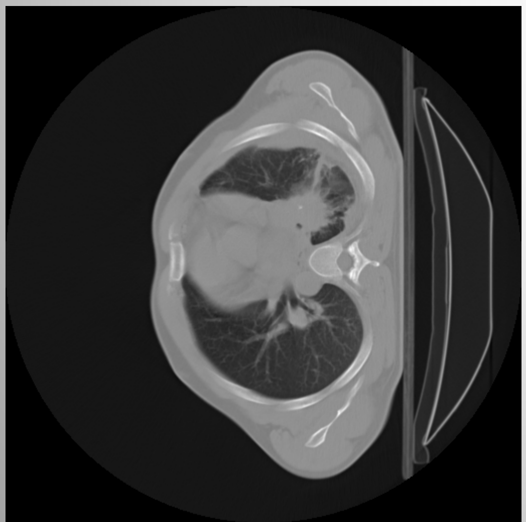
?: οτιδήποτε

Ποιά από τα παρακάτω pixel ανήκουν σε ακμές ?

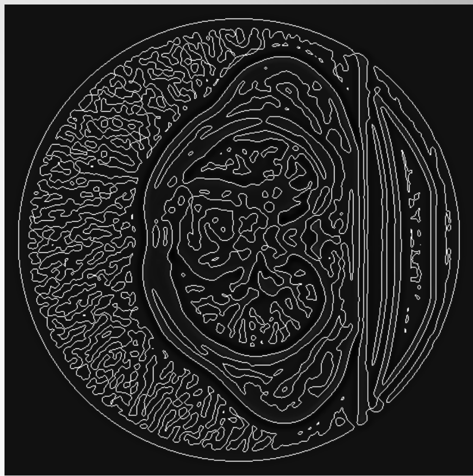


Εφαρμογή LoG σε δύο διαστάσεις

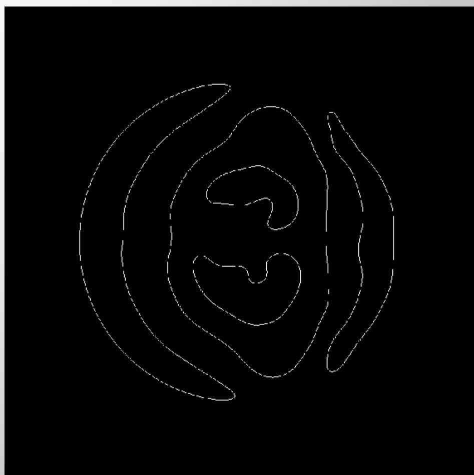




Αποτέλεσμα
για σ=1



Αποτέλεσμα
για σ=7



Παράδειγμα ανίχνευσης ακμών εικόνας *I* με χρήση της Λαπλασιανής μάσκας *Λ*

- καξηκ

Αρχική εικόνα I

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	0	0
4	0	0	1	1	1	1	0	0
5	0	0	1	1	1	1	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Αποτέλεσμα της συνέλιξης με Λαπλασιανή

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	1	0	0
3	0	1	-2	-1	-1	-2	1	0
4	0	1	-1	0	0	-1	1	0
5	0	1	-1	0	0	-1	1	0
6	0	1	-2	-1	-1	-2	1	0
7	0	0	1	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Λαπλασιανή

	1	2	3
1	0	1	0
2	1	-4	1
3	0	1	0

Αποτέλεσμα της ανίχνευσης ακμών

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	0	0
4	0	0	1	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	0	1	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Ανίχνευση ακμών με τον τελεστή Canny Canny edge detector

- Τα βήματα του τελεστή ανίχνευσης ακμών Canny είναι τα ακόλουθα:
  - Υπολογισμός της κλίσης (gradient) της εικόνας μέσω συνέλιξης με την αναλυτικά υπολογισμένη παράγωγο της Gaussian για συμίεση θορύβου

$$\frac{\partial(I*g)}{\partial x}(x,y)=\left(I*\frac{\partial g}{\partial x}\right)(x,y)=I_{Gx}(x,y)$$

$$\frac{\partial(I*g)}{\partial y}(x,y)=\left(I*\frac{\partial g}{\partial y}\right)(x,y)=I_{Gy}(x,y)$$

$$g(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\left(x^2+y^2\right)/2\sigma^2}$$

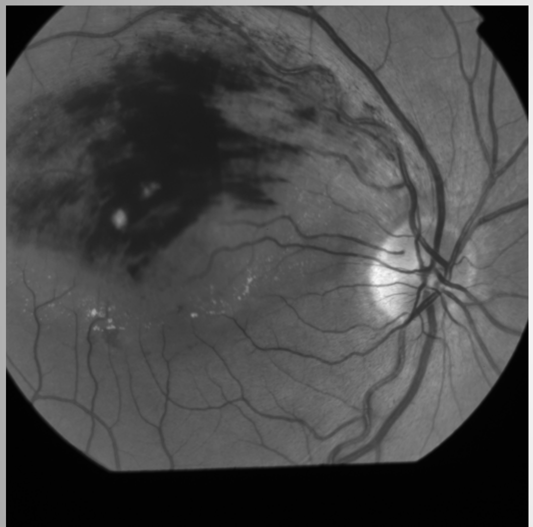
$$|G|=\sqrt{I_{Gx}^2+I_{Gy}^2},G_\Theta=\tan^{-1}\left(\frac{I_{Gy}}{I_{Gx}}\right)$$

- Καταστολή των μη μέγιστων τιμών, ώστε νε μην συνυπολογίζονται ψευδοακμές:
  - Για κάθε pixel ελέγχεται αν το μέτρο του διανύσματος κλίσης είναι μεγαλύτερο από το μέτρο του διανύσματος κλίσης στα δύο pixel εκατέρωθεν αυτού, σε διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος κλίσης (έχει υπολογιστεί στο προηγούμενο βήμα).
  - Αν η παραπάνω συνθήκη δεν πληρείται, το pixel δεν θεωρείται pixel ακμής.
- Κατωφλίωση υστέρησης (Hysterisis thresholding)
  - Τα προηγούμενα βήματα έχουν δημιουργήσει ένα αριθμό από υποψήφια pixel ακμών.
  - Ορίζονται δύο κατώφλια (thresholds), T_L, T_H ($T_L < T_H$)
  - Εντοπίζεται ένα (αρχικό) pixel ακμής με μέτρο κλίσης $|G| > T_H$
  - Εντοπιζονται όλα τα pixel ακμής με μέτρο κλίσης $|G| > T_L$ *τα* οποία είναι συνδεδεμένα με το (αρχικό) pixel ακμής.

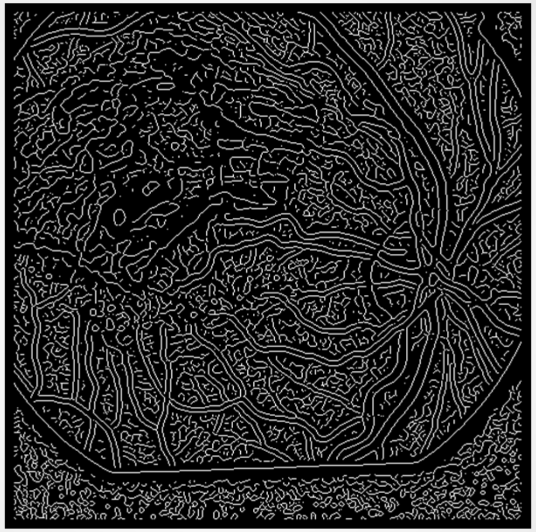
- Τα προηγούμενα δύο βήματα επαναλαμβάνονται όσο υπάρχουν pixel ακμής με μέτρο κλίσης $|G| > T_H$. Οσα pixel έχουν μέτρο κλίσης $|G| > T_L$. ή $T_H > |G| > T_L$ και δεν είναι συνδεδεμένα με αρχικό pixel ακμής με μέτρο κλίσης $|G| > T_H$ δεν θεωρούνται pixel ακμής.

• Ο τελεστής ανίχνευσης ακμών Canny αποτελεί έναν από τους πλέον ισχυρούς τελεστές και χρησιμοποιείται σε πολλές εφαρμογές.

Παράδειγμα εφαρμογής του τελεστή Canny για ανίχνευση αγγείων



Αρχική εικόνα



Ακμές μετά την καταστολή των μη μέγιστων τιμών

Ακμές μετά την κατωφλίωση υστέρησης

Δυαδικές εικόνες: Μετασχηματισμός Απόστασης (Distance Transform)

- Έστω δυαδική εικόνα $I(i,j)$ η οποία περιέχει pixel ακμών με τιμή 0 (ενώ τιμή υποβάθρου θεωρείται η μεγιστη πχ 255). Σε περίπτωση που η εικόνα ακμών είναι δυαδική με τιμή 1 (ακμή) και 0 (υπόβαθρο), κάνουμε τον απαραίτητο μετασχηματισμό.
- Ο DT παράγει μία εικόνα της οποίας το κάθε pixel περιέχει την απόσταση του από το κοντινότερο pixel ακμών.
- Ο DT είναι χρήσιμος για την ταύτιση αντικειμένων με ψηφιακές εικόνες.
- Επισημαίνεται ότι ο αλγόριθμος που ακολουθεί δεν είναι ο βέλτιστος (χρειάζεται πολλαπλά περάσματα της εικόνας και δεν υπολογίζει ευκλίδεια απόσταση), αλλά παουσιάζεται λόγω απλότητας.

Αλγόριθμος Μετασχηματισμού απόστασης Manhattan

Εισοδος: Ι εικόνα ακμών (δυαδική)

Εξοδος: Ι εικόνα απόστασης (ακέραιες τιμές)

```
k=0
while (υπάρχουν pixel υποβάθρου)
   k=k+1;
   Για κάθε pixel p της εικόνας
        Αν p είναι pixel υποβάθρου
             Για κάθε ένα από τους 4 γείτονες n του p
                  Αν I(n)=k-1 then I(p)=I(n)+1;
             end
        end
   end
end
```

Παράδειγμα εφαρμογής του αλγόριθμου DT

- εφελ

	1	2	3	4
1	0	255	255	255
2	255	255	255	255
3	255	255	255	255
4	255	255	255	0

Εικόνα *I*

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	1	255	255
2	1	255	255	255
3	255	255	255	1
4	255	255	1	0

Εικόνα *I* μετά το 1^o βήμα (k=1).

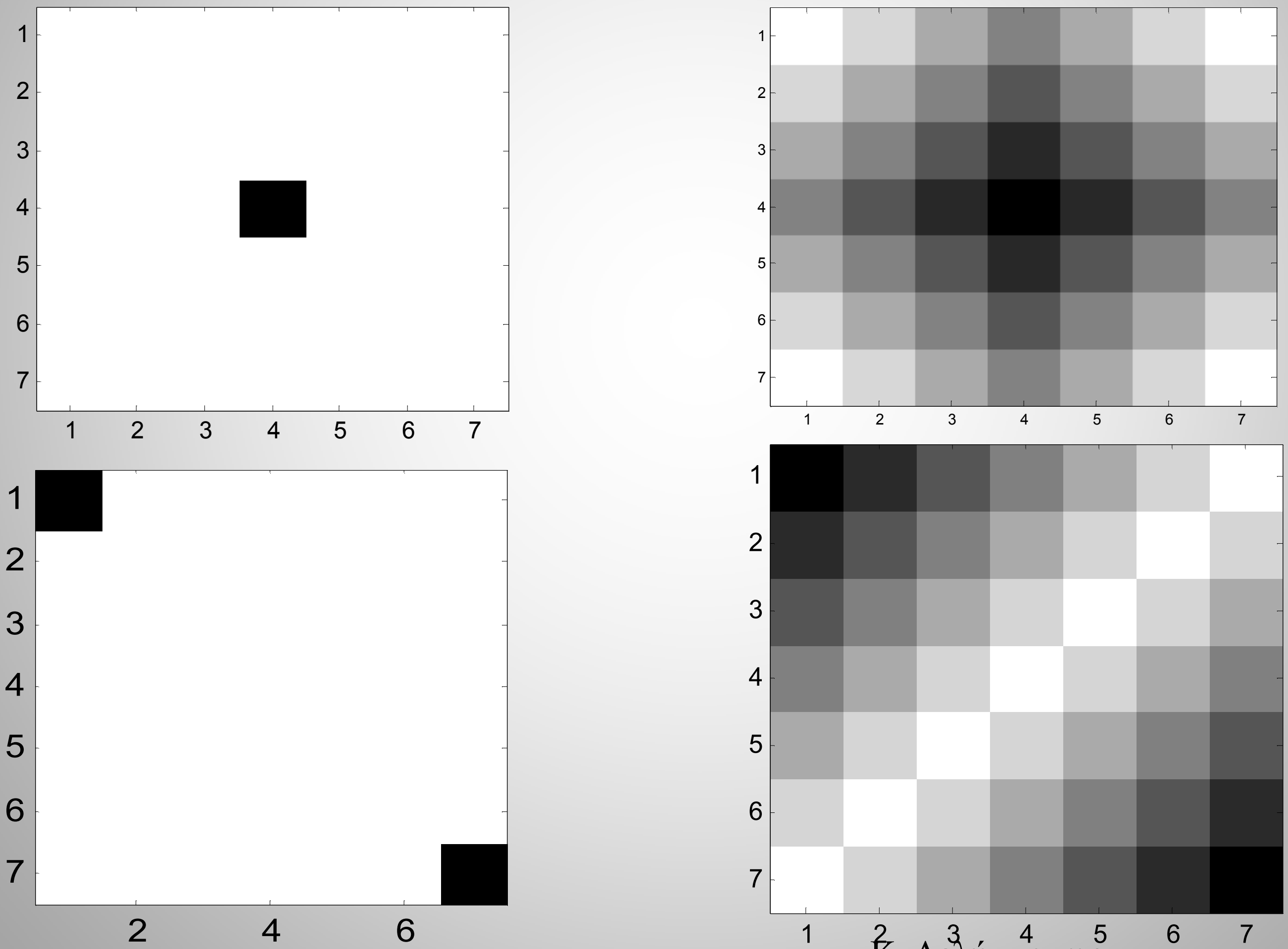
	1	**2**	**3**	**4**
1	0	1	2	255
2	1	2	255	2
3	2	255	2	1
4	255	2	1	0

Εικόνα *I* μετά το 2^o βήμα (k=2).

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	1	2	3
2	1	2	3	2
3	2	3	2	1
4	3	2	1	0

Εικόνα *I* μετά το 3^o βήμα (k=3).

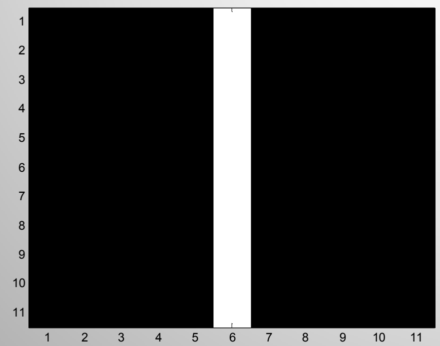
Εφαρμογή του αλγόριθμου DT

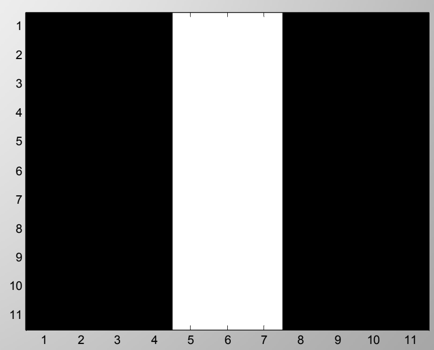


Μορφολογικοί τελεστές: Διαστολή (Dilation)

- Ορίζουμε το δομικό στοιχείο (structuring element -B) σαν μία δυαδική μάσκα και λαμβάνομε το συμμετρικό του ως προς το κεντρικό του pixel. $\hat{B}_z$
- Το αποτέλεσμα του Dilation της δυαδικής εικόνας A με το B είναι μία δυαδική εικόνα της οποίας κάθε pixel p έχει τιμή 1, αν και μόνο αν: το κεντρικό pixel του συμμετρικού (ως προς το κεντρικό pixel) B τοποθετηθεί στο p και ένα τουλάχιστον από τα επικαλυπτόμενα pixels έχει τιμή 1 τόσο στο συμμετρικό SE, όσο και στην δυαδική εικόνα.

$$A \oplus B = \left\{ z : \hat{B}_z \cap A \neq \varnothing \right\}$$

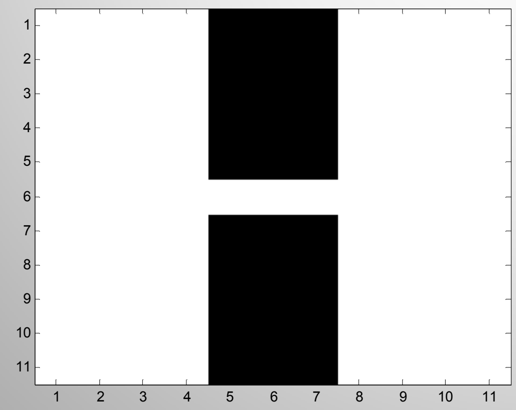


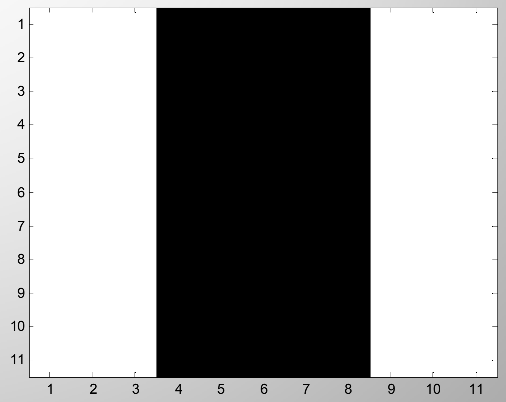


Μορφολογικοί τελεστές: Διάβρωση (Erosion)

- Ορίζουμε το δομικό στοιχείο (structuring element -B) σαν μία δυαδική μάσκα και **δεν** λαμβάνουμε το συμμετρικό του ως προς το κεντρικό του pixel.
- Το αποτέλεσμα του Dilation της δυαδικής εικόνας A με το B είναι μία δυαδική εικόνα της οποίας κάθε pixel p έχει τιμή 1, αν και μόνο αν: το κεντρικό pixel του B τοποθετηθεί στο p και όλα τα μη μηδενικά pixels του B_p βρίσκονται σε επικαλυπτόμενα pixels μη μηδενικά pixels της δυαδικής εικόνας A.

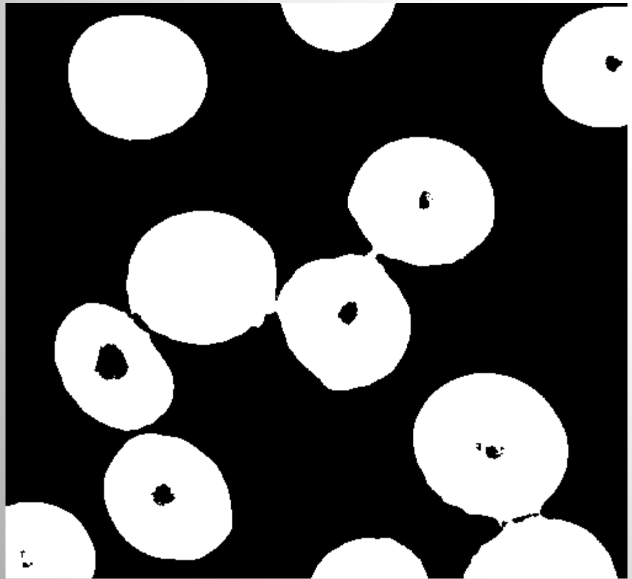
$$A \ominus B = \left\{ p : B_p \subseteq A \right\}$$

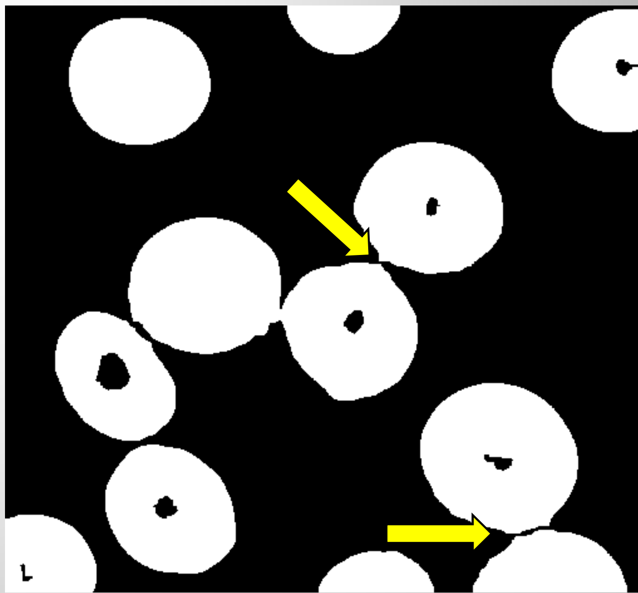




Συνδυασμός Μορφολογικών τελεστών: Ανοιγμα (opening) – Κλείσιμο (closing) εικόνας

- Εστω εικόνα *I* και δομικό στοιχείο *B*. Ορίζονται οι ακόλουθοι τελεστές:
  - Κλείσιμο εικόνας: $I_1 = \left(I \oplus B\right) \ominus B$
  - Ανοιγμα εικόνας: $I_1 = \left(I \ominus B\right) \oplus B$





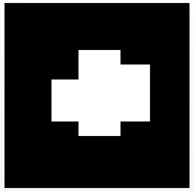
Μορφολογικός αλγόριθμος εξαγωγής περιγράμματος

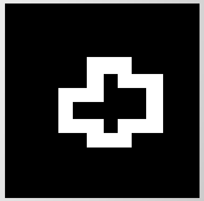
Εισοδος: I δυαδική εικόνα με συμπαγή περιοχή μη μηδενικών pixel (8-connected)

Εξοδος: I δυαδική εικόνα με επισημασμένα τα pixel του περιγράμματος της περιοχής

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I = I - \left(I \ominus B \right)$$





Αλγόριθμος Μορφολογικό γέμισμα περιοχής (region filling)

Εισοδος: Ι δυαδική εικόνα με **κλειστό περίγραμμα** (8-connected)

Συνταταγμένες σημείου p εντός περιγράμματος

Εξοδος: Ι δυαδική εικόνα με επισημασμένα τα pixel εντός του περιγράμματος

k=0

X_0: δυαδική εικόνα $X_0(q) = \begin{cases} 1 & q = p \\ 0 & q \neq p \end{cases}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

While $X_k \neq X_{k-1}$

$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap I^c$

k=k+1

end

$I = X_k \cup I$

Παράδειγμα μορφολογικού γεμίσματος περιοχής

- Εστω η αρχική εικόνα *I* και ένα αρχικό pixel εντός του περιγράμματος (επισημαίνεται με το βέλος). Η εξέλιξη του αλγόριθμου του μορφολογικού γεμίσματος περιοχής είναι η ακόλουθη:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	1	1	0	0
3	0	1	0	0	0	1	0	0
4	0	1	1	1	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	1	0	0
7	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Αρχική εικόνα I

	1	**2**	**3**
1	0	1	0
2	1	1	1
3	0	1	0

Δομικό στοιχείο B

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Εικόνα X0

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	1	1	1	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Διαστολή της X0 με το B

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

X1=τομή της (Διαστολή της X0 με το B) με την I^c

Συμπλήρωμα αρχικής εικόνας I^c

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0	1	1
3	1	0	1	1	1	0	1	1
4	1	0	0	0	1	0	1	1
5	1	1	1	0	1	0	1	1
6	1	1	1	0	1	0	1	1
7	1	1	1	0	0	0	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

	1	2	3
1	0	1	0
2	1	1	1
3	0	1	0

Δομικό στοιχείο B

Κ. Δελήμπασης

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	0	0
4	0	0	0	1	1	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Διαστολή της X1 με το B

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

X2=τομή της (Διαστολή της X1 με το B) με την I^c

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0
3	0	1	1	1	1	1	0	0
4	0	0	1	1	1	1	0	0
5	0	0	0	1	1	1	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Διαστολή της X2 με το B

Συμπλήρωμα αρχικής εικόνας I^c

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0	1	1
3	1	0	1	1	1	0	1	1
4	1	0	0	0	1	0	1	1
5	1	1	1	0	1	0	1	1
6	1	1	1	0	1	0	1	1
7	1	1	1	0	0	0	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

	1	2	3
1	0	1	0
2	1	1	1
3	0	1	0

Δομικό στοιχείο B

Κ. Δελήμπασης

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

X2=τομή της (Διαστολή της X1 με το B) με την I^c

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	1	1	0	0
3	0	1	1	1	1	1	0	0
4	0	1	1	1	1	1	0	0
5	0	0	0	1	1	1	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0
7	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Ενωση της X2 με την I.

Συμπλήρωμα αρχικής εικόνας I^c

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	0	0	1	1
3	1	0	1	1	1	0	1	1
4	1	0	0	0	1	0	1	1
5	1	1	1	0	1	0	1	1
6	1	1	1	0	1	0	1	1
7	1	1	1	0	0	0	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

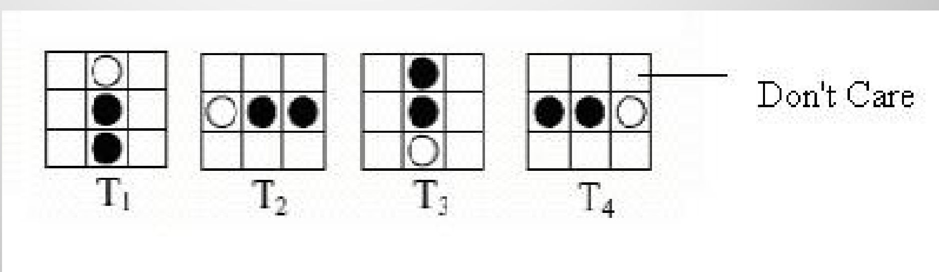
Αρχική εικόνα I

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	1	1	0	0
3	0	1	0	0	0	1	0	0
4	0	1	1	1	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	1	0	0
7	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Λέπτυνση – Εξαγωγή κεντρικού άξονα Thinning

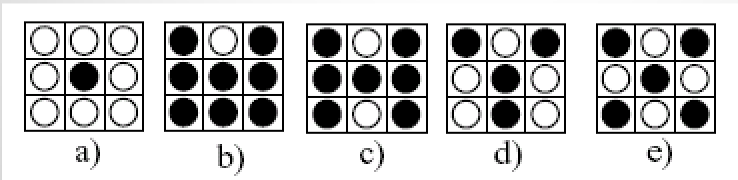
- Για κάθε pixel **p**, θεωρείστε την ακολουθία των pixels {x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x1}
- Ορίζουμε ως Connectivity το πλήθος των μεταβάσεων 0→1, καθώς διατρέχουμε τη ακολουθία των pixel.
- Εντοπίζουμε τα pixel p1 που πληρούν τη συνθήκη T1,
  - τα pixel p2 που πληρούν τη συνθήκη T2
  - τα pixel p3 που πληρούν τη συνθήκη T3
  - τα pixel p4 που πληρούν τη συνθήκη T4

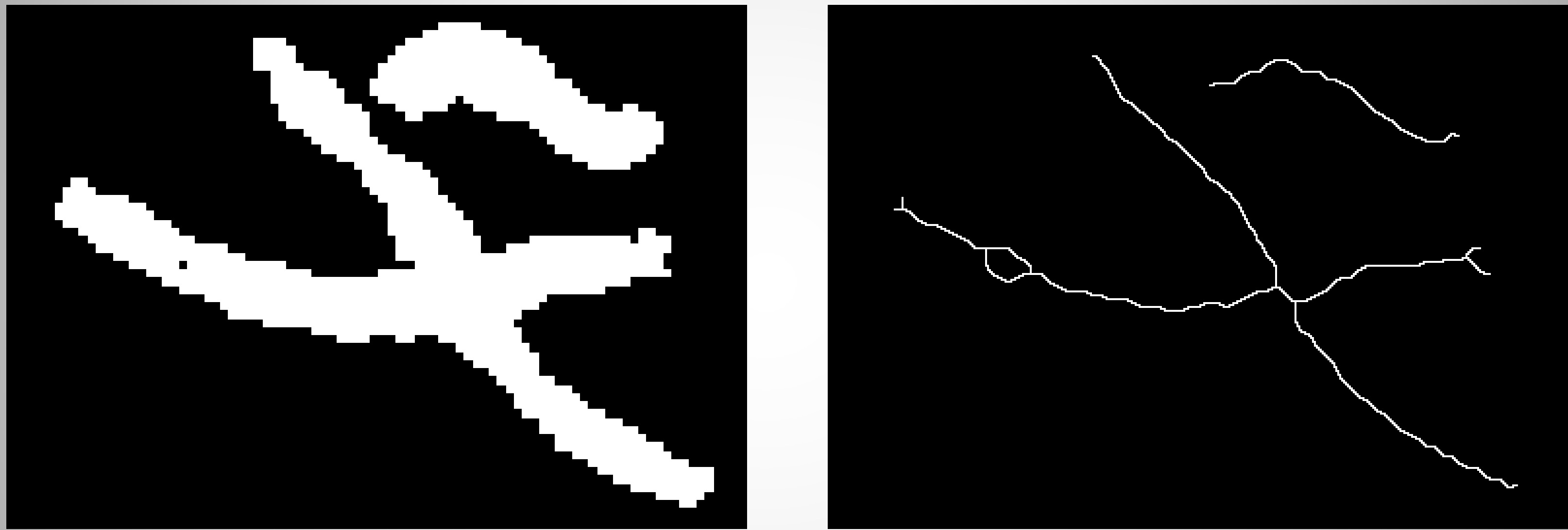
	1	**2**	**3**
1	x8	x1	x2
2	x7	**p**	x3
3	x6	x5	x4



- Εντοπίζουμε τα pixel p που πληρούν τη συνθήκη T1 AND πλήθος γειτόνων>1 AND connectivity(p)=1
- I(p)=0
- Επανυπολογίζουμε πλήθος γειτόνων και connectivity
- Εντοπίζουμε τα pixel p που πληρούν τη συνθήκη T2 AND πλήθος γειτόνων>1 AND connectivity(p)=1
- I(p)=0
- Επανυπολογίζουμε πλήθος γειτόνων και connectivity
- Εντοπίζουμε τα pixel p που πληρούν τη συνθήκη T3 AND πλήθος γειτόνων>1 AND connectivity(p)=1
- I(p)=0
- Επανυπολογίζουμε πλήθος γειτόνων και connectivity

- Εντοπίζουμε τα pixel p που πληρούν τη συνθήκη T4 AND πλήθος γειτόνων>1 AND connectivity(p)=1
- I(p)=0





Απαρίθμηση αντικειμένων – Component labelling

- *Είσοδος*: δυαδική εικόνα *I*
- *Εξοδος*: εικόνα *L* με διαστάσεις ίσες με την είσοδο και τιμές [0,*n*], 0: υπόβαθρο, *n*: πλήθος μη συνεδεμένων στοιχείων

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	1	1	0
3	0	1	0	0	0	1	1	0
4	0	1	1	1	0	1	1	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	1	0	0	0	1	0	0
7	0	1	0	0	1	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Είσοδος αλγορίθμου

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	2	2	0
3	0	1	0	0	0	2	2	0
4	0	1	1	1	0	2	2	0
5	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	3	0	0	0	4	0	0
7	0	3	0	0	4	4	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Εξοδος αλγορίθμου

	1	2	3
1	0	p2	0
2	p1	p0	0
3	0	0	0

- Μεταβλητές
  - I: binary image
  - L: label image
  - Equiv_table: πίνακας ισοδυναμίας label
- Ο αλγόριθμος εκτελείται σε 2 περάσματα:
  - Σε κάθε τρέχον pixel ελέγχονται τα pixel που έχουν ήδη επεξεργαστεί.
  - Αν όλα έχουν Label=0, τότε
  - Αν έχουν κοινό Label>0 τότε
  - Αν έχουν διαφορετικά Label>0 τότε

```
current_label=0
for each pixel p of I
    if I(p)<>0
        if L(p1)==0 AND L(p2)==0
            current_label= current_label+1
            L(p)=current_label
        else if L(p1)==L(p2) AND L(P1)>0
            current_label=current_label+1
            L(p)=current_label
        else if L(p1)>0 AND L(p2)>0 AND L(p1)<>L(p2)
            L(p)=min(L(p1),L(p2))
            equiv_table(L(p1),L(p2))=1
        end
    end
end
```

Παράδειγμα εφαρμογής Component labelling

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	1	1	1
3	0	0	0	1	0	0	0	1
4	0	1	1	1	0	1	1	1
5	0	0	0	1	0	0	0	1
6	0	1	1	1	0	1	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Αρχική δυαδική εικόνα

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	2	2	2
3	0	0	0	1	0	0	0	2
4	0	3	3	1	0	4	4	2
5	0	0	0	1	0	0	0	2
6	0	5	5	1	0	6	6	2
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Component labelling
(πρώτο πέρασμα)

- Παρατηρούμε ότι το label 1 είναι ισοδύναμο με το 3 και το label 3 είναι ισοδύναμο με το label 5. Ομοίως το label 2 είναι ισοδύναμο με το 4 και το label 4 είναι ισοδύναμο με το label 6. Ο πίνακας ισοδυναμίας Α έχει την ακόλουθη μορφή:

Label	Label					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	1	0	0
3	0	0	1	0	1	0
4	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	1

- Ο πίνακας Α*Α υπολογίζει το κάθε χρώμα με ποια label είναι ισοδύναμο με έως και 2 βήματα ισοδυναμίας. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίενεται ότι το label 1 είναι απευθείας ισοδύναμο με το label 5 και επίσης ισοδύναμο με το label 3 με 2 βήματα (μεσω του label 5).
- Γενικά ο A^n δείχνει αν υπάρχει σύνδεση μεταξύ 3 label μέσω n βημάτων.

		Label					
		1	2	3	4	5	6
Label	1	1	0	2	0	1	0
	2	0	1	0	2	0	1
	3	0	0	1	0	2	0
	4	0	0	0	1	0	2
	5	0	0	0	0	1	0
	6	0	0	0	0	0	1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	2	2	2
3	0	0	0	1	0	0	0	2
4	0	1	1	1	0	2	2	2
5	0	0	0	1	0	0	0	2
6	0	1	1	1	0	2	2	2
7	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Component labelling (2^o πέρασμα) μετά την εφαρμγή του πίνακα ισοδυναμίας

Μορφολογικός αλγόριθμος ανεύρεσης αντικειμένου σε δυαδική εικόνα (Hit and Miss)

Εισοδος: I δυαδική εικόνα με πολλά αντικείμενα (τιμή pixel αντικειμένου 1, τιμή υποβάθρου 0

Εξοδος: I δυαδική εικόνα με επισημασμένα το pixel θέσης του αντικειμένου

Εστω B1 το δομικό στοιχείο που ταυτίζεται με το αντικείμενο που αναζητούμε. Εστω B2 το δομικό στοιχείο που είναι τουλάχιστον 2 pixel μεγαλύτερης διάστασης από το B1 και το περίγραμμα του έχει τιμή 1 ενώ το εσωτερικό του έχει τιμή 0.

Αν πχ αναζητούμε τη θέση ενός τετράγωνου αντικειμένου 3x3, τότε

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ο μετασχηματισμός Hit and Miss εντοπίζει τη θέση του ζητούμενου αντικειμένου κάνοντας διάβρωση της I με το B_1 , διάβρωση της I^c με το B_2 και υπολογίζοντας την τομή των δύο αποτελεσμάτων. (Θυμηθείτε ότι η τομή δύο δυαδικών εικόνων υπολογίζεται ως ο λογικός τελεστής ΚΑΙ pixel προς pixel.

$$I_1 = \left(I \ominus B_1\right) \cap \left(I^c \ominus B_2\right)$$

Παράδειγμα εφαρμογής Hit and Miss

- Εστω η εικόνα *I* στην οποία αναζητούμε τετράγωνο 3x3 αποτελούμενο από τιμές =1.

Αρχική εικόνα *I*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
4	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
5	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
8	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
9	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
10	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0

Δομικό στοιχείο B_1

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Δομικό στοιχείο B_2

1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Αντίθετο της I, I^c

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
3	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
4	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
5	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
9	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
10	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1

Διάβρωση της I με το B_1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Διάβρωση της I^c με το B_2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
8	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
9	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(Διάβρωση της I με το B_1) τομή (Διάβρωση της I^c με το B_2)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

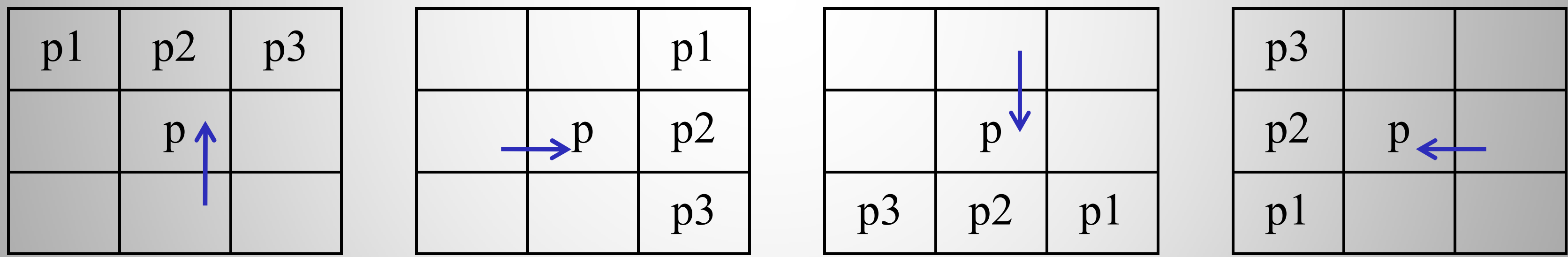
Εξαγωγή διατεταγμένου περιγράμματος (contour tracing)

- Εστω δυαδική εικόνα *I*, η οποία περιέχει αντικείμενο τα pixel του οποίου έχουν τιμή 1 (ενώ του υποβάθρου έχουν τιμή 0).
- Άναζητούνται τα pixel που περικλείουν το αντικείμενο σε μορφή διατεταγμένου περιγράμματος.
- Ο όρος διατεταγμένο περίγραμμα αναφέρεται σε ακολουθία pixel με σειρά που τηρεί τη γειτονεία τους στην εικόνα *I*. Ετσι είναι δυνατός ο υπολογισμός κάθετων διανυσμάτων και άλλων γεωμετρικών χαρακτηριστικών του περιγράμματος.
- Παρατηρείστε ότι ο Μορφολογικός αλγόριθμος εξαγωγής περιγράμματος που παρουσιάστηκε σε προηγούμενη διαφάνεια παράγει ως έξοδο τα pixel του περιγράμματος αλλά όχι διατεταγμένα.
- Θα περιγραφεί ο αλγόριθμος εξαγωγής περιγράμματος Teo Pavlidis (***Algorithms for Graphics and Image Processing,*** 1982 Κεφ. 7).

Βασικές αρχές του αλγόριθμου του Pavlidi εξαγωγής διατεταγμένου περιγράμματος

- Είσοδος: δυαδική εικόνα
- Εξοδος: διατεταγμένο περίγραμμα
- Ο αλγόριθμος θεωρεί μία γραφίδα η οποία κινείται στα pixel της εικόνας και θέτει σε αυτά την τιμή 1 ή 0 ανάλογα αν αυτά ανήκουν ή όχι στο περίγραμμα.
- Αρχικοποίηση της θέσης της γραφίδας: ένα pixel **p** του αντικειμένου (τιμή 1) στα αριστερά του οποίου υπάρχει pixel του υποβάθρου (τιμή 0).
- Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μία μεταβλητή για να καθορίζει την «κατεύθυνση» την οποία έχει η γραφίδα. Ορίζουμε 4 κατευθύνσεις:
  – K=1: η γραφίδα βρίσκεται στο p=(i,j) και «κοιτάζει» στο (i-1,j)
  – K=2: η γραφίδα βρίσκεται στο p=(i,j) και «κοιτάζει» στο (i,j+1)
  – K=3: η γραφίδα βρίσκεται στο p=(i,j) και «κοιτάζει» στο (i+1,j)
  – K=4: η γραφίδα βρίσκεται στο p=(i,j) και «κοιτάζει» στο (i,j-1)

- Για κάθε τρέχον pixel **p** στο οποίο βρίσκεται η γραφίδα, ο αλγόριθμος ελέγχει τα εξής τρία pixel:
  - το pixel **p1** που βρίσκεται μπροστά και αριστερά από τη γραφίδα
  - το pixel **p2** που βρίσκεται μπροστά από τη γραφίδα και
  - το pixel **p3** που βρίσκεται μπροστά και δεξιά από τη γραφίδα



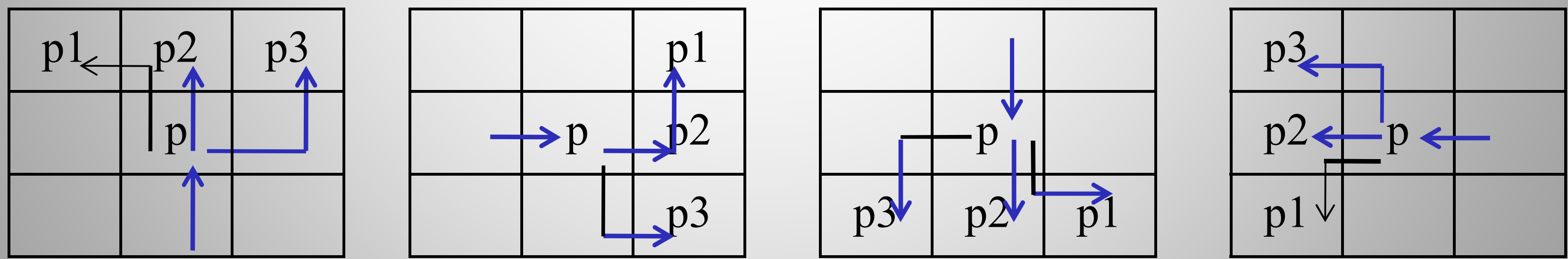
Κατεύθυνση Κ=1 Κατεύθυνση Κ=2 Κατεύθυνση Κ=3 Κατεύθυνση Κ=4

```
1. Αποθήκευσε το τρέχον pixel p.
2. IF I(p1)==1
    1. p=p1
    2. ενημέρωσε την μεταβλητή K (κατεύθυνση)
3. ELSEIF I(p2)==1
    1. p=p2
    2. % Η μεταβλητή K (κατεύθυνση) δεν αλλάζει
4. ELSEIF I(p3)==1
    1. p=p3
    2. % Η μεταβλητή K (κατεύθυνση) δεν αλλάζει
5. ELSE % δηλ αν και τα 3 pixel p1, p2, p3 είναι 0
    1. K=K+1 % περιστροφή 90⁰ κατεύθυνσης clockwise
6. END
```

Συνθήκη τερματισμού του αλγόριθμου: αν η γραφίδα συναντήσει το αρχικό pixel στο οποίο αρχικοποιήθηκε η θέση της γραφίδας, ή αν το αρχικό pixel δεν έχει μη μηδενικούς γείτονες (είναι απομονωμένο).

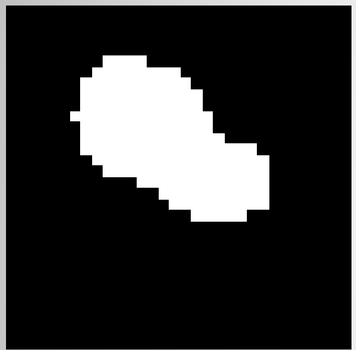
Η ενημέρωση της μεταβλητής K (γραμμές 1.2, 2.2, 3.2) γίνεται ως εξής:

Αρχική Κατεύθυνση K	**Νέα Κατεύθυνση K μετά την ενημέρωση του τρέχοντος pixel p σε:**		
	p1	**p2**	**p3**
1	4	1	1
2	1	2	2
3	2	3	3
4	3	4	4

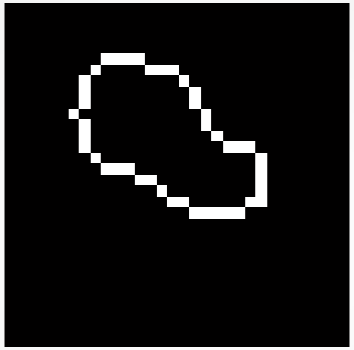


Κατεύθυνση K=1 Κατεύθυνση K=2 Κατεύθυνση K=3 Κατεύθυνση K=4

Παράδειγμα εφαρμογής του αλγόριθμου εξαγωγής διατεταγμένου περιγράμματος



Αρχική εικόνα



Pixels περιγράμματος

Γραμμή / στήλη Pixels διατεταγμένου περιγράμματος

18	20	10	6	24	15
17	19	10	6	24	15
16	19	11	6	24	16
15	18	12	6	24	17
14	17	13	6	24	18
13	17	14	7	24	19
12	16	15	7	24	19
11	16	16	7	23	19
10	16	17	8	22	20
9	15	18	9	22	20
8	14	18	9	21	20
8	14	18	10	20	20
8	13	19	11	19	20
8	12	19	11		
7	11	19	12		
7	11	20	13		
8	10	21	14		
8	9	22	14		
8	8	23	14		
9	7				

(8,4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=1

Επιλογή αρχικού σημείου

(8,4)
(7,4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=1

(8,4)
(7,4)
(6,4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=1

(8,4)
(7,4)
(6,4)
(5,3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=4
Απομωνομένο σημείο

(8,4)
(7,4)
(6,4)
(5,3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=1

Απομωνομένο σημείο

- σγδξ

(8,4)
(7,4)
(6,4)
(5,3)
(5,4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=2

- σγδξ

(8,4)
(7,4)
(6,4)
(5,3)
(5,4)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=2

- σγδξ

(8,4)
(7,4)
(6,4)
(5,3)
(5,4)
(5,5)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Κατεύθυνση=1

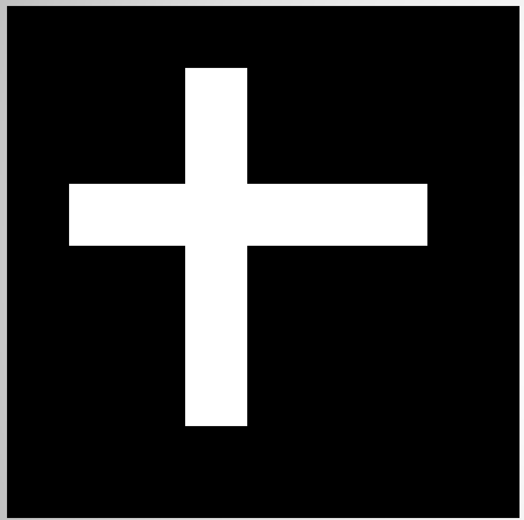
Μορφολογικός αλγόριθμος: Λέπτυνση (Thinning)

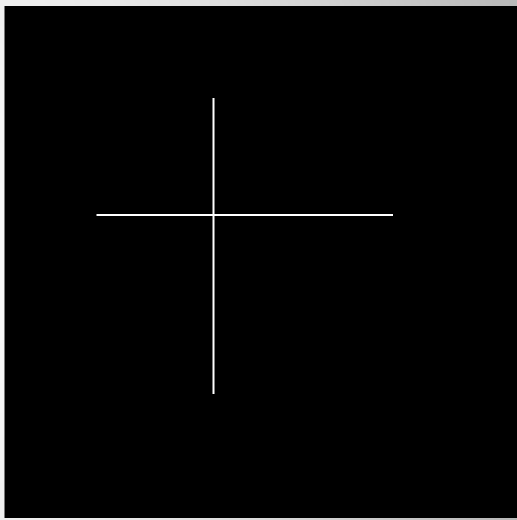
Εισοδος: I δυαδική εικόνα με πολλά αντικείμενα (τιμή pixel αντικειμένου 1, τιμή υποβάθρου 0

Εξοδος: I δυαδική εικόνα με επισημασμένα τα pixel θέσης του αντικειμένου

```
c=0
while c>0
   find pixels p: that satisfy condition_1
   I(p)=0
   c=number of {p}
   if c==0 break
   else
        find pixels p: that satisfy condition_2
        I(p)=0
        c=number of {p}
end
```

- **Condition_1** for current pixel *p*:
  1. *p* has from 2 to 6 neighbours with value 1
  2. I(*p*)=1
  3. Transversing the 8- neighbours of p there is only 1 0→1 value transition
  4. At least one of the North, East and South neighbours of *p* has 0 value
  5. At least one of the East, South and West neighbours of *p* has 0 value
- **Condition_2** for current pixel *p*:
  - Conditions 1, 2 and 3 same
  1. At least one of the North, East and West neighbours of *p* has 0 value
  2. At least one of the North, South and West neighbours of *p* has 0 value





Παράδειγμα μετασχηματισμού λέπτυνσης

Κ. Δελήμπασης