1. ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Ι. ΒΑΣΙΚΕΣ ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

1. Διωνυμική $f(x)=\binom{\nu}{x}p^x(1-p)^{\nu-x}$ $\quad x=0,1,\ldots,\nu$, $\quad 0\le p\le 1$.

$\boldsymbol{B(\nu,p)}$ $\quad E(X)=\nu p$, $\quad Var(X)=\nu p(1-p)$

(Bernoulli $\boldsymbol{B(p)\equiv B(1,p)}$)

2. Αρνητική διωνυμική $f(x)=\binom{x-1}{r-1}p^r(1-p)^{x-r}$ $\quad x=r,r+1,\ldots$

(ή Pascal) $\boldsymbol{NB(r,p)}$ $\quad E(X)=\dfrac{r}{p}$, $\quad Var(X)=\dfrac{r(1-p)}{p^2}$

(Γεωμετρική: $\boldsymbol{G(p)\equiv NB(1,p)}$)

3. Υπεργεωμετρική $f(x)=\dfrac{\binom{\Lambda}{x}\binom{M}{\nu-x}}{\binom{\Lambda+M}{\nu}}$ $\quad x=0,1,\ldots,\nu$.

$\boldsymbol{Y\Gamma(\Lambda,M,\nu)}$ $\quad E(X)=\nu\dfrac{\Lambda}{\Lambda+M}$, $Var(X)=\nu\dfrac{\Lambda}{\Lambda+M}\dfrac{M}{\Lambda+M}\dfrac{\Lambda+M-\nu}{\Lambda+M-1}$

4. Poisson $f(x)=e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^x}{x!}$ $\quad x=0,1,\ldots$

$\boldsymbol{P(\lambda)}$ $\quad E(X)=\lambda$, $\quad Var(X)=\lambda$

ΙΙ. ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

1. Ομοιόμορφη $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta-\alpha} & \alpha\le x\le\beta\\ 0 & \text{αλλού}\end{cases}$

$\boldsymbol{X\sim U(\alpha,\beta)}$ $\quad E(X)=\dfrac{\alpha+\beta}{2}$, $\quad Var(X)=\dfrac{(\beta-\alpha)^2}{12}$

2. Γάμμα $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\theta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\theta x} & x\ge 0 \quad a,\theta>0\\ 0 & \text{αλλού}\end{cases}$

$\boldsymbol{X\sim \Gamma(\alpha,\theta)}$ $\quad E(X)=\dfrac{\alpha}{\theta}$, $\quad Var(X)=\dfrac{\alpha}{\theta^2}$

3. Εκθετική $f(x)=\begin{cases}\theta e^{-\theta x} & x\ge 0\ ,\ \theta>0\\ 0 & \text{αλλού}\end{cases}$

$\boldsymbol{X\sim E(\theta)\equiv \Gamma}(1,\boldsymbol{\theta})$ $\quad E(X)=\dfrac{1}{\theta}$, $\quad Var(X)=\dfrac{1}{\theta^2}$

4. Χι-τετράγωνο, χ^2_ν $\quad \mathrm{X}\sim\chi^2_\nu\equiv\Gamma(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2})$, $\quad E(X)=\nu$, $Var(X)=2\nu$

5. Κανονική $f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$ $\quad -\infty<x<\infty,\ \mu\in\mathbb{R},\ \sigma>0$

$X\sim N(\mu,\sigma^2)$ $\quad E(X)=\mu$, $Var(X)=\sigma^2$

2. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Α. ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ με ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 100(1 − α)%

Α1. **Ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους ν από κανονική κατανομή:** $X_1, X_2, \ldots, X_\nu \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$

Α1α. Διάστημα εμπιστοσύνης για το μ

$\left[\overline{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{\nu}} z_{\alpha/2}, \quad \overline{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{\nu}} z_{\alpha/2}\right]$	σ^2 γνωστό
$\left[\overline{X} - \frac{S}{\sqrt{\nu}} t_{\nu-1}(\alpha/2) \ , \quad \overline{X} + \frac{S}{\sqrt{\nu}} t_{\nu-1}(\alpha/2)\right]$	σ^2 άγνωστο, $\nu < 30$. Αν $\nu \geq 30, \quad t_{\nu-1}(\alpha/2) \approx z_{\alpha/2}$
$\left[\overline{X} - \frac{S}{\sqrt{\nu}} z_{\alpha/2}, \quad \overline{X} + \frac{S}{\sqrt{\nu}} z_{\alpha/2}\right]$	σ^2 άγνωστο, $\nu \geq 30$

Α1β. Διάστημα εμπιστοσύνης για το σ^2

$\left[\frac{(\nu-1)S^2}{\chi^2_{\nu-1}(\alpha/2)}, \frac{(\nu-1)S^2}{\chi^2_{\nu-1}(1-\alpha/2)}\right]$	όπου $S^2 = \frac{1}{\nu-1}\sum_{i=1}^{\nu}(X_i - \overline{X})^2$

Α2. **Δύο ανεξάρτητα δείγματα μεγέθους ν_1, ν_2 από κανονικές κατανομές:**

$X_1, X_2, \ldots, X_{\nu_1} \sim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ **και** $\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_{\nu_2} \sim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$

Α2α. Διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά $\mu_1 - \mu_2$

$\left[\overline{X} - \overline{Y} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\nu_1} + \frac{\sigma_2^2}{\nu_2}}, \ \overline{X} - \overline{Y} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\nu_1} + \frac{\sigma_2^2}{\nu_2}}\right]$	σ_1^2, σ_2^2 γνωστά
$\overline{X} - \overline{Y} \pm S_p\sqrt{\frac{1}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2}} \ t_{\nu_1+\nu_2-2}(\alpha/2)$	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ άγνωστο $\nu_1, \nu_2 < 30$, $S_p^2 = \frac{(\nu_1-1)S_1^2 + (\nu_2-1)S_2^2}{\nu_1+\nu_2-2}$
$\left[\overline{X} - \overline{Y} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{\nu_1} + \frac{S_2^2}{\nu_2}}, \ \overline{X} - \overline{Y} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{\nu_1} + \frac{S_2^2}{\nu_2}}\right]$	σ_1^2, σ_2^2 άγνωστα $\nu_1, \nu_2 \geq 30$,
$\left[\overline{\mathrm{X}} - \overline{\mathrm{Y}} - t_m(\alpha/2)\sqrt{\frac{S_1^2}{\nu_1} + \frac{S_2^2}{\nu_2}}, \ \overline{\mathrm{X}} - \overline{\mathrm{Y}} + t_m(\alpha/2)\sqrt{\frac{S_1^2}{\nu_1} + \frac{S_2^2}{\nu_2}}\right]$ Όπου m οι βαθμοί ελευθερίας και προκύπτουν ως το ακέραιο μέρος της ποσότητας $m = \frac{\left(\frac{S_1^2}{\nu_1} + \frac{S_2^2}{\nu_2}\right)^2}{\frac{1}{\nu_1-1}\left(\frac{S_1^2}{\nu_1}\right)^2 + \frac{1}{\nu_2-1}\left(\frac{S_2^2}{\nu_2}\right)^2}$	σ_1^2, σ_2^2 άγνωστα $\nu_1, \nu_2 < 30$.

Α2β. Διάστημα εμπιστοσύνης για το λόγο σ_1^2 / σ_2^2

$\left[\dfrac{S_1^2 / S_2^2}{F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(\alpha/2)},\ \dfrac{S_1^2 / S_2^2}{F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(1-\alpha/2)}\right]$	$F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(1-\alpha/2) = \dfrac{1}{F_{\nu_2-1,\nu_1-1}(\alpha/2)}$

Α3. Ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους ν από την κατανομή Bernoulli: $X_1, X_2, \ldots, X_\nu \sim b(p)$

Α3α. Διάστημα εμπιστοσύνης για την πιθανότητα *p*

$\left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\nu}},\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\nu}}\right]$ όπου $\hat{p} = \overline{X}$	$\nu \geq 30$

Α4. Δύο ανεξάρτητα δείγματα μεγέθους ν_1, ν_2 **από κανονικές Bernoulli:**

$$X_1, X_2, \ldots, X_{\nu_1} \sim b(p_1) \ \textbf{και}\ \ \mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_{\nu_2} \sim b(p_2)$$

Α4α. Διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά $p_1 - p_2$

$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_2)}{\nu_1} + \dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_2)}{\nu_2}}$ όπου $\hat{p}_1 = \overline{X} = \dfrac{1}{\nu_1}\sum_{i=1}^{\nu_1} X_i \ \ \kappa\alpha\iota \ \ \hat{p}_2 = \overline{Y} = \dfrac{1}{\nu_2}\sum_{i=1}^{\nu_2} \mathrm{Y}_i$	$\nu_1, \nu_2 \geq 30$

Β. ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ 100α%

H_0 η μηδενική υπόθεση, H_1 η εναλλακτική. Αν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης ανήκει στην κρίσιμη περιοχή *R* απορρίπτουμε την H_0, ενώ όταν δεν ανήκει στην *R* αποδεχόμαστε την H_0.

Β1. **Ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους ν από κανονική κατανομή:** $X_1, X_2, \ldots, X_\nu \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$

Β1α Έλεγχος για τη μέση τιμή μ

$H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$	$H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	
$\mathrm{K} = \{z \leq -z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{Z \geq z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{\mid Z \mid \geq z_{\alpha/2}\}$	σ^2 γνωστό $Z = \frac{(\bar{X} - \mu_0)\sqrt{\nu}}{\sigma}$
$\mathrm{K} = \{Z \leq -z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{Z \geq z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{\mid Z \mid \geq z_{\alpha/2}\}$	σ^2 άγνωστο $\nu \geq 30$ $Z \approx \frac{(\bar{X} - \mu_0)\sqrt{\nu}}{S}$
$\mathrm{K} = \{T \leq -t_{\nu-1}(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{T \geq t_{\nu-1}(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{\mid t \mid \geq t_{n-1}(\alpha/2)\}$	σ^2 άγνωστο $\nu < 30$ $T = \frac{(\bar{X} - \mu_0)\sqrt{\nu}}{S}$

Β1β. Έλεγχος για τη διασπορά σ^2

$H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$
$\mathrm{K} = \{X^2 \leq \chi^2_{\nu-1}(1-\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{X^2 \geq \chi^2_{\nu-1}(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{X^2 \leq \chi^2_{\nu-1}(1-\alpha/2)$ ή $X^2 \geq \chi^2_{\nu-1}(\alpha/2)\}$

Β2. Έλεγχος για το ποσοστό *p* της κατανομής Bernoulli : $X_1, X_2, \ldots, X_\nu \sim b(p)$

$H_0: p \geq p_0$ $H_1: p < p_0$	$H_0: p \leq p_0$ $H_1: p > p_0$	$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	Κριτήριο
$\mathrm{K} = \{Z \leq -z_a\}$	$\mathrm{K} = \{Z \geq z_a\}$	$\mathrm{K} = \{\lvert Z \rvert \geq z_{a/2}\}$	$\nu \geq 30$ $Z \approx \frac{(\hat{p} - p_0)\sqrt{\nu}}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}$ όπου $\hat{p} = \bar{X}$

B3. Δύο ανεξάρτητα δείγματα μεγέθους ν_1, ν_2 από κανονικές κατανομές:

$$X_1, X_2, \ldots, X_{\nu_1} \sim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2) \textbf{ και } \mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_{\nu_2} \sim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma_2^2).$$

B3α. Έλεγχοι για τη διαφορά $\mu_1 - \mu_2$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0$	$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$	$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$	συνήθως $\delta_0 = 0$
$\mathrm{K} = \{Z \leq -z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{Z \geq z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{\lvert Z \rvert \geq z_{\alpha/2}\}$	σ_1^2, σ_2^2, γνωστά, $Z = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{\nu_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{\nu_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$
$\mathrm{K} = \{Z \leq -z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{Z \geq z_\alpha\}$	$\mathrm{K} = \{\lvert Z \rvert \geq z_{\alpha/2}\}$	σ_1^2, σ_2^2, άγνωστα, $\nu_1, \nu_2 \geq 30$ $Z \approx \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{\nu_1} + \dfrac{S_2^2}{\nu_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$
$\mathrm{K} = \{T \leq -t_{\nu_1+\nu_2-2}(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{T \geq t_{\nu_1+\nu_2-2}(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{\lvert T \rvert \geq t_{\nu_1+\nu_2-2}(\alpha/2)\}$	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ άγνωστο, $\nu_1 < 30$, $\nu_2 < 30$ $S_p = \sqrt{\dfrac{(\nu_1 - 1)S_1^2 + (\nu_2 - 1)S_2^2}{\nu_1 + \nu_2 - 2}}$ $T = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{\nu_1} + \dfrac{1}{\nu_2}}} \sim t_{\nu_1+\nu_2-2}$
$\mathrm{K} = \{T \leq -t_m(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{T \geq t_m(\alpha)\}$	$\mathrm{K} = \{\lvert T \rvert \geq t_m(\alpha/2)\}$	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ άγνωστο, $\nu_1 < 30$, $\nu_2 < 30$ $T = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{\nu_1} + \dfrac{S_2^2}{\nu_2}}} \sim t_m$

Όπου m οι βαθμοί ελευθερίας και προκύπτουν ως το ακέραιο μέρος της ποσότητας

$$m = \left[\frac{\left(\dfrac{S_1^2}{\nu_1} + \dfrac{S_2^2}{\nu_2} \right)^2}{\dfrac{1}{\nu_1 - 1}\left(\dfrac{S_1^2}{\nu_1} \right)^2 + \dfrac{1}{\nu_2 - 1}\left(\dfrac{S_2^2}{\nu_2} \right)^2} \right]$$

Β3β. Έλεγχος διασπορών σ_1^2 και σ_2^2

$H_0:\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ $H_1:\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$H_0:\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ $H_1:\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$H_0:\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1:\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
$\mathrm{K}=\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(1-\alpha)\right\}$ Όπου $F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(1-\alpha)=\frac{1}{F_{\nu_2-1,\nu_1-1}(\alpha)}$	$\mathrm{K}=\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(\alpha)\right\}$	$\mathrm{K}=\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(1-\alpha/2)\right.$ ή $\left.\frac{S_1^2}{S_2^2} \geq F_{\nu_1-1,\nu_2-1}(\alpha/2)\right\}$

Β4. Έλεγχος για τη διαφορά $\mu_1-\mu_2$ δύο <u>συσχετισμένων</u> κανονικών δειγμάτων

$$X_1, X_2, ..., X_\nu \sim N(\mu_1, \sigma_1^{\,2}) \quad \kappa\alpha\iota \quad Y_1, Y_2, ..., Y_\nu \sim N(\mu_2, \sigma_2^{\,2})$$

$H_0:\mu_1-\mu_2 \geq \delta_0$ $H_1:\mu_1-\mu_2 < \delta_0$	$H_0:\mu_1-\mu_2 \leq \delta_0$ $H_1:\mu_1-\mu_2 > \delta_0$	$H_0:\mu_1-\mu_2 = \delta_0$ $H_1:\mu_1-\mu_2 \neq \delta_0$	Κριτήριο
$\mathrm{K}=\{T \leq t_{\nu-1}(\alpha)\}$	$\mathrm{K}=\{T \geq t_{\nu-1}(\alpha)\}$	$\mathrm{K}=\{\mid T \mid \geq t_{\nu-1}(\alpha/2)\}$	$T=\frac{\left(\bar{X}-\bar{Y}-\delta_0\right)\sqrt{\nu}}{S_D} \sim t_{\nu-1}$
$S_D^2=\frac{1}{\nu-1}\sum_{i=1}^{\nu}(D_i-\bar{D})^2,\ D_i=X_i-Y_i \quad i=1,2,...,\nu\ ,\ \bar{D}=\bar{X}-\bar{Y}$			

Β5. Διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά p_1-p_2 δύο ανεξαρτήτων δειγμάτων μεγέθους ν_1, ν_2 από κανονικές Bernoulli: $X_1, X_2, \ldots, X_{\nu_1} \sim b(p_1)$ **και** $\mathrm{Y}_1, \mathrm{Y}_2, \ldots, \mathrm{Y}_{\nu_2} \sim b(p_2)$

$H_0:p_1-p_2 \geq \delta_0$ $H_1:p_1-p_2 < \delta_0$	$H_0:p_1-p_2 \leq \delta_0$ $H_1:p_1-p_2 > \delta_0$	$H_0:p_1-p_2 = \delta_0$ $H_1:p_1-p_2 \neq \delta_0$	$\delta_0 \neq 0$
$\mathrm{K}=\{Z \leq -z_\alpha\}$	$\mathrm{K}=\{Z \geq z_\alpha\}$	$\mathrm{K}=\{\mid Z \mid \geq z_{\alpha/2}\}$	$\nu_1, \nu_2 \geq 30$
όπου $Z=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2-\delta_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{\nu_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{\nu_2}}} \sim N(0,1)$			$\hat{p}_1=\bar{X},\ \hat{p}_2=\bar{Y}$

$H_0:p_1 \geq p_2$ $H_1:p_1 < p_2$	$H_0:p_1 \leq p_2$ $H_1:p_1 > p_2$	$H_0:p_1 = p_2$ $H_1:p_1 \neq p_2$	$\delta_0 = 0$
$\mathrm{K}=\{Z \leq -z_\alpha\}$	$K=\{Z \geq z_\alpha\}$	$K=\{\mid Z \mid \geq z_{\alpha/2}\}$	$\nu_1, \nu_2 \geq 30$
όπου $Z=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\nu_1}+\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{\nu_2}}} \sim N(0,1)$ $\hat{p}_1=\bar{X},\ \hat{p}_2=\bar{Y} \quad \kappa\alpha\iota \quad \hat{p}=\frac{\nu_1\bar{\mathrm{X}}+\nu_2\bar{\mathrm{Y}}}{\nu_1+\nu_2}$			