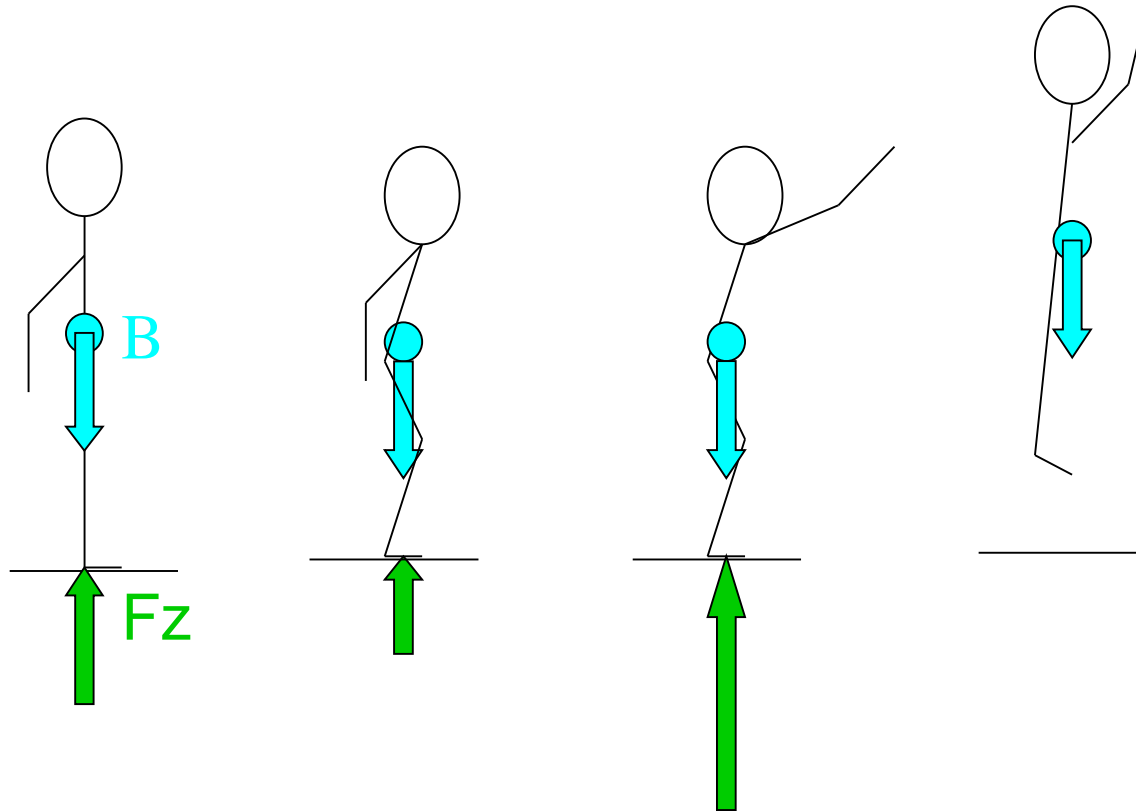


Εμβιομηχανική

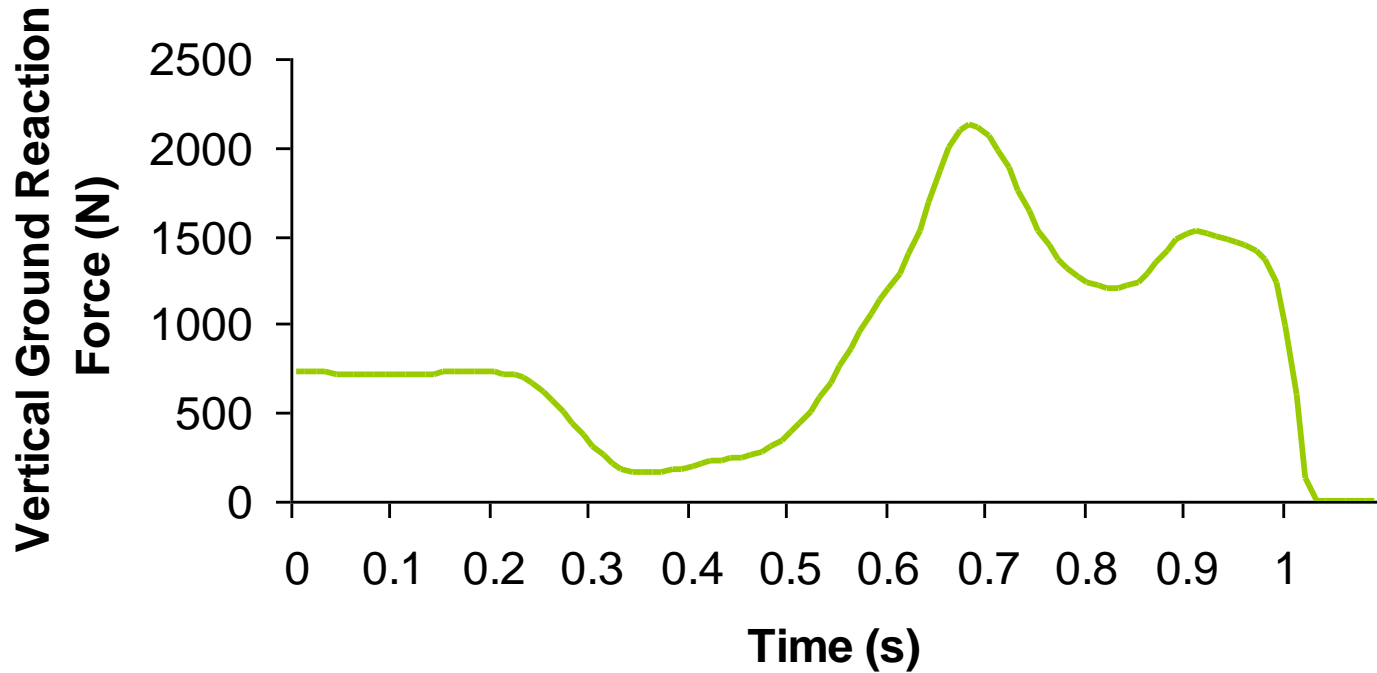
Ανάλυση και σύνθεση δυνάμεων

Γιάννης Γιάκας PhD
ggiakas@gmail.com

Σχεδιάστε το γράφημα της κατακόρυφης δύναμης

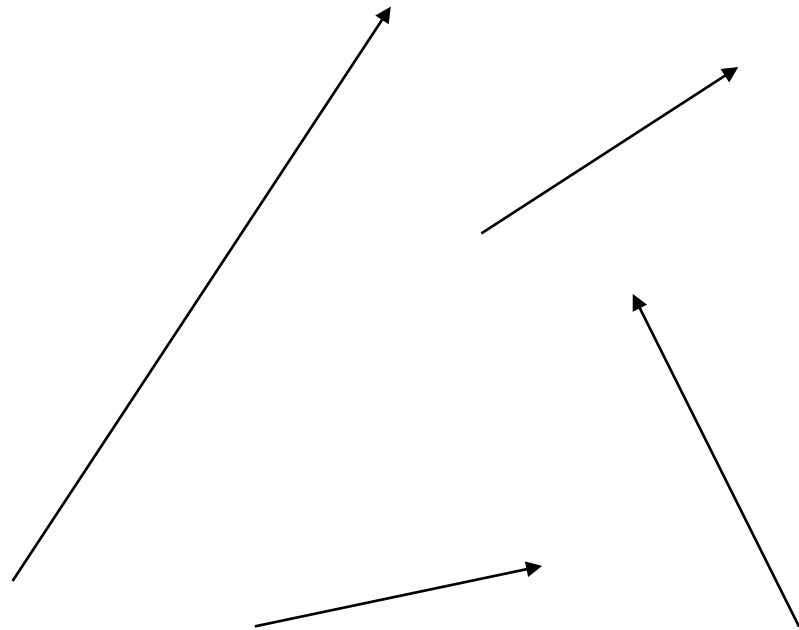


Σχεδιάστε το γράφημα της κατακόρυφης δύναμης



Διανυσματικά μεγέθη

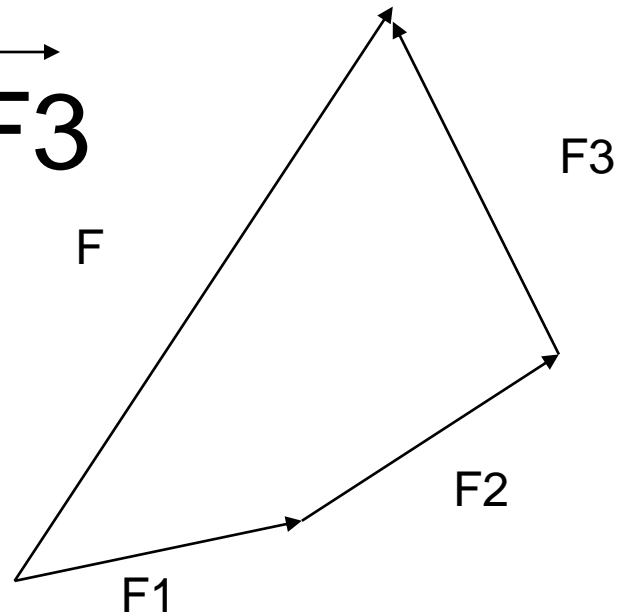
- Μέτρο
- Κατεύθυνση
- Φορά

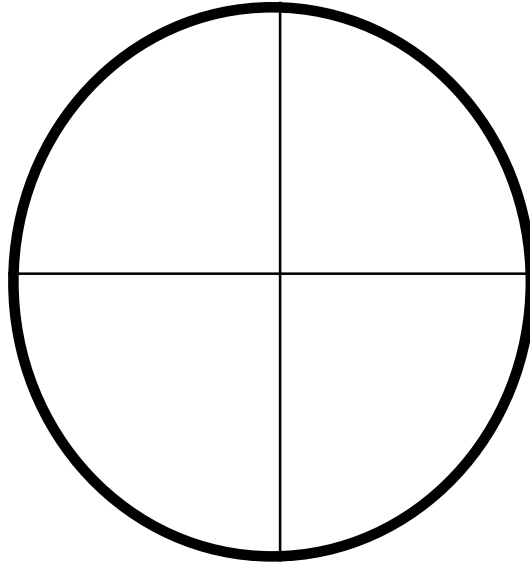


Διανυσματικά μεγέθη

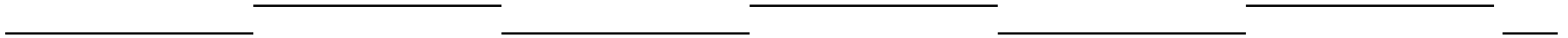
- Πρόσθεση

- $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$





Radian =1



1

2

3

4

5

6

.28..

Μονάδες

- Επαναλήψεις
 - 1 επανάληψη είναι ένας κύκλος
- Μοίρες (σπόρ)
 - 360 μοίρες είναι ένας κύκλος
- Radians (μηχανική)
 - 2π radians είναι ένας κύκλος ($\pi=3.1415\dots$)

Μονάδες

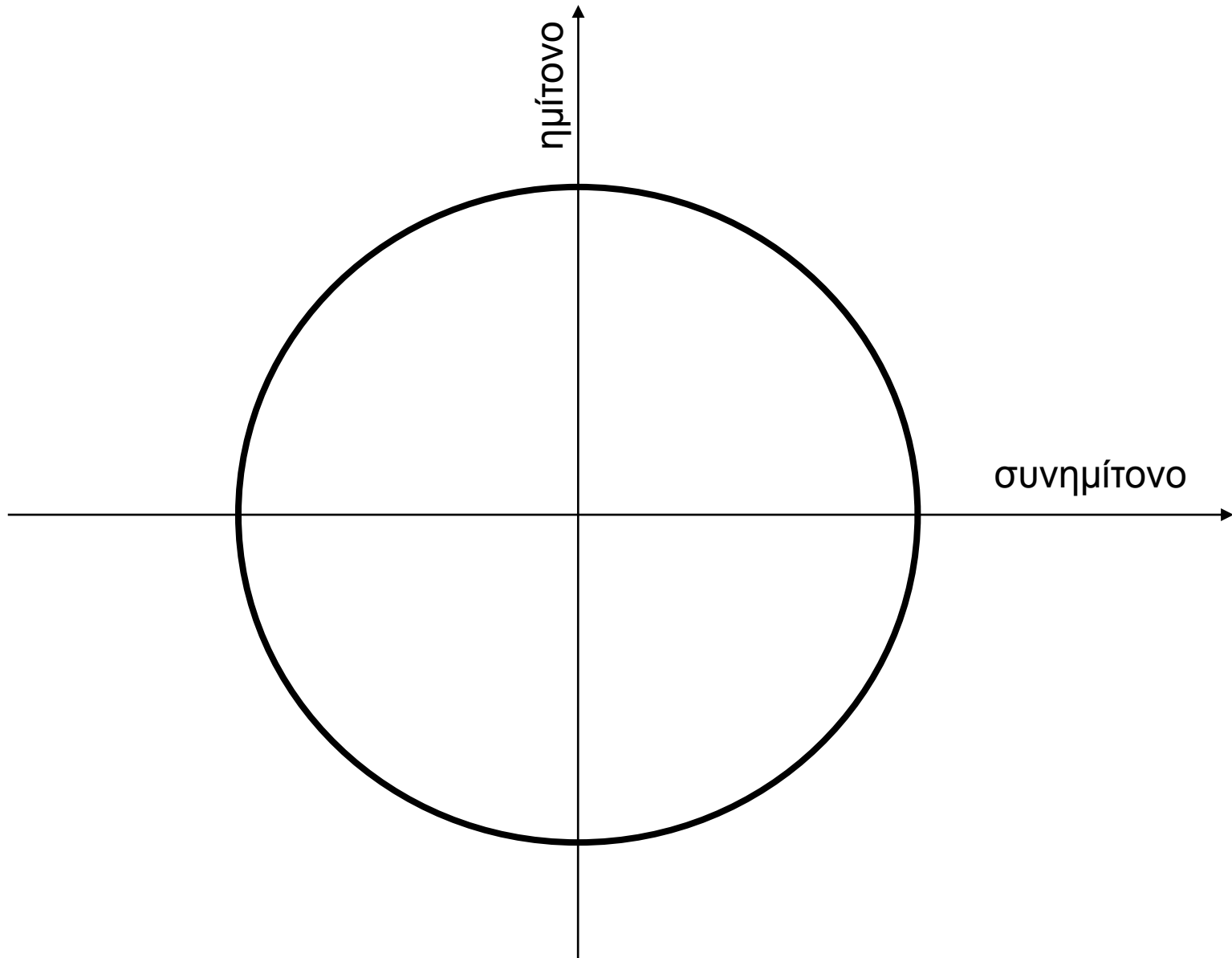
$$2*\pi \text{ radians} = 360 \text{ μοίρες}$$

$$\text{radian} = \frac{360}{2*\pi} \text{ μοίρες}$$

$$\text{radian} = \frac{360}{2*3.14} \text{ μοίρες}$$

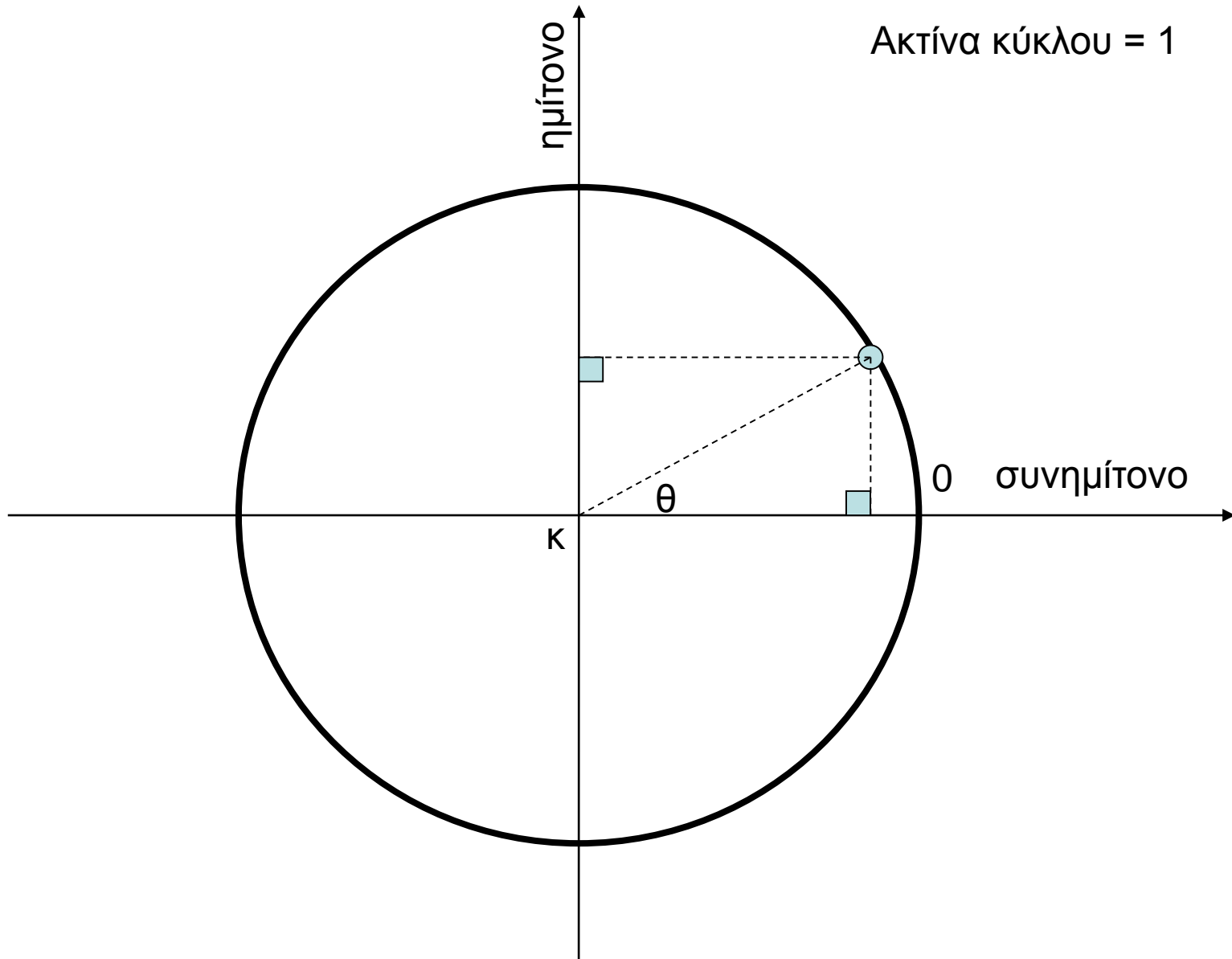
$$\text{radian} = 57.3 \text{ μοίρες} = 0.16 \text{ επανάληψης}$$

Τριγωνομετρικός κύκλος



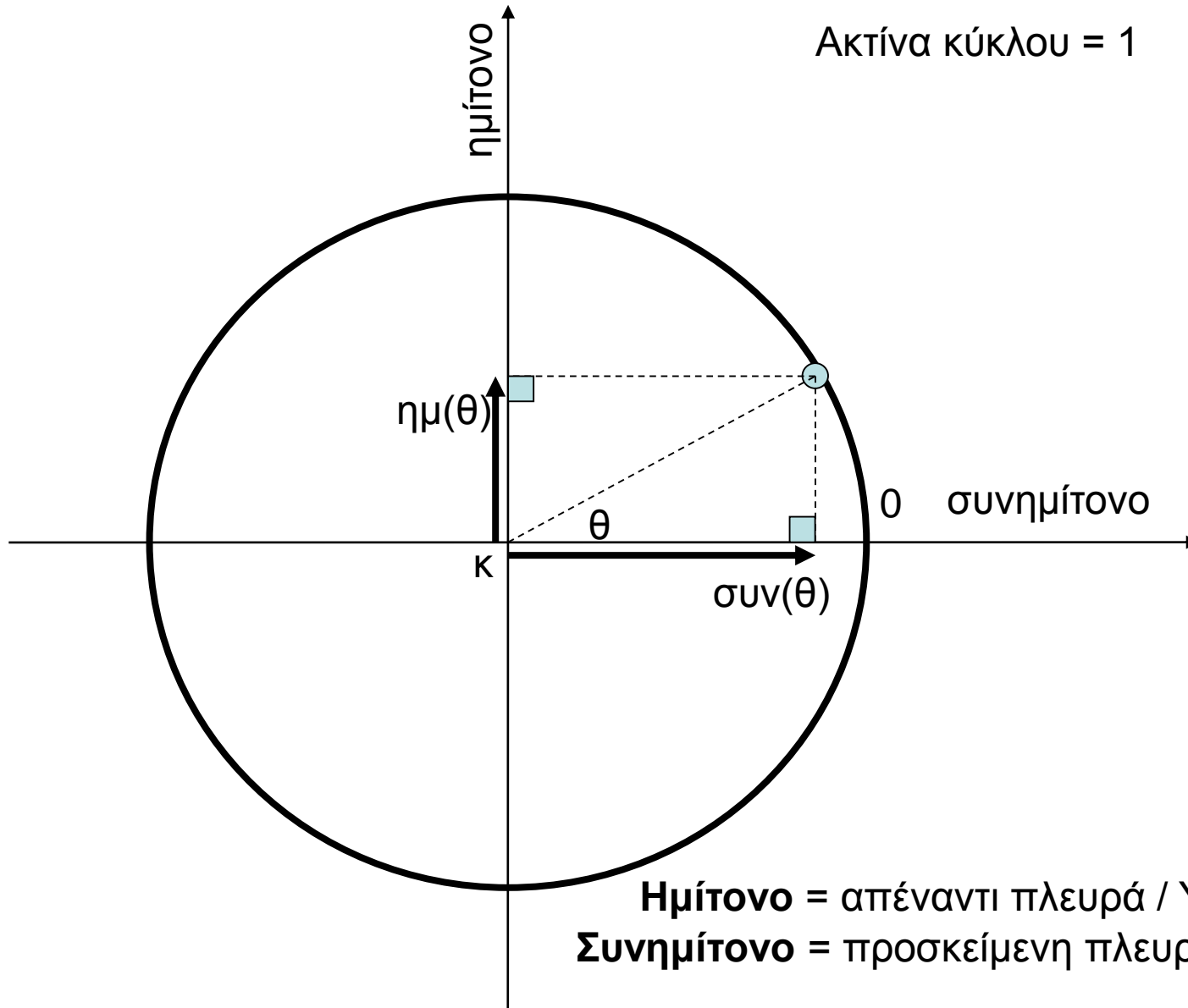
Τριγωνομετρικός κύκλος

Ακτίνα κύκλου = 1



Τριγωνομετρικός κύκλος

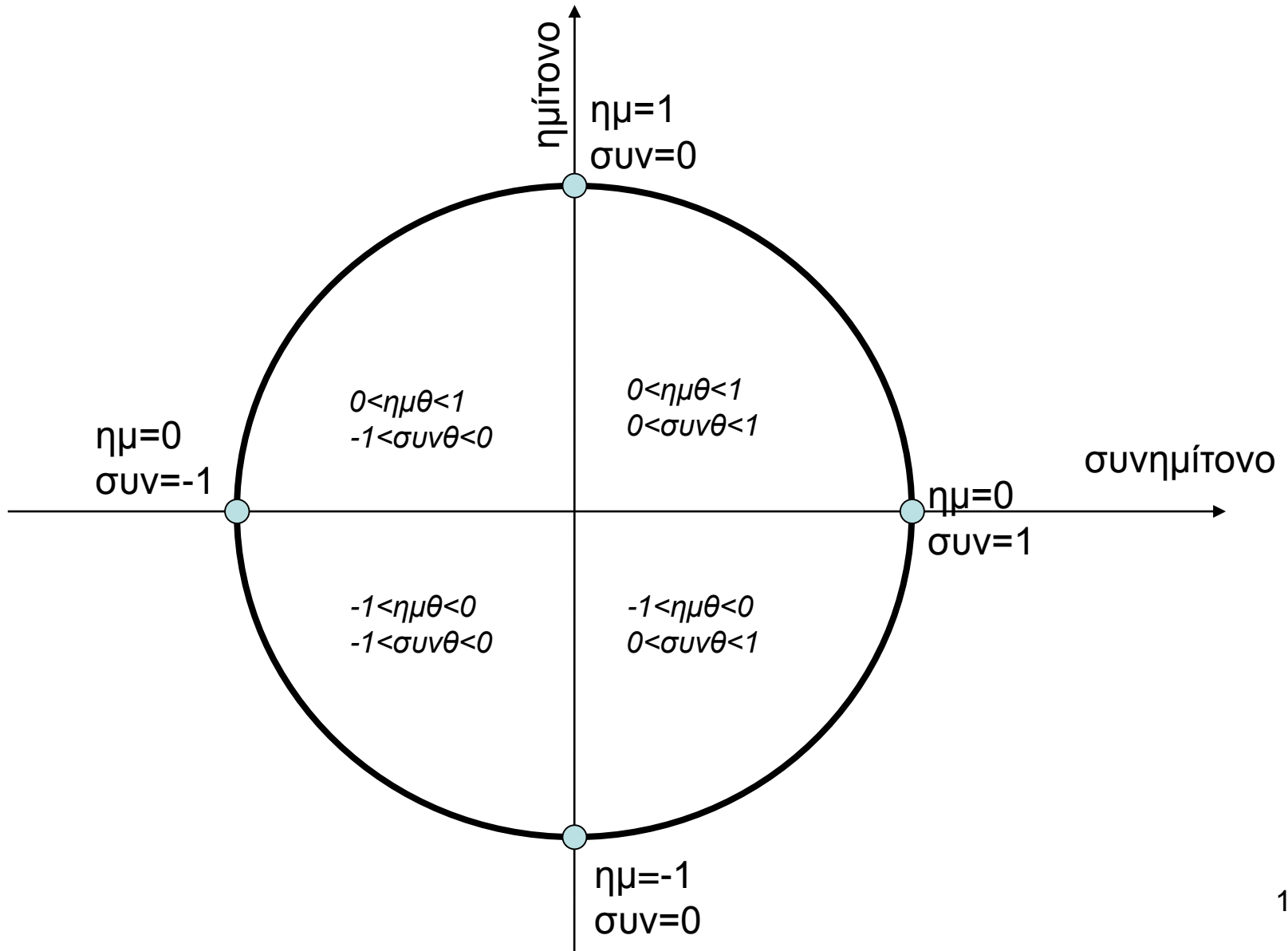
Ακτίνα κύκλου = 1



Ημίτονο = απέναντι πλευρά / Υποτείνουσα

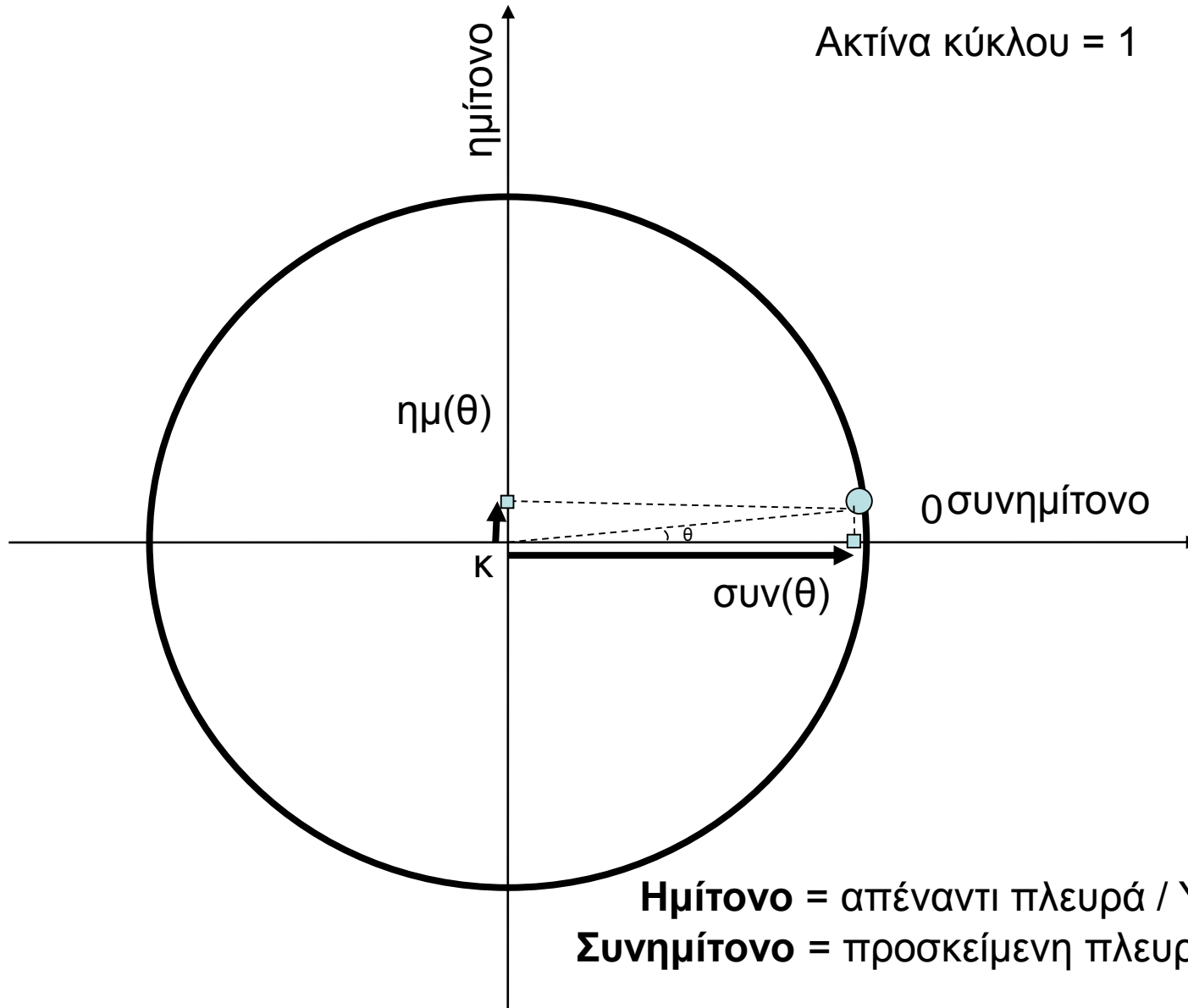
Συνημίτονο = προσκείμενη πλευρά / Υποτείνωσα

Τριγωνομετρικός κύκλος



Εμπειρικός τρόπος

Ακτίνα κύκλου = 1



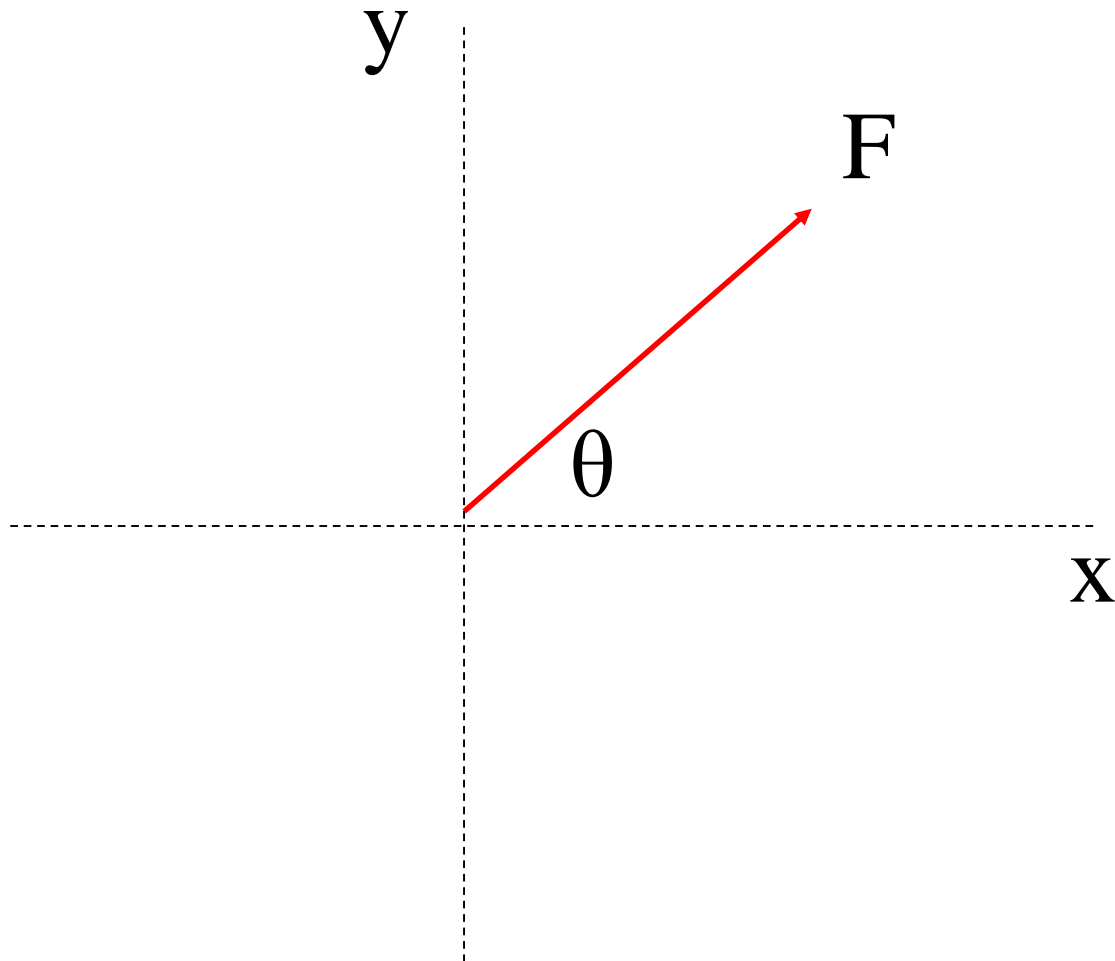
Εμπειρικός τρόπος

- Δημιουργώ τον τριγωνομετρικό κύκλο με κέντρο σύστημα αξόνων
- Ονομάζω τον οριζόντιο άξονα συνημίτονο και τον κατακόρυφο ημίτονο
- Δημιουργώ μια πολύ μικρή γωνία « θ ». Η « θ » δημιουργεί μεγάλο ίχνος στον οριζόντιο (συνημίτονο) άξονα και μικρό ίχνος στον κατακόρυφο (ημίτονο) άξονα.
- Βρίσκω που είναι η γωνία που ζητείται
- Ανάλογα με αυτό που μου ζητείται φέρνω κάθετη γραμμή (πχ αν μου ζητάει « $\eta\mu(\theta)$ »), φέρνω οριζόντια γραμμή να ακουμπήσω τον άξονα του ημιτόνου δημιουργώντας το ίχνος της γωνίας στον άξονα. Ενώνω το ίχνος με το κέντρο του κύκλου.
- Ελέγχω εάν το ίχνος είναι θετικό ή αρνητικό (και το σημειώνω)
- Ελέγχω εάν η απόσταση από το κέντρο είναι μεγάλη ή μικρή και βάζω ανάλογα $\eta\mu(\theta)$ ή $\sigma\upsilon\upsilon\eta\mu(\theta)$

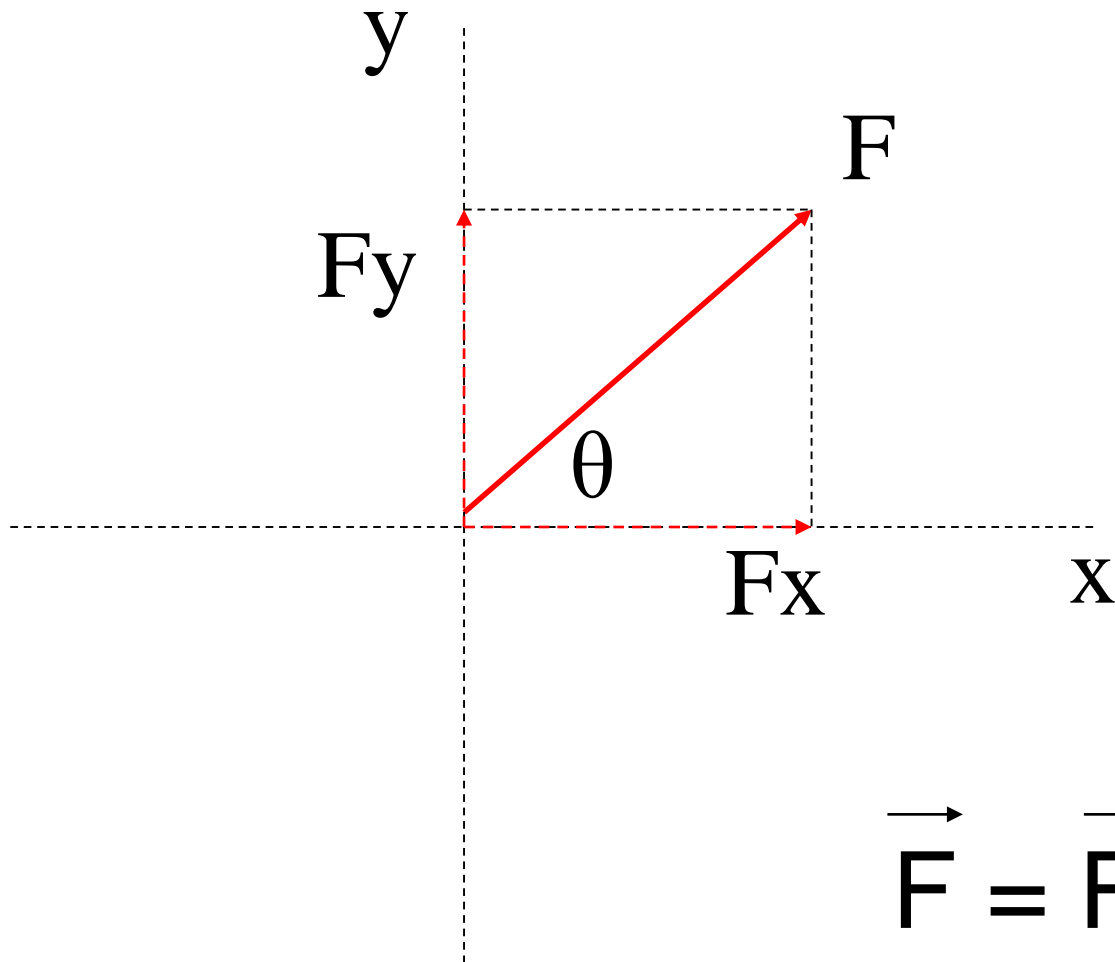
Ασκήσεις

- $\eta\mu(-\omega)$
- $\eta\mu(2\pi-\omega)$
- $\eta\mu(2\pi+\omega)$
- $\eta\mu(\pi-\omega)$
- $\eta\mu(\pi/2+\omega)$
- $\eta\mu(2\pi/4+\omega)$
- $\eta\mu(\pi/2-\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(-\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(2\pi-\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(2\pi+\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\pi-\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\pi/2+\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(2\pi/4+\omega)$
- $\sigma\upsilon\nu(\pi/2-\omega)$

Ανάλυση διανύσματος

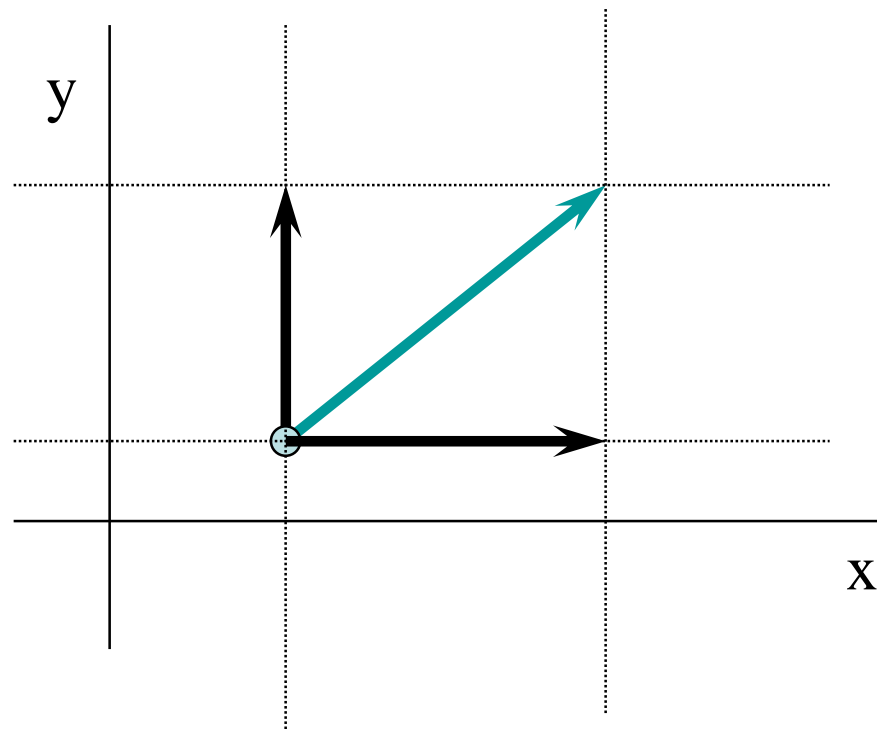


Ανάλυση διανύσματος

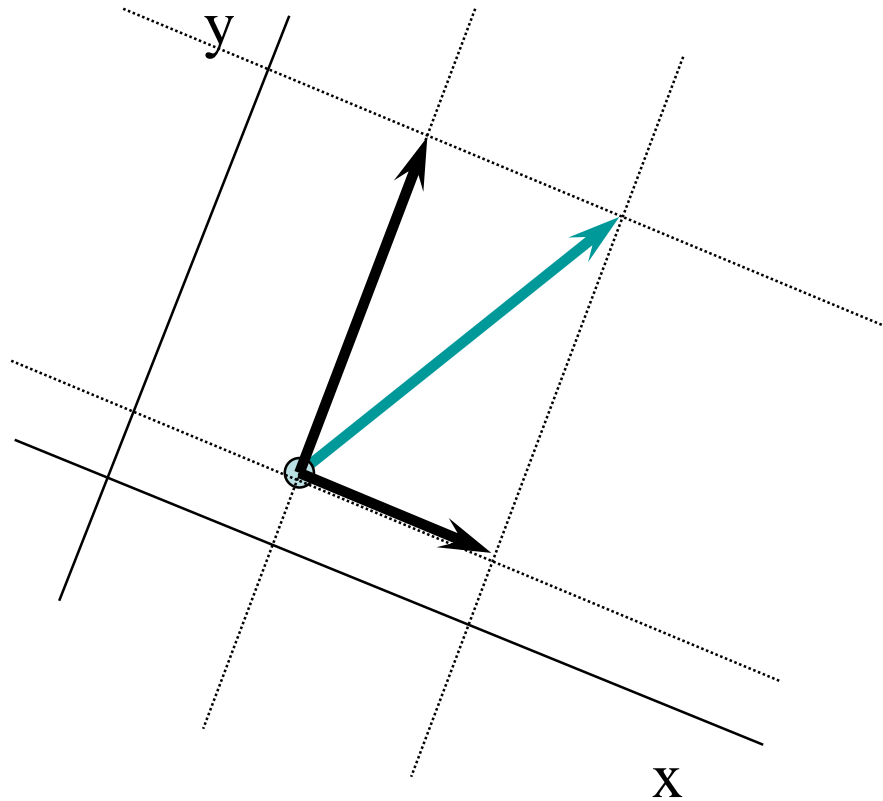


$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

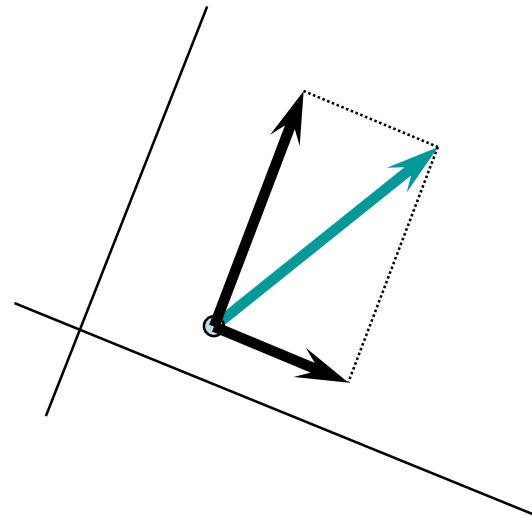
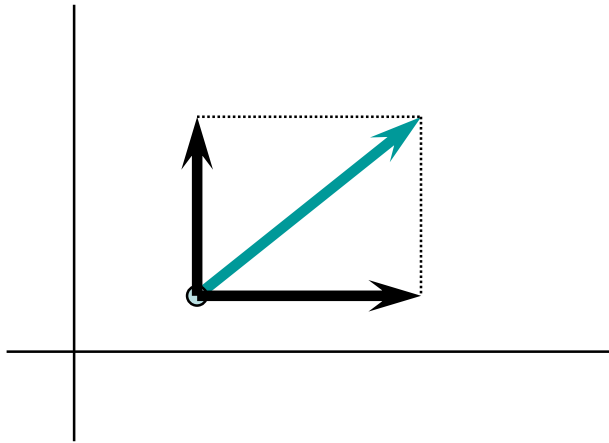
Ανάλυση διανύσματος



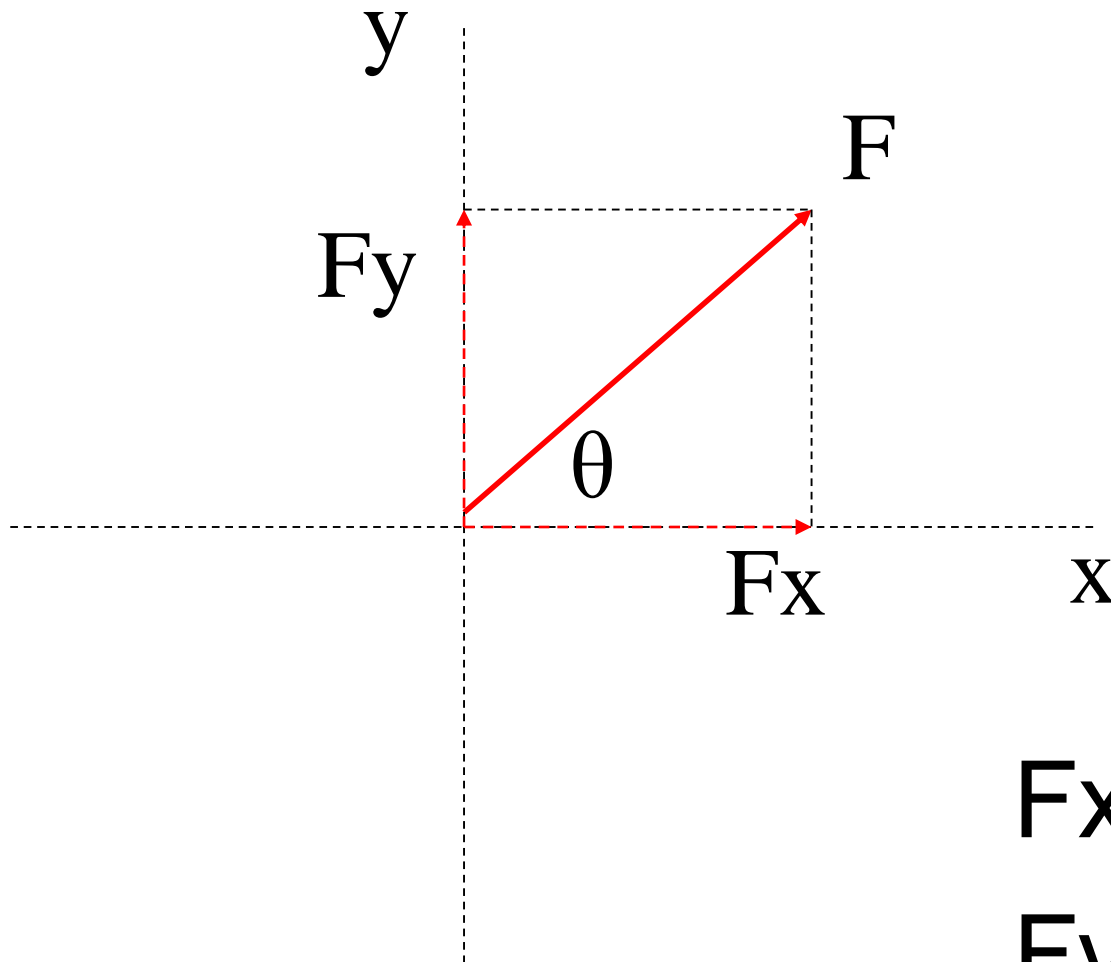
Ανάλυση σε διαφορετικό σύστημα συντεταγμένων



Ανάλυση σε διαφορετικές δυνάμεις



Ανάλυση διανύσματος (μέτρο)

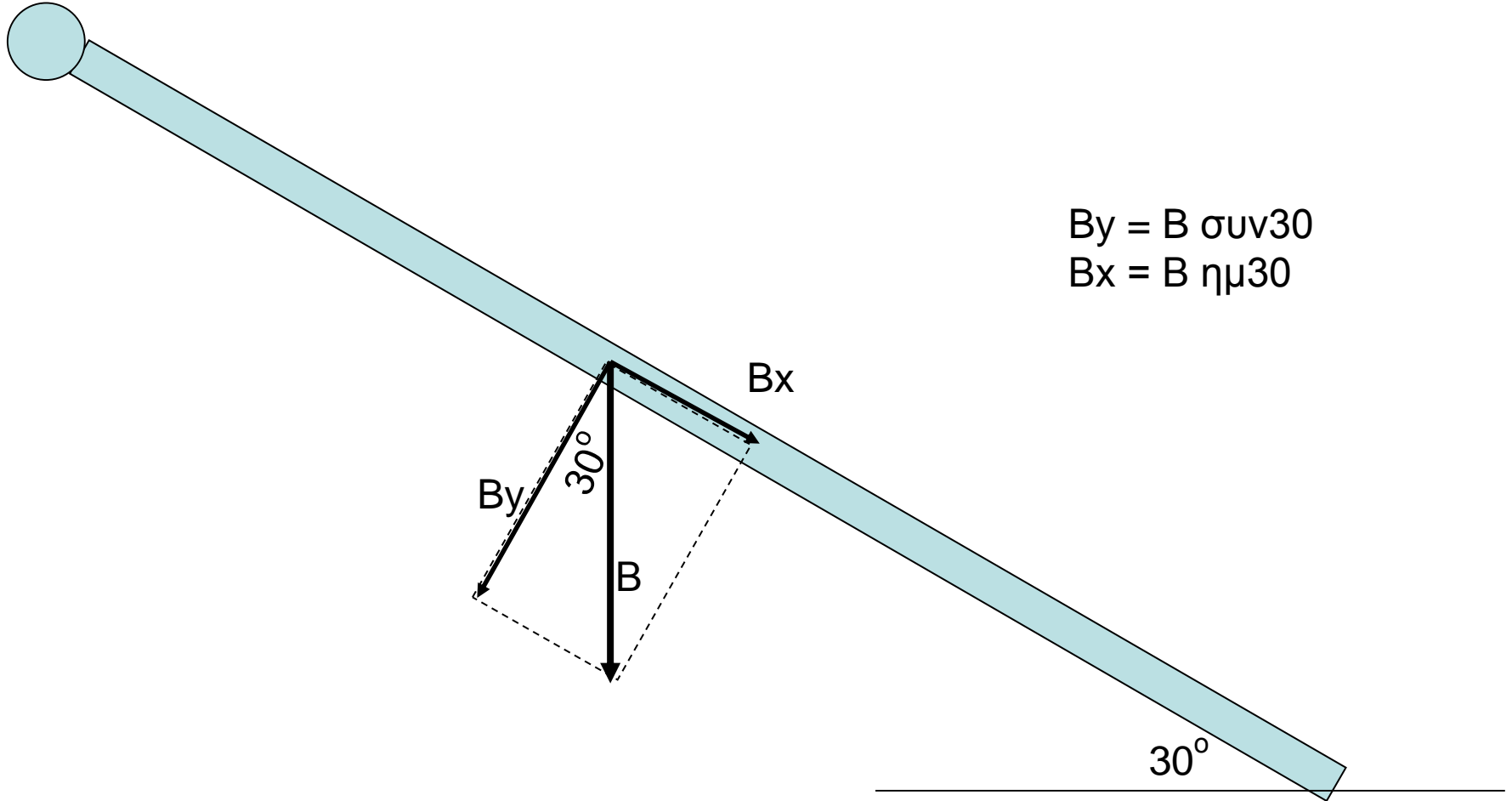


$$F_x = F \cdot \cos\theta$$

$$F_y = F \cdot \sin\theta$$

Ανάλυση βάρους κνήμης

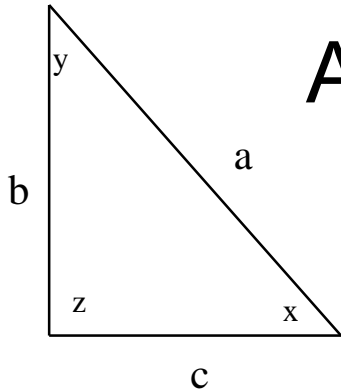
γόνατο



$$B_y = B \sigma\upsilon\nu 30$$

$$B_x = B \eta\mu 30$$

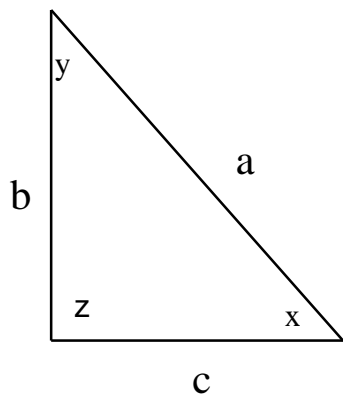
Ασκήσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο



- $\eta\mu x = b/a$
- $\sigma\upsilon\nu x = c/a$
- $(\eta\mu x)^2 + (\sigma\upsilon\nu x)^2 = 1$
- $a^2 = b^2 + c^2$
- $\epsilon\phi x = b/c = \eta\mu x / \sigma\upsilon\nu x$
- Το άθροισμα όλων των γωνιών είναι 180 μοίρες

- **Παράδειγμα 1:** Αν $x = 30$ μοίρες τότε $\eta\mu x = 0.5$ και $\sigma\upsilon\nu x = 0.87$. Αν $b = 10\text{m}$ τότε βρείτε τα z , y , a , c
- **Παράδειγμα 2:** Αν $x = 30$ μοίρες τότε $\eta\mu x = 0.5$. Αν $a = 10\text{m}$ τότε βρείτε τα b και c
- **Παράδειγμα 3:** Αν $a = 5\text{m}$ και $b = 4\text{m}$ τότε βρείτε το c

Ασκήσεις



- $\eta\mu x = b/a$
- $\sigma\upsilon\nu x = c/a$
- $(\eta\mu x)^2 + (\sigma\upsilon\nu x)^2 = 1$
- $a^2 = b^2 + c^2$
- $\epsilon\phi x = b/c = \eta\mu x / \sigma\upsilon\nu x$
- Το άθροισμα όλων των γωνιών είναι 180 μοίρες

Παράδειγμα 1: Αν $x = 30$ μοίρες τότε $\eta\mu x = 0.5$ και $\sigma\upsilon\nu x = 0.87$. Αν $b = 10\text{m}$ τότε βρείτε τα z , y , a , c

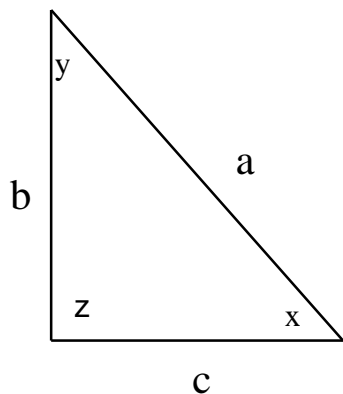
$$z = 90$$

$$y = 60$$

$$\eta\mu x = b/a \rightarrow a = b/\eta\mu x \rightarrow a = 10\text{m}/0.5 = 20\text{m}$$

$$\sigma\upsilon\nu x = c/a \rightarrow c = a \cdot \sigma\upsilon\nu x \rightarrow c = 20\text{m} \cdot 0.87 = 17.4\text{m}$$

Ασκήσεις



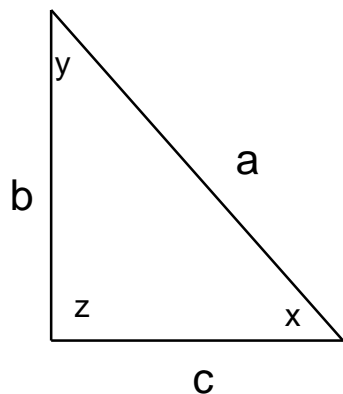
- $\eta\mu x = b/a$
- $\sigma\upsilon\nu x = c/a$
- $(\eta\mu x)^2 + (\sigma\upsilon\nu x)^2 = 1$
- $a^2 = b^2 + c^2$
- $\epsilon\phi x = b/c = \eta\mu x / \sigma\upsilon\nu x$
- Το άθροισμα όλων των γωνιών είναι 180 μοίρες

Παράδειγμα 2: Αν $x = 30$ μοίρες τότε $\eta\mu x = 0.5$.
Αν $a = 10\text{m}$ τότε βρείτε τα b και c

$$\eta\mu x = b/a \rightarrow b = a * \eta\mu x = 10\text{m} * 0.5 = 5\text{m}$$

$$\sigma\upsilon\nu x = c/a \rightarrow c = a * \sigma\upsilon\nu x = 10\text{m} * 0.87 = 8.7\text{m}$$

Ασκήσεις



- $\eta\mu x = b/a$
- $\sigma\upsilon\nu x = c/a$
- $(\eta\mu x)^2 + (\sigma\upsilon\nu x)^2 = 1$
- $a^2 = b^2 + c^2$
- $\epsilon\phi x = b/c = \eta\mu x / \sigma\upsilon\nu x$
- Το άθροισμα όλων των γωνιών είναι 180 μοίρες

Παράδειγμα 3: Αν $a=5\text{m}$ και $b=4\text{m}$ τότε βρείτε το c

Θεώρημα Πυθαγόρα: $a^2 = b^2 + c^2$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$c = 3$$