ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΙΙ –ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

Διδάσκουσα : Δρ. Μ. Αδάμ

Λαμία, 15/04/2016

Φυλλάδιο 3^{o}.

1. Να υπολογισθούν τα διπλά ολοκληρώματα

i) $I_1 = \iint\limits_D (x-y)^2 dxdy$, όπου $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ \ x+1 \le y \le -x+3, \ \ \ y \ge x^2+1\right\}$

ii) $I_2 = \iint\limits_D 3xydxdy$, με $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ \ 1 \le y \le 3, \ \ 1+x^2 \le y \le 2x^2+1, \ \ x \le 0\right\}$

iii) $I_3 = \iint\limits_D 2xydxdy$, όπου το χωρίο D περικλείεται από τις καμπύλες

$y^2 = 9x$ και $y = -3x^2$.

iv) $I_4 = \iint\limits_D 4(x^4 - y^4)dxdy$, όπου το χωρίο D βρίσκεται στο τρίτο τεταρτημόριο και

περικλείεται από τις καμπύλες $x^2 + y^2 = 6$, $x^2 + y^2 = 36$, $xy = 2$ και $xy = 10$.

v) $I_5 = \iint\limits_D 3(x^2 + y^2 - 2xy)dxdy$, όπου το χωρίο D περικλείεται από τις καμπύλες

$x^2 - y^2 = 4$, $x^2 - y^2 = 16$ και τις ευθείες $y = \frac{1}{2}x - 5$ και $y = \frac{1}{2}x + 1$.

vi) $I_6 = \iint\limits_D 7(x^2 + y^2 - 2xy)dxdy$, όπου το χωρίο D ανήκει στο δεξιό ημιεπίπεδο

($x \ge 0$) και περικλείεται από τις καμπύλες $x^2 - y^2 = 4$, $x^2 - y^2 = 12$,

$x - 3y = 0$, και $x - 3y = 3$.

vii) $I_7 = \iint\limits_D (x^4 - y^4)e^{xy} dx\,dy$, όπου το χωρίο D περικλείεται από τις καμπύλες

$xy = 1$, $xy = 3$, $x^2 - y^2 = 3$, $x^2 - y^2 = 4$, για $x, y \ge 0$.

viii) $I_8 = \iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy$, όπου $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ \ 0 \le x \le 2, \ \ \ x^2 \le y \le 4\right\}$.

2. Να υπολογισθούν τα τριπλά ολοκληρώματα

i) $I_1 = \iiint\limits_G z^2 dxdydz$, όπου το στερεό G περιβάλλεται από τις επιφάνειες

$z = 0$, $x^2 + z = 1$ και $y^2 + z = 1$.

ii) $I_2 = \iiint\limits_G (y + z^2) dxdydz$, όπου το στερεό G περιβάλλεται από τις επιφάνειες

$y = z^2$, $z = y^2$, $x = y - z^2$ και $x = 0$.

iii) $I_3 = \iiint\limits_G (yz) dxdydz$, όπου $G = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 \le z \le 1 - x^2 - y^2\right\}$.

iv) $I_4 = \iiint\limits_G e^{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)^3}} dxdydz$, όπου $G = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 1\right\}$.

v) $I_5 = \iiint\limits_G (x^2 + y^2 + z) dxdydz$, όπου το στερεό G περιβάλλεται από τις

επιφάνειες $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$ και $z = 2$.

3. Να υπολογισθεί ο όγκος των στερεών που περικλείονται από τις παρακάτω επιφάνειες

i) $z = f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$, $y = 1 - x^2$ και $y = 0$.

ii) $z = f(x, y) = 9 - y^2$, $3x + 4y = 12$, $x = 0$, $y = 0$ και $z = 0$.

iii) $z = f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ και $y = 1 - x$.

iv) $z = f(x, y) = x^3 y$, $x = 0$, $x = -4y^2 + 3$.

v) $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ (παραβολοειδές) και $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 2$ (επίπεδα).

vi) $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ και $z = 8 - x^2 - y^2$.

vii) Εντός της σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ και εντός του κυλίνδρου $x^2 + y^2 = 4$.

viii) Εντός της σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ και εντός του παραβολοειδούς $x^2 + y^2 = 2$.

ix) Άνω του επιπέδου $z = 0$, κάτω του παραβολοειδούς $x^2 + y^2 = 4z$ και εντός του κυλίνδρου $x^2 + y^2 = 16$.

x) Εντός της σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = z$ και άνω του κώνου $z^2 = x^2 + y^2$.