

# Βασικές έννοιες Πυρηνικής Φυσικής και Ραδιενέργειας

Εισαγωγή στη Βιοϊατρική Τεχνολογία  
Μέρος Πρώτο

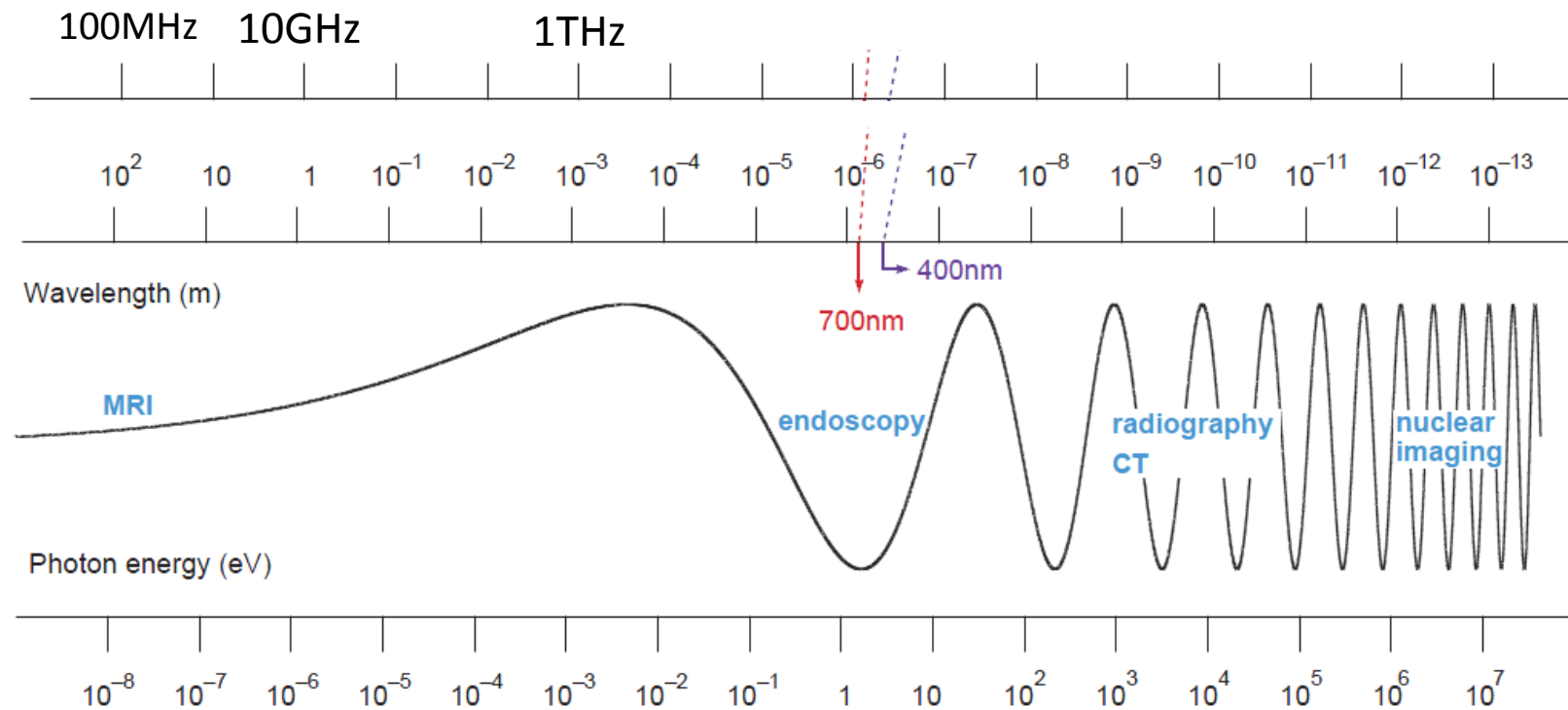
- Ατομικός αριθμός  $Z$ : ο αριθμός των πρωτονίων ενός πυρήνα
- Μαζικός αριθμός  $A$ : ο αριθμός των πρωτονίων και νετρονίων ενός πυρήνα
- Προφανώς  $A=Z+N$
- Σε  $A$  gr όποιουδήποτε στοιχείου, περιέχονται  $N_A=6.022 \times 10^{23}$  άτομα του στοιχείου
- Σταθεροί πυρήνες
- Ατομική μάζα  $M=(1/12)$  μάζας του  $^{12}\text{C}$ ,  $=931.5\text{MeV}/c^2$ . Το  $M <$  της μάζας ηρεμίας όλων των νουκλεονίων ενός πυρήνα, λόγω της ενέργειας σύνδεσης

# Ισότοπα

- Πυρήνες με ίδιο  $A$  (αριθμό πρωτονίων) και διαφορετικό συνολικό αριθμό νουκλεονίων ( $Z$ ) καλούνται ισότοπα.
- Σταθεροί πυρήνες (μη ραδιενεργοί):  $A/Z \sim 0.5$ , για μικρά  $A$ , ενώ για μεγαλύτερα  $A$ ,  $A/Z \sim 0.4$ . Αν  $A$  και  $Z$  είναι άρτιοι αριθμοί αυξάνει η πιθανότητα ένα ισότοπο να είναι στθερός πυρήνας.
- Ατομική μάζα:
- Mass excess:

# Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα και εφαρμογές ιατρικής απεικόνισης

- jkdlij



# Παράδειγμα

- Φωτόνιο ραδιοφωνικού σταθμού με συχνότητα  $\nu=1020\text{kHz}$ .

$$\text{Μήκος κύματος: } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}}{1.02 \times 10^6 \text{ Hz}} = 294 \text{ m}$$

$$\text{Ενέργεια: } E = hf = 6.614 \times 10^{-34} \text{ J sec} \cdot 1.02 \times 10^6 \text{ Hz} = 6.25 \times 10^{-28} \text{ J} =$$

$$\frac{6.25 \times 10^{-28} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4.14 \times 10^{-9} \text{ eV}$$

# Ακτίνες Χ

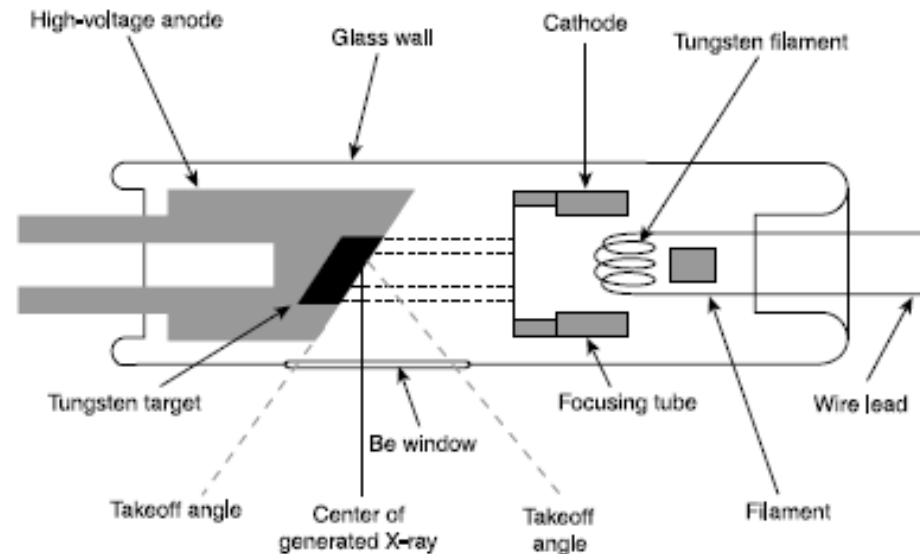
- Οι ακτίνες Χ είναι μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.
- Έχουν τόσο υψηλή ενέργεια ώστε όταν αλληλεπιδράσουν με άτομα μπορούν να απελευθερώσουν δέσμια ηλεκτρόνια.
- Γι αυτή την ιδιότητά τους κατατάσσονται στις ionίζουσες ακτινοβολίες.
- Σχέση ενέργειας ( $E$ ) και συχνότητας ( $f$ ):  $E=hf$  όπου  $h$  η σταθερά του Planck.
- Οι ακτίνες Χ προκύπτουν από ενεργειακές μεταπτώσεις του ατόμου, ή αλληλεπιδρούν με αυτό.
- Στην ακτινοδιαγνωστική, το εύρος των ενεργειών των ακτινών Χ που προσπίπτουν στους ασθενείς είναι από 10-15keV έως περίπου 150keV.
- Χαρακτηριστικά μήκη κύματος: 0.01nm – 0.1nm.

# Ανακάλυψη ακτινών X



- Το 1895 ο W. K. Röntgen ανακάλυψε τις ακτίνες X όταν πειραματιζόταν με έναν σωλήνα καθοδικών ακτινών.
- Παρατήρησε ότι οι αόρατες καθοδικές ακτίνες προκαλούν ένα φθορίζον φαινόμενο πάνω στην πλάκα με πλατινοκυανιούχο βάριο που είχε ως στόχο.
- 1901 πήρε το βραβείο Nobel στον τομέα της φυσικής.

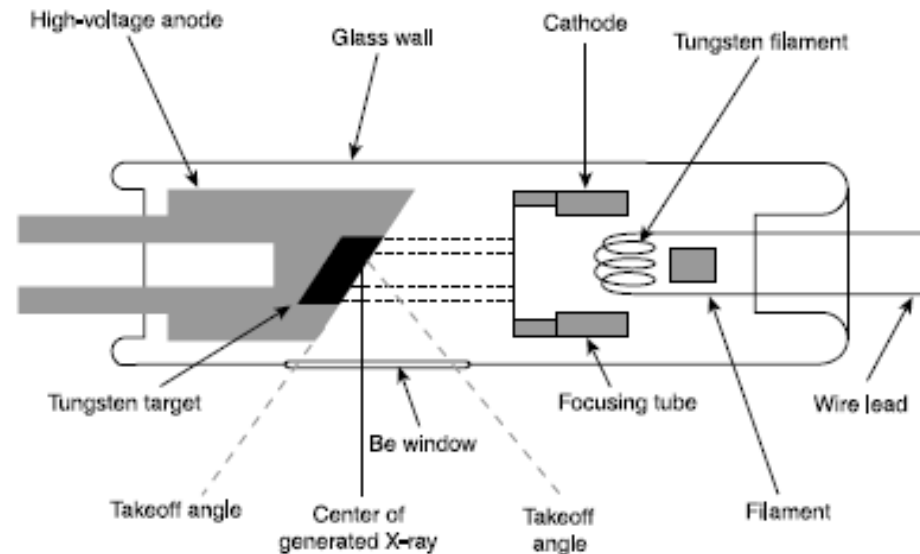
# Διάταξη παραγωγής ακτίνων Χ



- Στην κάθοδο, το νήμα (filament) βολφραμίου θερμαίνεται από την διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος. Ως αποτέλεσμα, παράγεται μια στενή δέσμη  $e^-$  (θερμιονική εκπομπή).
- Υπό την επίδραση υψηλής διαφοράς δυναμικού (25–150keV) τα  $e^-$  επιταχύνονται προς την άνοδο.
- Τα  $e^-$  αλληλεπιδρούν με το υλικό της ανόδου και επιβραδύνονται.
- Το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας των  $e^-$  μετατρέπεται σε θερμότητα. Ένα μικρό μέρος τους (~1%) μετατρέπεται σε ακτίνες Χ.



## Διάταξη παραγωγής ακτίνων Χ (συνέχεια...)

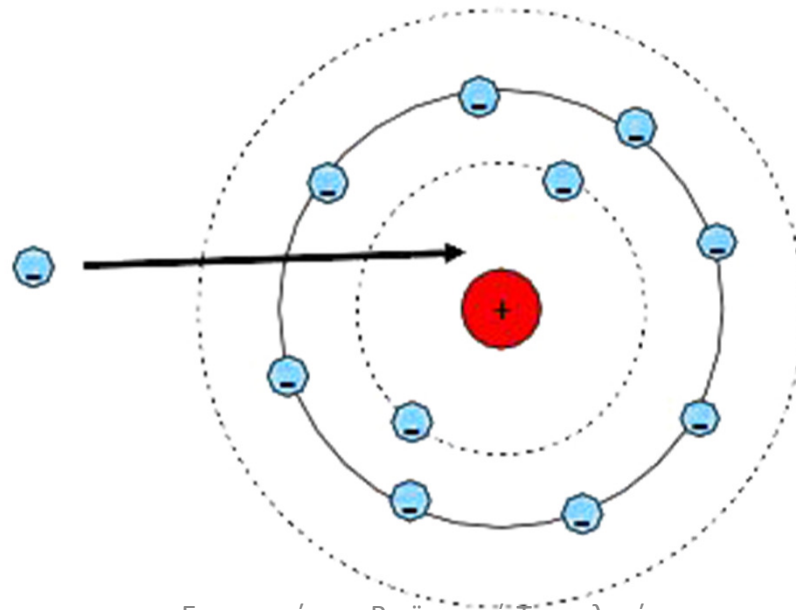


- Η σχεδίαση του νήματος και του συστήματος εστίασης της δέσμης των ηλεκτρονίων είναι πολύ σημαντική για την ευκρίνεια της τελικής εικόνας.
- Η λυχνία είναι κατάλληλα θωρακισμένη ώστε οι ακτίνες Χ να εξέρχονται μόνο από το ειδικό παράθυρο και εξοπλισμένη με συστήματα ψύξης.
- Η άνοδος είναι κατασκευασμένη συνήθως από βολφράμιο ( $Z=74$ ).
- Οι ακτίνες Χ παράγονται με μία από τις δύο ακόλουθες διεργασίες:
  - Ακτινοβολία πέδησης (Bremsstrahlung)
  - Χαρακτηριστική ακτινοβολία

# Ακτινοβολία πέδησης

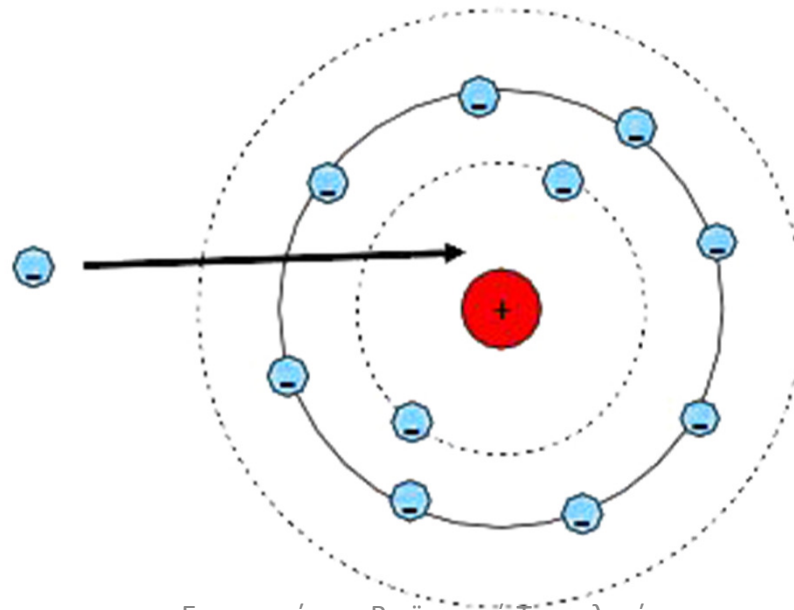
- Τα  $e^-$  που προσπίπτουν στην άνοδο, αλληλεπιδρούν με το πεδίο Coulomb των πυρήνων των ατόμων του στόχου και επιβραδύνονται.
- Η κινητική ενέργεια που χάνει κάθε  $e^-$  μετατρέπεται σε φωτόνιο X ίσης ενέργειας.
- Η ένταση της ακτινοβολίας πέδησης που προέρχεται από ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας  $m$  και φορτίου  $ze$  το οποίο προσπίπτει σε ένα πυρήνα – στόχο με φορτίο  $Ze$  είναι ανάλογη:

$$I_{\text{πέδησης}} \propto \frac{Z^2 z^4 e^6}{m^2}$$

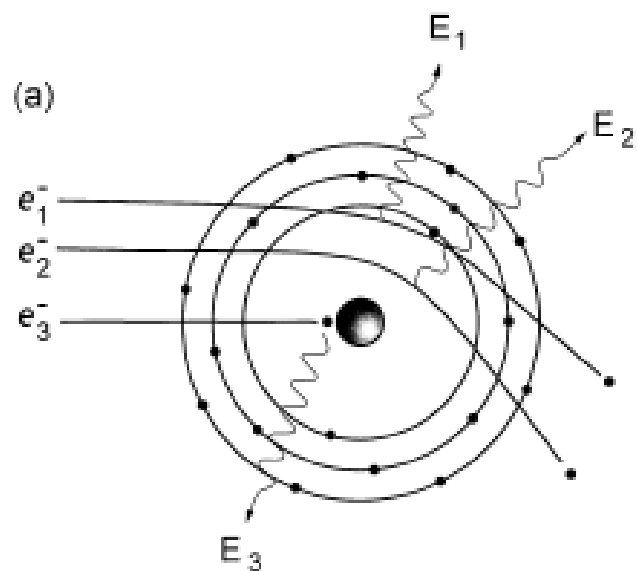


# Ακτινοβολία πέδησης (συνέχεια...)

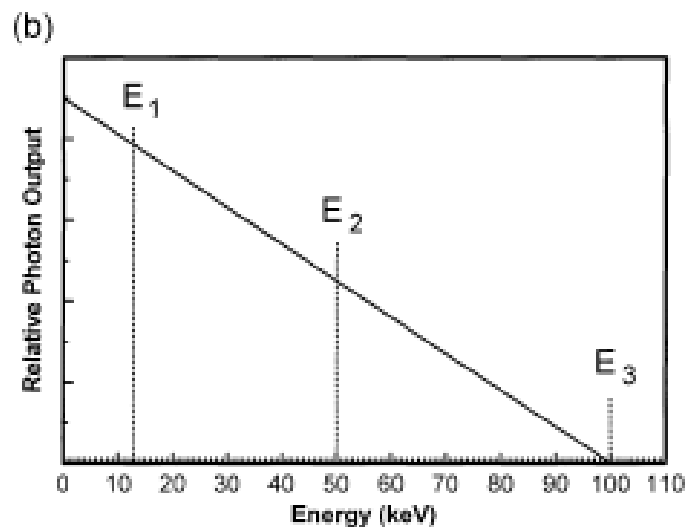
- Η απόδοση της ακτινοβολίας πέδησης μειώνεται σημαντικά αν χρησιμοποιηθεί ένα βαρύτερο σωματίδιο (πχ. πρωτόνιο ή σωματίο  $\alpha$ ).
- Σε σύγκριση με ένα ηλεκτρόνιο, ένα πρωτόνιο ή ένα σωματίο  $\alpha$  είναι περίπου 3 εκατομμύρια φορές λιγότερο αποδοτικό προκειμένου να προκαλέσει ακτινοβολία πέδησης.
- Ο όρος  $Z^2$  δηλώνει ότι η παραγωγή της ακτινοβολίας πέδησης αυξάνεται σημαντικά καθώς ο ατομικός αριθμός του υλικού του στόχου αυξάνεται.



## Ακτινοβολία πέδησης (συνέχεια...)



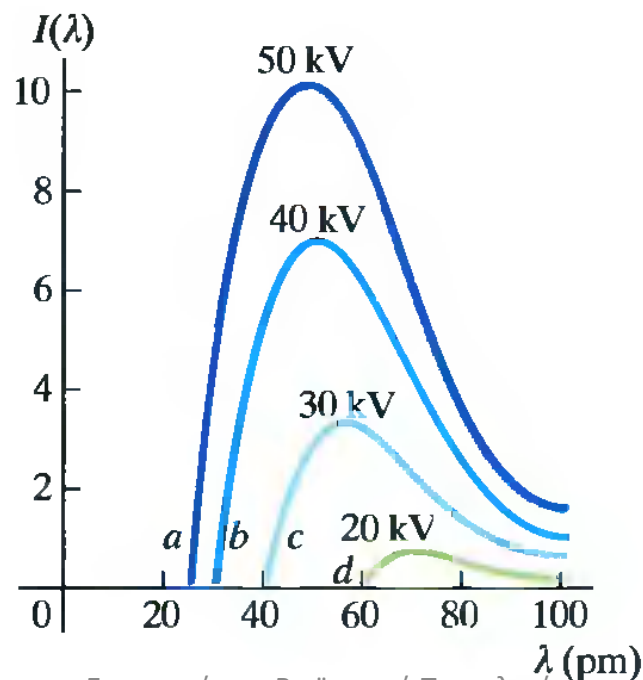
- Στο σχήμα φαίνονται 3  $e^-$  που διέρχονται κοντά από τον πυρήνα του ατόμου. Ως αποτέλεσμα παράγονται 3 ακτινοβολίες πέδησης διαφορετικών ενεργειών.



## Ακτινοβολία πέδησης (συνέχεια...)

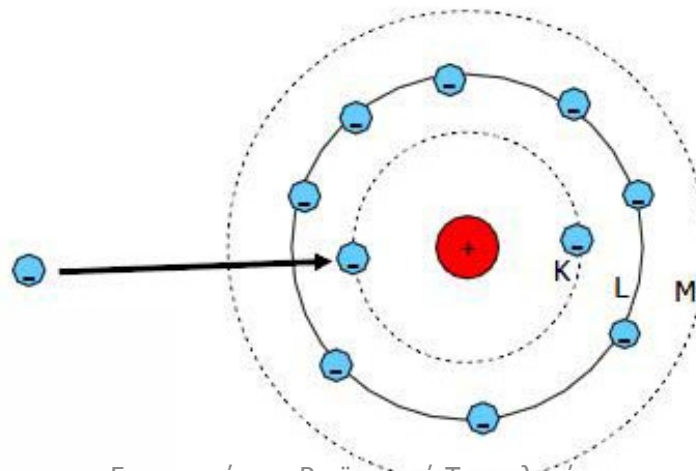
- Ένα  $e^-$  μπορεί να χάσει οποιοσδήποτε ποσοστό της  $E_{\text{κιν}}$  στην αλληλεπίδραση του με τον πυρήνα του ατόμου  $\rightarrow$  η ακτινοβολία πέδησης μπορεί να πάρει ένα μεγάλο πεδίο τιμών  $\rightarrow$  συνεχές φάσμα ενεργειών.
- Το ελάχιστο μήκος κύματος (μέγιστη συχνότητα και ενέργεια φωτονίου) καθορίζεται από το δυναμικό επιτάχυνσης στη λυχνία:

$$\lambda_{\text{min}} = hc/eV$$



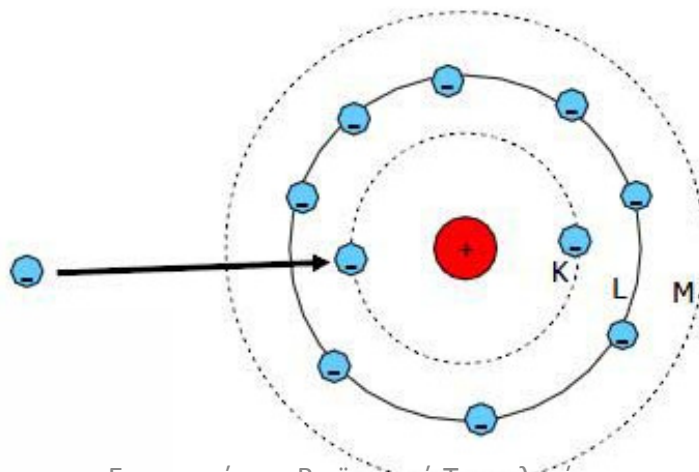
# Χαρακτηριστική ακτινοβολία

- Όπως και σε όλα τα άτομα, έτσι και στα άτομα του υλικού της ανόδου υπάρχουν  $e^-$  που περιφέρονται σε προκαθορισμένες (σε ακτίνα και ενέργεια) στοιβάδες.
- Δεσμευτική ενέργεια (binding energy ή BE): η απαιτούμενη ενέργεια για να απομακρυνθεί τελείως ένα  $e^-$  από το άτομο. Η BE ενός  $e^-$  που περιφέρεται, σε απόλυτη τιμή, είναι τόσο μεγαλύτερη όσο εσωτερικότερη είναι η τροχιά του και όσο περισσότερα πρωτόνια περιέχονται στον πυρήνα του ατόμου (μεγαλύτερος Z).
- Ένα ελεύθερο  $e^-$  θεωρείται πως έχει BE ίση με μηδέν και η συνολική ενέργεια ενός δεσμευμένου  $e^-$  είναι μηδέν μείον την BE της τροχιάς του.



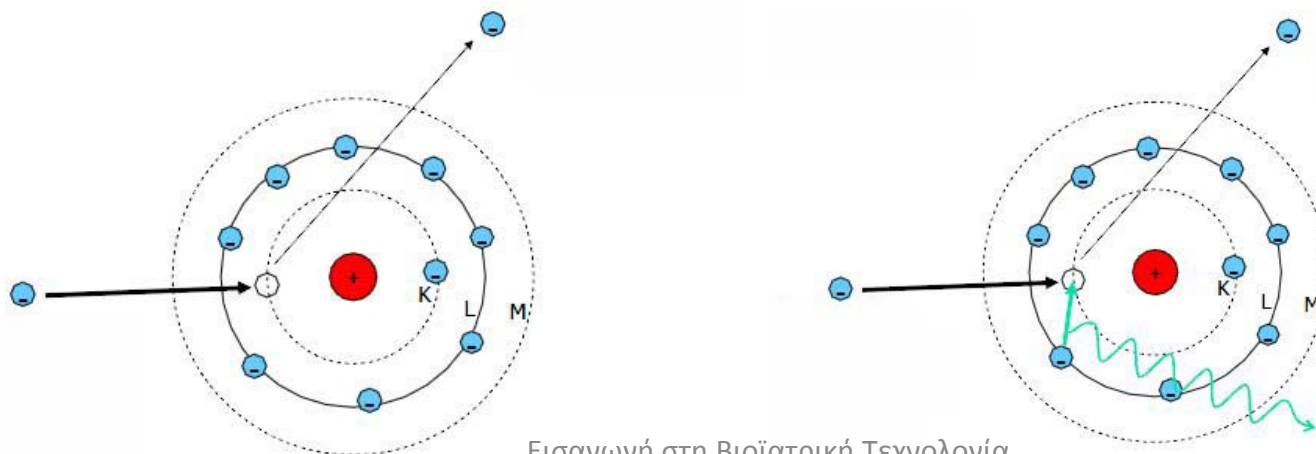
## Χαρακτηριστική ακτινοβολία (συνέχεια...)

- Το  $e^-$  της K στοιβάδας στο βολφράμιο ( $Z=74$ ) έχει BE  $-69.5\text{keV}$ , ενώ το  $e^-$  της K στοιβάδας στο υδρογόνο ( $Z=1$ ) μόνο  $-13,5\text{ eV}$ . Για την L στοιβάδα οι αντίστοιχες τιμές είναι  $-11\text{keV}$  και  $-3,4\text{ eV}$ .
- Έστω ότι η ενέργεια του  $e^-$  που προσπίπτει στην άνοδο είναι μεγαλύτερη της BE ενός  $e^-$  που περιστρέφεται στην στοιβάδα K. Τότε, είναι πιθανόν το προσπίπτον  $e^-$  να εκδιώξει το περιφερόμενο και να ιονίσει το άτομο.
- Η στοιβάδα K θα παρουσιάσει ένα κενό και ένα  $e^-$  από τη στοιβάδα L με μικρότερη BE θα έρθει να συμπληρώσει το κενό. Το κενό στην L θα καλυφθεί από  $e^-$  της M. Οι μεταβάσεις θα συνεχιστούν μέχρι να φτάσουμε στην εξωτερική στοιβάδα οπότε και το  $e^-$  θα καλυφθεί από κάποιο ελεύθερο  $e^-$  του περιβάλλοντος.



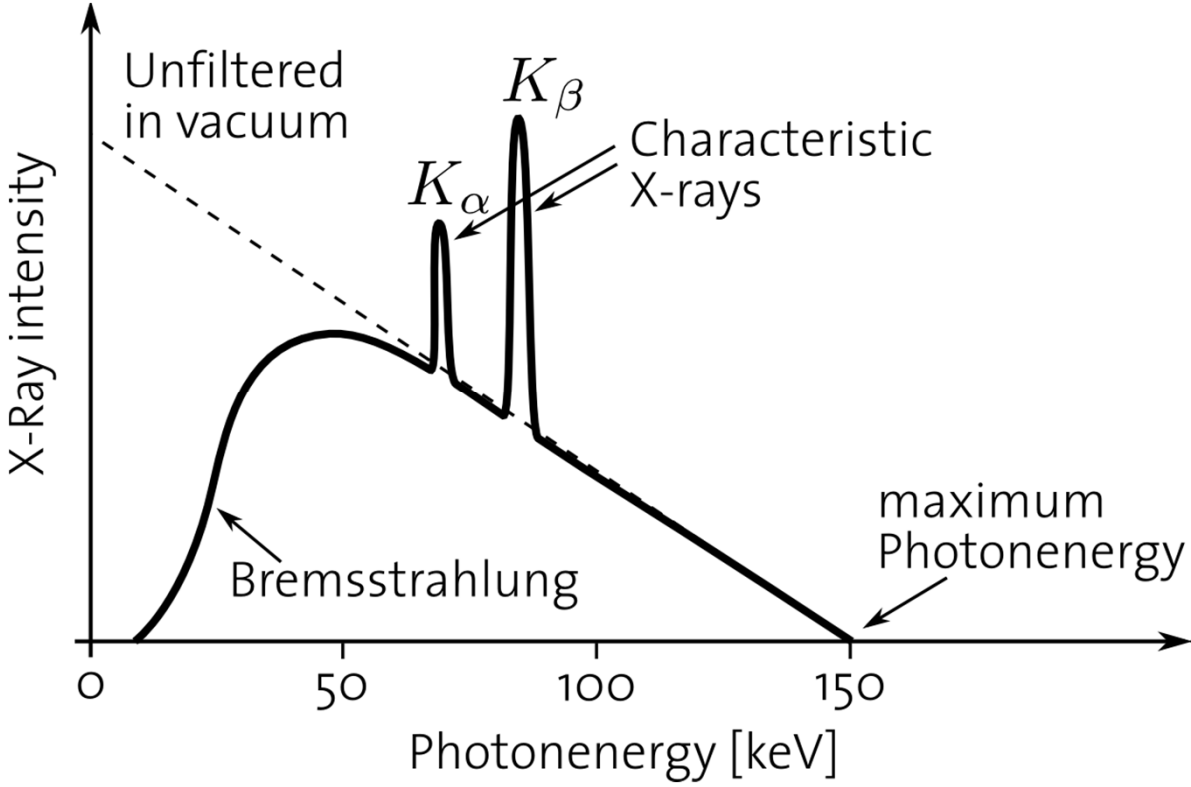
## Χαρακτηριστική ακτινοβολία (συνέχεια...)

- Καθώς αυτό το  $e^-$  μεταπηδά από την L στην K (από υψηλότερη σε χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση), θα περισσέψει ενέργεια (διαφορά ενέργειας των δύο στιβάδων), που θα εκπεμφθεί στο περιβάλλον ως φωτόνιο χαρακτηριστικής ακτινοβολίας X.
- Η ακτινοβολία αυτή είναι χαρακτηριστική του συγκεκριμένου ατόμου του υλικού του στόχου (στην άνοδο της λυχνίας). Παρουσιάζεται μια ομάδα διακριτών ενεργειακών κορυφών που επικάθονται στο συνεχές φάσμα των ακτινών X.
- Οι κορυφές που επικρατούν είναι αυτές που αντιστοιχούν σε κενό που δημιουργείται στη στιβάδα K και το συμπληρώνουν ηλεκτρόνια των στιβάδων L, M και ίσως N. Το  $\alpha$  υποδηλώνει μετάβαση  $K \rightarrow L$ , το  $\beta$  μετάβαση  $K \rightarrow M$ , το  $\gamma$  μετάβαση  $K \rightarrow N$  κ.ο.κ.



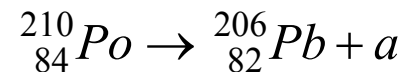
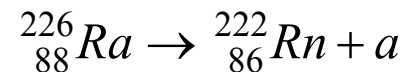


# Φάσμα ακτινών Χ

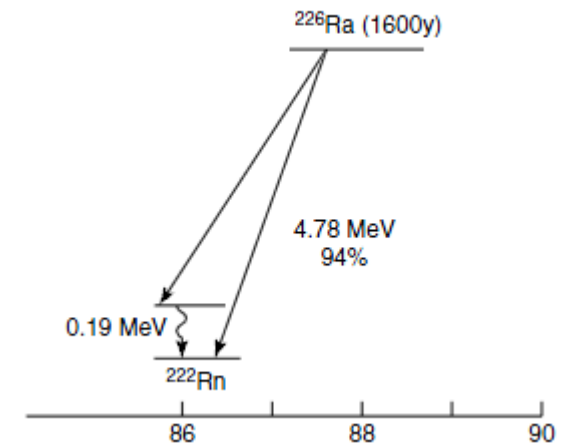


# Πυρηνικές διασπάσεις: α διάσπαση

- Διάσπαση α:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + a$



- Προυπόθεση για να πραγματοποιηθεί η α διάσπαση:  $M_X > M_Y + M_a + 2m_e$  (2 τροχιακά ηλεκτρόνια χάνονται με την αλλαγή του ατομικού αριθμού). Η διαφορά της ενέργειας αποδίδεται ως κινητική ενέργεια στο α και τον θυγατρικό πυρήνα.



- Εστω  $M, m, V, v$  οι μάζες και ταχύτητες του θυγατρικού πυρήνα και του  $\alpha$  αντίστοιχα. Τότε:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Διατήρηση Ενέργειας: } Q = \frac{1}{2}MV^2 + mv^2 \\ \text{Διατήρηση Ορμής: } MV = mv \end{array} \right\} \Rightarrow Q = E_\alpha \left( 1 + \frac{m}{M} \right)$$

- Αρα, δεδομένου ότι  $m \ll M$ , η το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας αποδίδεται στο  $\alpha$ .
- Τα  $\alpha$  είναι μονοενεργειακά. Ανάλογα με την ενεργειακή κατάσταση του θυγατρικού πυρήνα, μεταβάλλεται η  $E_\alpha$ .

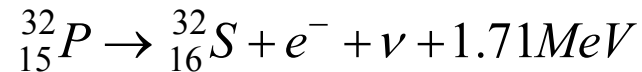
# Διάσπαση $\beta$

- Διάσπαση  $\beta^+$ ,  $\beta^-$ .
  - Αν ο αριθμός  $p \gg$  αριθμού  $n$  ( $A \gg Z-A$ ) τότε συμβαίνει Positron decay (ποζιτρονική διάσπαση):
  - Αν ο αριθμός  $n \gg$  αριθμού  $p$  ( $Z-A \gg A$ ) τότε συμβαίνει Electron decay (διάσπαση  $\beta^-$ , εκπομπή ηλεκτρονίου):

# διάσπαση $\beta^-$ , εκπομπή ηλεκτρονίου

- Παράδειγμα:

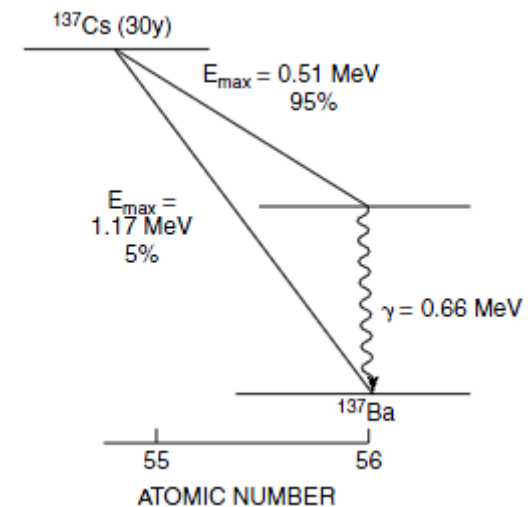
$$n \rightarrow p + e^- + \nu$$



- Η διατήρηση της ορμής και της ενέργειας δείχνει ότι η διαφορά μάζας ηρεμίας μεταξύ p, n μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του e<sup>-</sup> και πολύ μικρό ποσοστό σε κινητική ενέργεια του θυγατρικού πυρήνα Si.
- Πειραματικά βρέθηκε τα  $\beta^-$  δεν είναι μονοενεργειακά, αλλά έχουν συνεχές φάσμα με μέση ενέργεια  $\sim 1/3$  της μέγιστης ενέργειας τους. Έτσι θεωρήθηκε η ύπαρξη ενός 3<sup>ου</sup> σωματιδίου (Pauli 1933) το οποίο ονομάστηκε νεutrino (από τον Fermi) .

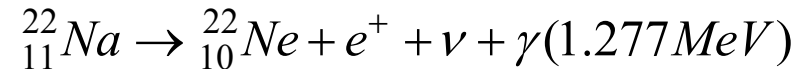
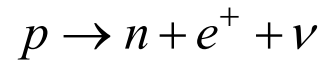
- Υπολογισμός της κατανομής της παραγόμενης ενέργειας σε κινητική του  $\beta$ ,  $\nu$  και ανάκρουση του θυγατρικού πυρήνα. Υσχύει η ανάλυση της  $\alpha$ -διάσπασης: Στην περίπτωση του  $^{32}\text{P}$ , η διαφορά μάζας ηρεμίας μεταξύ του  $\text{P}$ , του θυγατρικού  $\text{S}$  και του εκπεμπόμενου  $\beta$  (το  $\nu$  δεν έχει μάζα) είναι:
  - $31.98404 - 31.98224 = 0.00179 \text{amu} = 0.00179 \text{amu} \times 931 \text{MeV/amu} = 1.71 \text{MeV}$
  - Αφού  $m/M = 0.000017 \rightarrow 0$ , σχεδόν μηδενική ενέργεια αποδίδεται στον θυγατρικό πυρήνα  $\text{S}$ .

- $^{32}\text{P}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^{14}\text{C}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{90}\text{Y}$  διασπώνται με  $\beta^-$  διάσπαση, χωρίς παραγωγή γωτονίων.
- $\beta^-$  διάσπαση: πιθανή εκπομπή φωτονίου ( $\gamma$ ). Αν ο θυγατρικός πυρήνας παραχθεί σε διεγερμένη ενεργειακή κατάσταση, μεταπίπτει στιγμιαία στην βασική (χαμηλότερη) ενεργειακή κατάσταση με εκπομπή ενός  $\gamma$  με  $E$  ίση με τη διαφορά των δύο ενεργειακών καταστάσεων.
  - $\pi\chi$   $^{203}\text{Hg} \rightarrow ^{203}\text{Tl} + e^- + \nu + 0.21\text{MeV} + \gamma(0.279\text{MeV})$
- Πολλαπλή εκπομπή  $\beta^-$  : είναι δυνατό ένας πυρήνας να διασπάται με περισσότερους από ένα τρόπους, όπως το παράδειγμα του  $^{137}\text{Cs}$ .

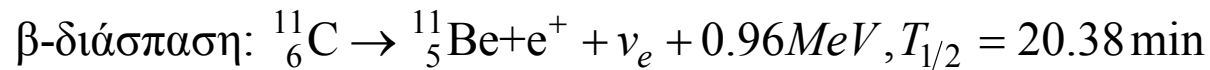
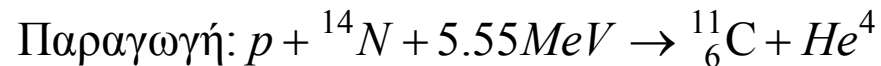


# διάσπαση $\beta^+$ , εκπομπή ποζιτρονίου

- Παράδειγμα: διάσπαση  $\beta^+$  του  $^{22}\text{Na}$  σε  $^{22}\text{Ne}$  (διεγερμένη κατάσταση με επακόλουθη εκπομπή φωτονίου):



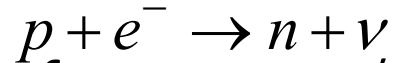
- Η  $\beta^+$  διάσπαση και η EC αποτελούν ανταγωνιστικές διεργασίες. Πχ το  $^{22}\text{Na}$  σε  $^{22}\text{Ne}$  διασπάται κατά 10% με  $\beta^+$  διάσπαση και κατά 90% με EC.



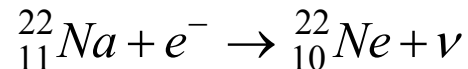


# Σύλληψη ηλεκτρονίου (Electron capture –EC)

- Εναλλακτικά, ο πυρήνας μπορεί να συλλάβει ένα από τα τροχιακά ηλεκτρόνια του ατόμου (κυρίως της K στοιβάδας)



- Επακολουθεί αναδιάταξη των τροχιακών ηλεκτρονίων με αντίστοιχη εκπομπή ακτίνων X
- Παράδειγμα EC



- Σε αντίθεση με την  $\beta+$ ,  $\beta-$  διάσπαση, τη EC παράγει μονοενεργειακά νετρίνα.
- Η κινητική ενέργεια Q που αποδίδεται στον θυγατρικό πυρήνα και το νεutrino, προκύπτει ως εξής:
  - $Q = \text{Μάζα πατρικού πυρήνα} + m_e - (\text{Μάζα θυγατρικού πυρήνα} + \text{ενέργεια σύνδεσης συλληφθέντος ηλεκτρονίου}) - E_{\text{εκπεμπόμενου φωτονίου } \gamma}$  λόγω διεγερμένης στάθμης του θυγατρικού πυρήνα.

# Εσωτερική μετατροπή (Internal Conversion –IC)

- Όπως είδαμε, πυρήνες που προκύπτουν από την  $\alpha$ ,  $\beta^+$ ,  $\beta^-$  διάσπαση ή EC μπορεί να βρίσκονται σε διεγερμένη κατάσταση, οπότε και μεταπίπτουν στην θεμελιώδη ενεργειακή κατάσταση με εκπομπή ενός φωτονίου  $\gamma$ .
- Το  $\gamma$  έχει πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με τροχιακό ηλεκτρόνιο της K, ή L στοιβάδας («εσωτερικό» φωτοηλεκτρικό φαινόμενο), το οποίο αποβάλλεται από το άτομο με ενέργεια «μονοχρωματική»  
 $E_e = E_\gamma - E_{\text{σύνδεσης του ηλεκτρονίου}}$ .
- Έτσι, τα μονοχρωματικά ηλεκτρόνια προσθέτουν κορυφές στο γραμμικό ενεργειακό φάσμα των  $\beta^+$ ,  $\beta^-$ .
- Το κενό που δημιουργείται στην K, ή L στοιβάδα συμπληρώνεται με μεταπτώσεις ηλεκτρονίων από τις ανώτερες στοιβάδες, με συνεπακόλουθη εκπομπή φωτονίων X χαρακτηριστικών ενεργειών.
- Τα φωτόνια X είναι δυνατό να αλληλεπιδράσουν με εσωτερική μετατροπή με  $e$  άλλων στοιβάδων του ατόμου, αποβάλλοντάς τα. Τα αποβληθέντα  $e$  λόγω IC φωτονίου X καλούνται ηλεκτρόνια Auger.
- Τα ηλεκτρόνια Auger έχουν πολύ μικρή κινητική ενέργεια.

# Ποια η διαφορά μεταξύ φωτονίων $\gamma$ και $X$ ?

- Αμφότερα είναι φωτόνια του ίδιου ενεργειακού φάσματος.
- Τα  $\gamma$  προκύπτουν από ενεργειακές μεταπτώσεις του πυρήνα, ή αλληλεπιδρούν με αυτόν.
- Τα  $X$  προκύπτουν από ενεργειακές μεταπτώσεις του ατόμου, ή αλληλεπιδρούν με αυτό.

# Ραδιενέργεια

- Εστω  $N_0$  πυρήνες ενός ραδιενεργού ισοτόπου οι οποίοι διασπώνται με οποιοδήποτε τρόπο. Τότε μετά από χρόνο  $t$  θα έχουν απομείνει:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

- Η παραπάνω εξίσωση προκύπτει από το γεγονός ότι ο ρυθμός μεταβολής του αριθμού  $N$  είναι ανάλογος των εναπομείναντων πυρήνων:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

- Η σταθερά  $\lambda$  καλείται σταθερά διάσπασης και είναι χαρακτηριστική του ραδιοϊσοτόπου.
- Ο χρόνος ημίσειας ζωής (ημιζωής)  $T_{1/2}$  ορίζεται ως ο χρόνος που απαιτείται για να διασπατούν οι μισοί από τους αρχικούς πυρήνες:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

# Παράδειγμα

- Ένα  $\mu\text{gr } ^{226}\text{Ra}$  εκπέμπει  $3.7 \times 10^4 / \text{sec}$  σωμάτια  $\alpha$ . Να βρεθεί ο χρόνος ημιζωής του  $^{226}\text{Ra}$ .

Υπολογισμός αριθμού πυρήνων:

$$N = N_A \frac{w}{A} = 6.023 \times 10^{23} \text{ atoms / mole} \frac{1 \times 10^{-6} \text{ gr}}{226 \text{ gr / mole}} = 2.66 \times 10^{15} \text{ atoms}$$

$$\lambda = \frac{1}{N} \text{ ρυθμό διάσπασης} = 3.7 \times 10^4 \text{ διασπάσεις sec}^{-1} \frac{1}{2.66 \times 10^{15} \text{ atoms}} = 1.39 \times 10^{-11} \text{ sec}^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 4.987 \times 10^{10} \text{ sec} = 1581 \text{ years}$$

- Σημείωση: για να είναι ακριβής ο υπολογισμός αυτός, πρέπει ο χρόνος υπολογισμού του ρυθμού διάσπασης να είναι  $\ll T_{1/2}$ .

# Ενεργότητα - Activity

- Αναφορικά με ραδιοϊσότοπα, η μάζα δεν αποτελεί το κρίσιμο μέγεθος. Αντίθετα μας ενδιαφέρει ο αριθμός των διασπάσεων / μονάδα χρόνου. Το μέγεθος αυτό καλείται ενεργότητα.
- Διαστάσεις της ενεργότητας: κρούσεις/sec = διασπάσεις /sec.
- Προσοχή: διασπάσεις /sec διαφορετικό από σωματίδια /sec.
- Μονάδα ενεργότητας:
  - 1 Bequerel= 1Bq=1 διασπάση /sec (Πολύ μικρή μονάδα, συνήθως χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια kBq, MBq).
  - 1 Curie = 1Ci=  $3.7 \times 10^{10}$  Bq = η ενεργότητα ενός γραμμαρίου  $^{226}\text{Ra}$ . (πολύ μεγάλη μονάδα, συνήθως χρησιμοποιούμε υποπολλαπλάσια mCi,  $\mu\text{Ci}$ ).

- Εστω ότι την  $t=0$  εισάγεται ενδοφλέβια  $m_0=10\text{mg}$  μίας ραδιενεργού ουσίας με ενεργότητα  $10\text{MBq}$ .
- Μετά από λίγα λεπτά γίνεται αιμοληψία  $10\text{ ml}$  και διαπιστώνεται ότι περιέχουν ενεργότητα  $2\text{kBq}$ . Ποιος ο όγκος του αίματος του ασθενούς ?

- Εστω ότι την  $t=0$  εισάγεται ενδοφλέβια  $m_0=1\text{mg}$  μίας δραστικής ουσίας, η οποία απομακρύνεται με άγνωστο ρυθμό  $k_{01}$  από το αίμα.
- Κατασκευάστε τον πίνακα Κ.
- Εστω ότι για διάφορες χρονικές στιγμές (αριστερή στήλη) έγιναν οι παρακάτω μετρήσεις μάζας της δραστικής ουσίας (δεξιά στήλη).
- Βρείτε τις τιμές των στοιχείων του Κ.
- Σας δίνεται ο τύπος για την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων

0	1.0486
10.0000	0.9534
20.0000	0.8673
30.0000	0.7894
40.0000	0.7189
50.0000	0.6551
60.0000	0.5974
70.0000	0.5452
80.0000	0.4979
90.0000	0.4552
100.0000	0.4165

$$a = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}, b = \frac{\sum y - a \sum x}{n}$$



# Μονάδες Δόσης ραδιενέργειας

- Δόση = ενέργεια που αποτίθεται από ιοντίζουσα ακτινοβολία / μάζα. Μονάδα δόσης 1 Gray= 1 Gy = 1J/kg.
- 1 Gy= 100 rad.
- Ισοδύναμη δόση (Dose equivalent): μέγεθος ίσο με τη δόση πολλαπλασιασμένο με μία αδιάστατη σταθερά, ώστε να αντανακλά στο βιολογικό αποτέλεσμα της δόσης.
- Μονάδα Ισοδύναμης δόσης (SI): 1Sievert=1 Gy x const
- Εναλλακτική μονάδα ισοδύναμης δόσης: 1 rem=0.01 Sievert
- Η σταθερά const εξαρτάται από το είδος της ακτινοβολίας:

Σωματίο	Ένέργεια	const
γ, Χ, e-, e+		1
Νετρόνια	<10keV	5
	10keV – 100keV	10
	2MeV – 20MeV	20
Πρωτόνια	>2MeV	2
α, βαρύτερα ιόντα		20

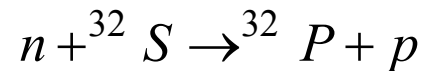
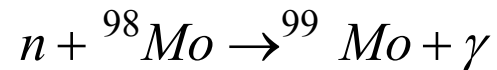
- Ενας αισθητήρας 10x10 cm τοποθετείται σε απόσταση 1m από 1μg  $^{99}\text{Tc}$ . Να βρεθεί πόσα φωτόνια διέρχονται από τον αισθητήρα.
- Ποση μάζα  $\text{Ra}222$  (1580 έτη) απαιτείται ώστε να έχουμε την ίδια ενεργότητα με 1μg  $^{99}\text{Tc}$  (6 ώρες)

# Παραγωγή ραδιοϊσοτόπων

- Ενεργοποίηση νετρονίων (Neutron activation)
- Πυρηνική σχάση (Nuclear fission)
- Βομβαρδισμό με ιόντα
- Γεννήτρια ραδιονουκλιδίων (radionuclide generator)

# Ενεργοποίηση νετρονίων (Neutron activation)

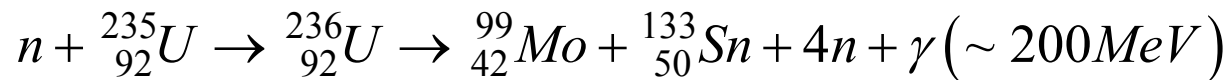
- Κρούση πυρήνων με «θερμικά νετρόνια (n)» (μέση  $E < 100\text{eV}$ ). Θερμικά νετρόνια παράγονται σε πυρηνικούς αντιδραστήρες. Παραδείγματα αντιδράσεων:



- Οι αντιδράσεις του 1<sup>ου</sup> τύπου παράγουν μείγμα των 2 ισοτόπων, από το οποίο πρέπει να διαχωριστεί το ραδιενεργό ισότοπο με φυσικές/χημικές διεργασίες.
- Στην ιατρική χρησιμοποιείται η ανάλυση χημικής σύστασης μέσω ενεργοποίησης νετρονίων. Η ακρίβεια της ανίχνευσης κυμαίνεται  $10^{-3} - 10^{-10}$  gr.
- Ισότοπα που παράγονται:  ${}^{131}\text{I}$  ( $\gamma$  364 keV, 8 days),  ${}^{99}\text{Mo}$  (740keV, 66h),  ${}^{59}\text{Fe}$  (1099 keV, 44.5 d).

# Πυρηνική σχάση (Nuclear fission)

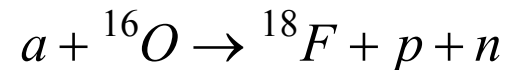
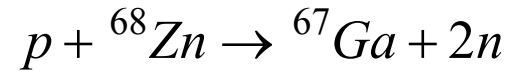
- Σχάση: ένας πυρήνας απορροφά ένα νετρόνιο, καθίσταται ασταθής (ραδιενεργός) και διασπάται σε δυο θυγατρικούς, με παραγωγή νέων νετρονίων και ενέργειας σε μορφή φωτονίων  $\gamma$ .



- Η παραπάνω αντίδραση:
  1. Παράγει 4 νετρόνια  $\rightarrow$  εκθετικός αριθμός  $n \rightarrow$  αλυσιδωτή αντίδραση
  2. Είναι ισχυρά εξώθερμη (συγκρίνετε τα 200 MeV που παράγονται ανά σχάση πυρήνα με τα  $\sim 2$  eV / πυρήνα που παράγονται από την απλή καύση του άνθρακα).
  3. Κάθε ένας από τους θυγατρικούς πυρήνες διασπάται, παράγοντας πλήθος ισοτόπων: πχ  $^{131}\text{I}$  ( $\gamma$  364 keV, 8 days),  $^{99}\text{Mo}$  (740keV, 66h),  $^{133}\text{Xe}$  (81 keV, 5.27 d)

# Βομβαρδισμό με ιόντα

- Παράδειγμα:



- Απαιτείται επιταχυντής (γραμμικός ή κύκλοτρο) για να αποδώσει 100 MeV /νουκλεόνιο για να υπερνικηθεί η ηλεκτροστατική απώθηση του πυρήνα-στόχου.
- Παράγονται ισότοπα:

Παραγόμενο Ισότοπο	Ενέργεια	T1/2	Στόχος (με p)
11C	e <sup>+</sup> 511keV	20.4 min	14N
13N	e <sup>+</sup> 511keV	10 min	13C
15O	e <sup>+</sup> 511keV	2 min	15N
18F	e <sup>+</sup> 511keV	110 min	18O
67Ga	γ 93, 184, 300	78 h	68Zn
111In	γ 171,245	68 h	112Cd
123I	γ 159	13 h	124Te, 127I
201Tl	γ 80	73 h	203Tl

# Γεννήτρια ραδιονουκλιδίων (radionuclide generator)

- Εστω ισότοπο X1 (σταθερά  $\lambda_1$ , χρόνος ημιζωής  $T_1$ ) που διασπάται και παράγει το ισότοπο X2 (σταθερά  $\lambda_2$ , χρόνος ημιζωής  $T_2$ ).
- Η συγκέντρωση των πυρήνων του X1 σε συνάρτηση του χρόνου θα είναι:

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

- Θεωρώντας ότι σε κλειστό δοχείο υπάρχουν την  $t=0$   $N_0$  πυρήνες του X1 και 0 πυρήνες του X2, η συγκέντρωση των πυρήνων του X2 καθορίζεται από την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2(t)$$

- Επιλύοντας την παραπάνω:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

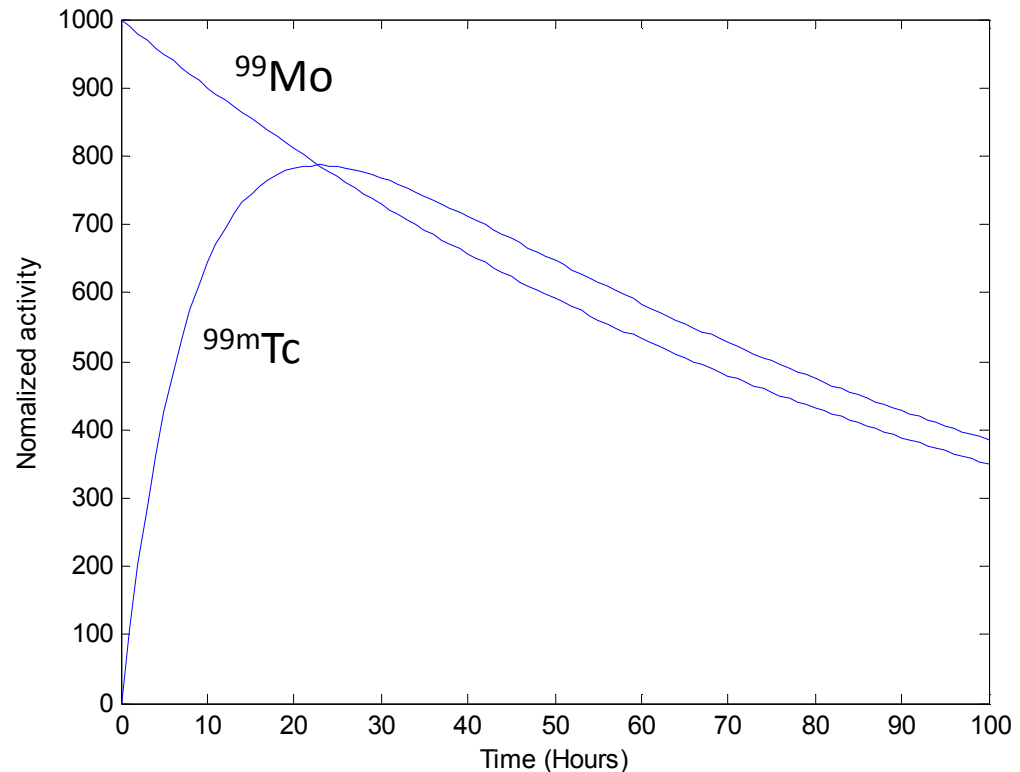


- Αν  $T_1 > 10^4 T_2 \rightarrow$  Secular ισοροπία

$$t > 5T_2 \Rightarrow N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(0)(1 - 0)$$

- Αν  $T_1 \gg T_2 \rightarrow$  Μεταβατική (Transient) ισοροπία: Το  $N_2$  αποκτά μέγιστη τιμή όταν γίνει ίσο με το  $N_1$  και στη συνέχεια μειώνεται με τη σταθερά διάσπασης  $\lambda_1$  του  $X_1$ .
- Τη στιγμή της μεταβατικής ισοροπίας μπορεί να γίνει η απορόφηση του  $X_2$  από τη γεννήτρια με την μέγιστη αποτελεσματικότητα.

- Γεννήτρια  $^{99}\text{Mo} \rightarrow ^{99\text{m}}\text{Tc}$ 
  - Χ1:  $^{99}\text{Mo}$  ολυβδένιο ( $T_1=66,7$  ώρες)
  - Χ2:  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  Τεχνητίο Μετασταθές ( $T_1=6,07$  ώρες)
- Το  $^{99}\text{Mo}$  απορροφάται σε αλουμίνα ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), ενώ το παραγόμενο  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  διαχωρίζεται εύκολα. Άντληση του  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  γίνεται κάθε μέρα, ενώ μετά 3-4 μέρες το Νοσοκομείο προμηθεύεται νέα γεμάτη γεννήτρια με  $^{99}\text{Mo}$ .



# Αλληλεπίδραση ιονίζουσας ακτινοβολίας με την ύλη: φωτόνια (Χ και γ)

- Σε αντίθεση με τα φορτισμένα σωμάτια α και β,
- Εστω δέσμη μονοενεργειακών φωτονίων, έντασης N φωτόνια /sec η οποία προσπίπτει σε ομογενές υλικό. Τότε, ο αριθμός των φωτονίων  $dN$  που αλληλεπιδρούν με το υλικό, ανά μονάδα μήκους της διαδρομής της δέσμης στο υλικό  $dx$  δίνεται:

$$\frac{dN}{dx} = -\mu x \Rightarrow N = N_0 e^{-\mu x}$$

- $\mu$  είναι η πιθανότητα αλληλεπίδρασης των φωτονίων με το υλικό και καλείται **συντελεστής γραμμικής απορρόφησης** (linear attenuation coefficient). Οι μονάδες του (όπως προκύπτει βάσει διαστατικής ανάλυσης) είναι  $(\text{μήκος})^{-1}$ .
- Συχνά χρησιμοποιείται ο ατομικός συντελεστής απορρόφησης  $\mu_a$ , που ορίζεται ως το πλήθος των προσπίπτοντων φωτονίων που απορροφώνται από ένα άτομο του υλικού:

# Δίδυμη γέννεση (pair production)

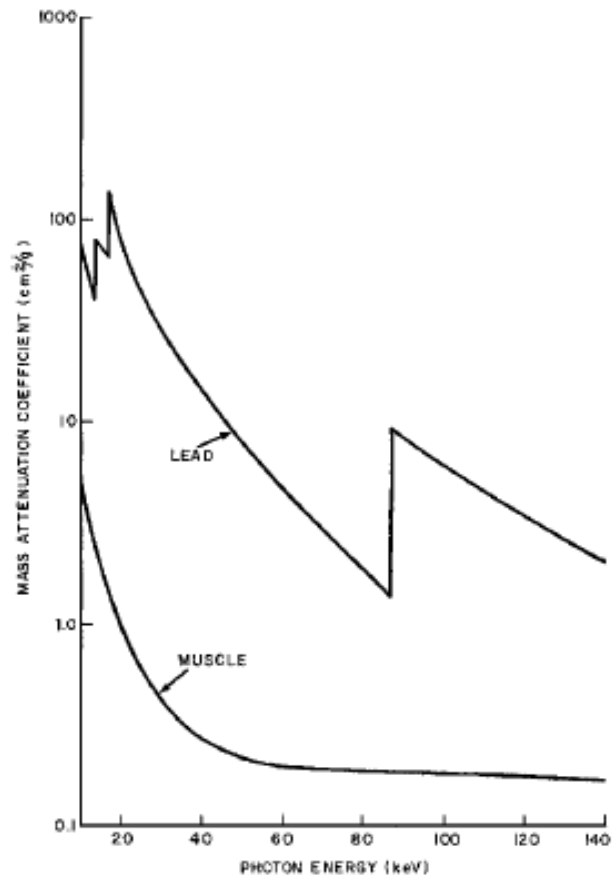
- Ένα φωτόνιο  $\gamma$  με επαρκή ενέργεια που διέρχεται κοντά από πυρήνα, έχει πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με αυτόν και να εξαυλωθεί δημιουργώντας ένα σωματίο  $\beta^-$  και ένα  $\beta^+$ .
- Ενεργειακά, αυτό είναι δυνατόν μόνο αν
$$E_{\gamma} > 2 * (\text{μάζα ηρεμίας του } \beta) * c^2 = 2 * (511 \text{keV} / c^2) c^2 = 1.01 \text{ MeV}$$
- Η διαφορά της ενέργειας  $E_{\gamma} - 1.01 \text{ MeV}$  αποδίδεται στον πυρήνα (πρακτικά θεωρείται ίση με 0 λόγω της πολύ μεγαλύτερης μάζας του πυρήνα από τα  $\beta^+$ ,  $\beta^-$ ), και στα  $\beta^+$ ,  $\beta^-$ .
- Τα  $\beta^+$ ,  $\beta^-$  αποθέτουν την ενέργεια τους τοπικά ionίζοντας τα άτομα κοντά στο σημείο της δίδυμης γέννεσης.
- Μόλις το  $\beta^+$  απωλέσει την κινητική του ενέργεια αλληλεπιδρά με ένα  $\beta^-$ , και εξαυλώνεται παράγοντας 2 φωτόνια  $\gamma$  τα οποία έχουν ίση ενέργεια και αντίθετη ορμή (λόγω της διατήρησης των δύο μεγεθών).

- Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να λάβει χώρα στην περιοχή ενός ηλεκτρονίου ( $\beta^-$ ). Διαφορές
  - Το  $\beta^-$  ανακρούει σημαντική ενέργεια, σε σχέση με την περίπτωση του πυρήνα. Έτσι δημιουργούνται 3 σωμάτια (το προυπάρχον  $\beta^-$ , και τα εμφανιζόμενα  $\beta^-$  και  $\beta^+$ ). Συχνά το φαινόμενο ονομάζεται τριπλή γέννηση.
  - Η ενέργεια του φωτονίου  $E_\gamma$  για τριπλή γέννηση έχει κάτω κατόφλι 4 μάζες ηρεμίας του ηλεκτρονίου.
  - Σε χαμηλές ενέργειες φωτονίου η πιθανότητα για δίδυμη γέννηση είναι  $\gg$  πιθανότητα για τριπλή γέννηση. Όσο η  $E$  φωτονίου αυξάνει, τόσο η πιθανότητα για δίδυμη γέννηση μειώνεται σε σχέση με την τριπλή γέννηση.

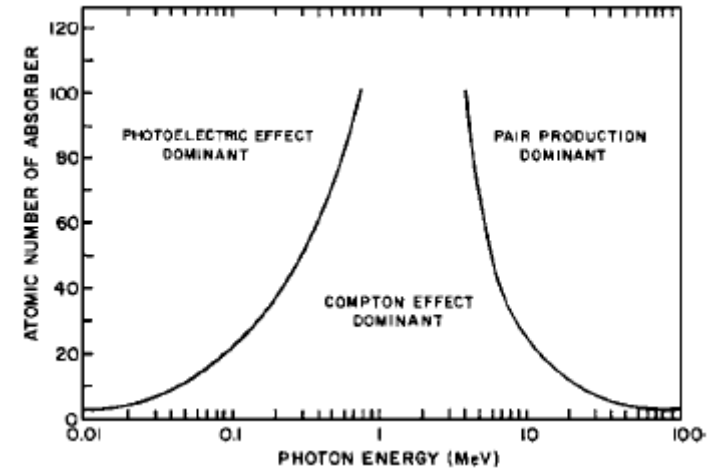
# Σκέδαση Compton

- Τα φωτόνια  $\gamma$  και  $X$  με ενέργεια από 30 keV έως MeV σκεδάζονται ανελαστικά από ελεύθερα ηλεκτρόνια.
- Η σκέδαση μεταφέρει μέρος της  $E$  των  $\gamma/X$  στο ηλεκτρόνιο, το οποίο σκεδάζεται με γωνία  $\geq 90^\circ$  σε σχέση με την ορμή του  $\gamma / X$
- Το φωτόνιο μπορεί να σκεδαστεί σε οποιαδήποτε γωνία. Όσο μεγαλύτερη η γωνία σκέδασης του  $\gamma$ , τόσο μεγαλύτερη η απώλεια ενέργειας του.

# Εξάρτηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου από τη ενέργεια του φωτονίου



- Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο  $\sim E^{-3}, Z^3$ .
- Σκέδαση Compton: ανεξάρτητο από το Z
- Δίδυμη γέννηση



<i>Dependence of Linear Attenuation Coefficient on</i>				
<i>Mode of Interaction</i>	<i>Photon Energy <math>h\nu</math></i>	<i>Atomic Number <math>Z</math></i>	<i>Electron Density <math>\rho_e</math></i>	<i>Physical Density <math>\rho</math></i>
Photoelectric	$\frac{1}{(h\nu)^3}$	$Z^3$	—	$\rho$
Compton	$\frac{1}{h\nu}$	—	$\rho_e$	$\rho$
Pair production	$h\nu$ ( $>1.02$ MeV)	$Z$	—	$\rho$



# Ανίχνευση ακτίνων Χ

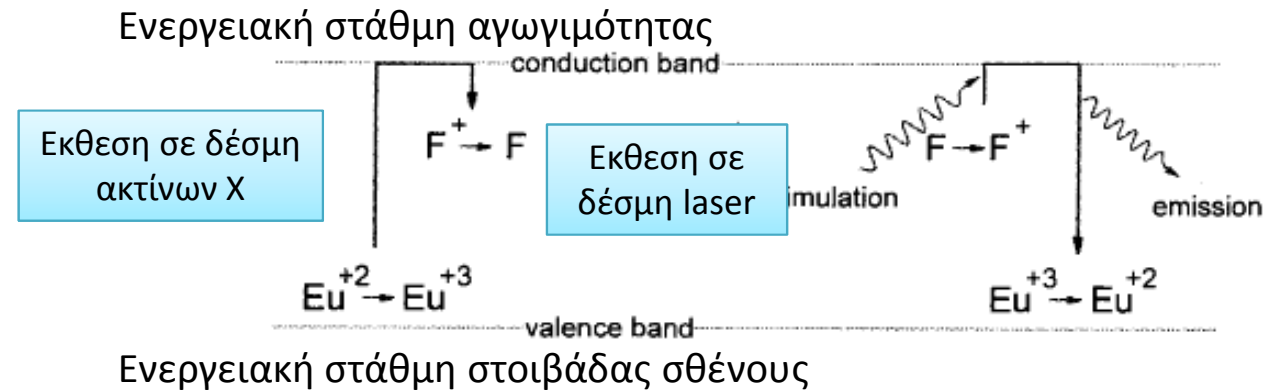
- *flat-panel detector* fields (commercially available since the late 1990s)
- charge-coupled devices (CCDs) developed at Bell Laboratories in 1969
- a-Si active matrix thin-film transistor (TFT) array

# Αναλογική Ραδιογραφία

- Ο Φώσφορος ( $Gd_2O_2S$ ) εκπέμπει ορατό φως τη στιγμή που προσπίπτει σε αυτόν φωτόνιο ακτίνων Χ.
- Ένα λεπτό στρώμα φωσφόρου τοποθετημένο σε επαφή με φωτογραφικό φιλμ χρησιμοποιείται επί δεκαετίες για την καταγραφή των ακτινογραφιών.

# Ψηφιακή Ραδιογραφία (Computer Radiography)

- Χρησιμοποιείται ανιχνευτής από Φωτοδιεγέρισμο Φώσφορο photostimulable phosphor detector (PSP) 85% BaFBr και 15% BaFI με προσμίξεις Ευρωπαϊού (Eu), κλεισμένος σε θήκη από αδιαφανές πλαστικό μικρής πυκνότητας.
- Ο ανιχνευτής PSP εκτείθεται σε ακτίνες X και τα ιονιζόμενα ηλεκτρόνια των στοιβάδων σθένους των ατόμων του Eu εγκλωβίζονται σε μία ενεργειακή στάθμη μεταξύ αυτής της στοιβάδας σθένους και των ελεύθερων ηλεκτρονίων.
- Ο αριθμός των εγκλωβισμένων ηλεκτρονίων είναι ανάλογος της έντασης της δέσμης ακτίνων X.
- Οποιαδήποτε στιγμή (εντός ημερών) μετά την έκθεση του PSP, το PSP σαρώνεται από δέσμη laser 700nm. Τα φωτόνια του laser δίνουν επαρκή ενέργεια στα εγκλωβισμένα ηλεκτρόνια, ώστε να ανέλθουν σε κατάσταση αγωγιμότητας και στη συνέχεια να μεταπέσουν άμεσα σε στοιβάδα σθένους.
- Για κάθε ηλεκτρόνια η ενεργειακή διαφορά μεταξύ στοιβάδας σθένους και αγωγιμότητας αποβάλλεται με εκπομπή φωτονίου (πράσινου ή μπλε).



- Η ίδια εικόνα που έχει αποθηκευθεί στον ανιχνευτή PSP μπορεί να «διαβαστεί» πολλές φορές.
- Η εικόνα διαγράφεται με έκθεση του PSP σε πολύ έντονο φως, οπότε και μπορεί να επαναεκτεθεί σε ακτίνες Χ.
- Γενικά η διαδικασία είναι ίδια με αυτή που χρησιμοποιεί φωτογραφικό φιλμ.
- Πλεονεκτήματα PSP : μεγαλύτερη δυναμική ακτίνα τιμών και γραμμικότητα. Πολλαπλή επαναχρησιμοποίηση.