**Έστω, ότι ένα δείγμα ελέγχου χρησιμοποιήθηκε σε ένα πείραμα ελέγχου ποιότητας μιας μεθόδου για 30 συνεχόμενες ημέρες. Η θεωρητική (ισχυριζόμενη) συγκέντρωση της γλυκόζης στο δείγμα αυτό είναι 1120 mg/L.**
**Ο πειραματικός μέσος είναι 1110 mg/L και η τυπική απόκλιση 25 mg/L.**
**Είναι η μέση τιμή των δεδομένων σημαντικά διαφορετική από την θεωρητική τιμή;**

**$H_0$ :** $\bar{y} = \mu$

**$H_1$ :** $\bar{y} \neq \mu$

$\mu =$ **1120**

$\bar{y} =$ **1110**

$s =$ **25**

$$t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = -2.19$$

**Ο πίνακας της κατανομής "t" για β.ε.= 29 και a/2=0.025 δίνει κρίσιμο t=2.045.**
**Άρα η μέση τιμή των μετρήσεων της γλυκόζης είναι σημαντικά διαφορετική από την θεωρητική.**

**Ένα εργαστήριο ξεκινά τη χρήση μιας μεθόδου προσδιορισμού της ανοσοσφαιρίνης A του ορού. Δείγματα έφθασαν από δύο περιοχές της χώρας. Τυχαία δείγματα υγιών ατόμων κάθε περιοχής εξετάσθηκαν για να διαπιστωθεί αν το διάστημα αναφοράς γι αυτές τις περιοχές είναι το ίδιο.**

| | **Περιοχή A** | **Περιοχή B** |
|---|---|---|
| **mean (mg/L)** | 2260 | 2650 |
| **standard deviation (mg/L)** | 584 | 473 |
| **number of samples** | 33 | 29 |

**Unpaired t-test**

**1) Δοκιμασία F για να ελέγξουμε αν οι διακυμάνσεις είναι στατιστικά "ίσες".**

$$F = \frac{(584)^2}{(473)^2} = \mathbf{1.52}$$

**Ο πίνακας για την κατανομή F (a=0.05) δίνει για $v_1$=33-1 και $v_2$=29-1 μια κρίσιμη τιμή F=1.86. 1.56<1.86 άρα οι διακυμάνσεις δεν διαφέρουν σημαντικά με a=0.05. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε την δοκιμασία t για τον έλεγχο των μέσων τιμών.**

**2) Δοκιμασία t για τον έλεγχο των μέσων τιμών**

$$s = \sqrt{\frac{(33-1)(584)^2 + (29-1)(473)^2}{33+29-2}} = 535 \qquad t = \frac{2260 - 2650}{535 \cdot \sqrt{1/33 + 1/29}} = -2.86$$

**Ο πίνακας της κατανομής t με β.ε.=$v_1$+$v_2$=60 δίνει μια κρίσιμη τιμή t=2.00.
Επειδή |-2.86| > 2.00 συμπεραίνουμε ότι οι μέσοι είναι σημαντικά διαφορετικοί και ότι το εργαστήριο θα πρέπει να ορίσει διαφορετικά διαστήματα αναφοράς για τις δύο περιοχές.**

**Δύο δίαιτες Α,Β εφαρμόσθηκαν σε δύο σειρές ποντικών επί μια εβδομάδα.**
**Υποθέτοντας ότι η αύξηση του βάρους τους ακολουθεί την κανονική κατανομή**
**(i) να εξετασθεί αν $\sigma^2_A=\sigma^2_B$ για α=0.10,**
**(ii) να δοθεί 95% δ.ε. για τη διαφορά $\mu_A-\mu_B$**

| A<br>Αύξ. Βάρ. [gr] |
|---|
| 78.1 |
| 72.4 |
| 76.2 |
| 74.3 |
| 77.4 |
| 78.4 |
| 76.0 |

| B<br>Αύξ. Βάρ. [gr] |
|---|
| 79.1 |
| 81.0 |
| 77.3 |
| 79.1 |
| 80.0 |
| 79.1 |
| 79.1 |
| 77.3 |
| 80.2 |

**meanA= 76.1**
**$s^2_A$= 4.65**
$n_A$= 7
**meanB= 79.1**
**$s^2_B$= 1.51**
$n_B$= 9

**$H_0$: $\sigma_A^2/\sigma_B^2=1$**

**$H_1$: $\sigma_A^2/\sigma_B^2<>1$**

**$s_A^2/s_B^2$=** 3.08 $\nu_A=6$, $\nu_B=8$ **$F_{\nu A,\nu B;a/2}$=** 3.58

**Άρα μπορούμε να δεχθούμε ότι οι διασπορές δεν διαφέρουν**

**$H_0$: $\mu_A-\mu_B=0$**

**$H_1$: $\mu_A-\mu_B<>0$** **$t_{16-2;0,025}$= 2.145**

**s=Σταθμ. Διακ.=** $$s=\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} = 1.83$$

$$t=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{s\cdot\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \mathbf{-3.253}$$

**$|t| > t_{16-2;0,025}$** $\Rightarrow$ **οι μέσοι διαφέρουν σημαντικά**

**$x_A$ = 74 από 250 ασθενείς που πήραν το φάρμακο Α βελτίωσαν την κατάστασή τους.**
**$x_B$ = 92 από 250 ασθενείς που πήραν το φάρμακο Β βελτίωσαν την κατάστασή τους.**
**i) Μπορούμε να δεχθούμε ότι και τα δύο φάρμακα έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα; (a=0.05)**
**ii) Δώστε ένα 98% δ.ε. για τη διαφορά του αποτελέσματος των φαρμάκων.**

**$H_0$: $p_A=p_B$**

**$H_1$: $p_A<>p_B$**

$p_A = x_A/n = 74/250 = 0,296$ $\qquad$ $p_B = x_B/n = 92/250 = 0,368$

$p_{AB} = (x_A+x_B)/(n+m) = (74+92)/500 = 0,332$

**z = -1.709** $\qquad$ Για a=0.05 $\qquad$ **$Z_{a/2}$ = 1,96**

Επειδή $|z| < Z_{a/2}$ μπορούμε να δεχθούμε ότι τα δύο φάρμακα έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα

Το διάστημα εμπιστοσύνης 98% (a/2=0,01) για τη διαφορά θα είναι ($Z_{a/2}$=2.33) :

$p_A - p_B$ +/- $Z_{a/2}$*sqrt[$p_A(1-p_A)/250+p_B(1-p_B)/250$)] $\qquad$ **(-0,17, 0,026)**

**Το ερώτημα μπορεί να απαντηθεί και με την δοκιμασία $\chi^2$**

**Παρατηρούμενες**

| Φάρμακο | Βελτίωση | Μη Βελτ. | Σύνολο |
|---|---|---|---|
| Α | 74 | 176 | 250 |
| Β | 92 | 158 | 250 |
| Σύνολο | 166 | 334 | 500 |

**Θεωρητικές**

| Φάρμακο | Βελτίωση | Μη Βελτ. | Σύνολο |
|---|---|---|---|
| Α | 83 | 167 | 250 |
| Β | 83 | 167 | 250 |
| Σύνολο | 166 | 334 | 500 |

**$\chi^2$= 2.922** $\qquad$ με β.ε =1 και a=0.05 το κρίσιμο $\chi^2$=3.841

Αρα αποδεχόμαστε ότι τα δύο φάρμακα είναι το ίδιο αποτελεσματικά

**Από 150 ασθενείς, στους n=80 δώσαμε χάπι με ζάχαρη και στους m=70 δώσαμε ασπιρίνες. Μετά από μια εβδομάδα βρέθηκε ότι βελτιώθηκε η υγεία x=48 ασθενών που πήραν χάπι ζάχαρης και y=56 που πήραν ασπιρίνη.**

**(i) Μπορούμε να δεχθούμε ότι η θεραπεία με ασπιρίνες είναι προτιμότερη σε σ.σ. 0.05;**

**(ii) Να δοθεί δ.ε. 95% για τη διαφορά των ποσοστών $p_1$, $p_2$ ($p_1$=ποσοστό ασθενών που βελτιώθηκε η υγεία τους με χάπι ζάχαρης, $p_2$=ποσοστό ασθενών που βελτιώθηκε η υγεία τους με ασπιρίνη).**

| Ζάχαρη | | Ασπιρίνη | |
|---|---|---|---|
| $p_1 = x/n =$ | 0.60 | $p_2 = y/m =$ | 0.80 |

Η κοινή αναλογία των επιτυχιών είναι p=(x+y)/(n+m)= 0.693

(i) $H_0$: $p_1 = p_2$

$H_1$: $p_1 < p_2$

Αφού τα δείγματα είναι μεγάλα το στατιστικό που θα χρησιμοποιήσουμε είναι το Ζ. Έτσι:

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n} + \frac{1}{m})}} = -2.65$$

Για a=0.05 Φ=0.45 άρα $z_c$=1.645. Επειδή $z<-z_c$, συμπεραίνουμε ότι δεχόμαστε την $H_1$.

(ii) Το δ.ε. για την διαφορά $p_1$-$p_2$ θα δίνεται από τον τύπο:

$$p_1 - p_2 \pm z_{a/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n} + \frac{p_2(1-p_2)}{m}}$$

Για a/2=0.025 έχουμε Φ=0.475 άρα $z_{a/2}$=1.96.

με $\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n} + \frac{p_2(1-p_2)}{m}} =$ 0.072703 έχουμε:

$$\mathbf{-0.343 < p_1-p_2 < -0.058}$$

**Μια χημική ανάλυση που ακολουθεί κανονική κατανομή έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:**

**(i) Να εξετασθεί αν $\sigma^2_A=\sigma^2_B$ για α=0.02**

**(ii) Να εξετασθεί αν οι μέσες τιμές είναι ίσες για α=0.05**

**(iii) Να βρεθεί 95% δ.ε. για τη διαφορά μέσων τιμών υποθέτοντας ότι οι διασπορές είναι ίσες.**

| A | B |
|---|---|
| 93.08 | 93.95 |
| 91.36 | 93.42 |
| 91.60 | 92.20 |
| 91.91 | 92.46 |
| 92.79 | 92.73 |
| 92.80 | 93.31 |
| 91.03 | 92.94 |
| | 93.66 |

**(i)**

**meanA= 92.08**

**$s^2_A$= 0.650**

$n_A$= 7

**meanB= 93.08**

**$s^2_B$= 0.366**

$n_B$= 8

**$H_0$: $\sigma_A^2/\sigma_B^2=1$**

**$H_1$: $\sigma_A^2/\sigma_B^2<>1$**

**$s_A^2/s_B^2$= 1.777** **$v_A=6$, $v_B=7$** **$F_{vA,vB;a/2}$= 7.19**

**$F_{vB,vA;a/2}$= 8.26** **$1/F_{vB,vA;a/2}$= 0.121**

**$1/F_{vB,vA;a/2} < s_A^2/s_B^2 < F_{vA,vB;a/2}$**

**Άρα μπορούμε να δεχθούμε ότι οι διασπορές δεν διαφέρουν**

**(ii)**

Πρέπει να ξαναγίνει έλεγχος για την ισότητα των διασπορών για a=0.05 πριν εφαρμόσουμε την δοκιμασία "t"

**$H_0$: $\mu_A-\mu_B=0$** **s=σταθμισ. διακ.= 0.705**

**$H_1$: $\mu_A-\mu_B<>0$** **t= -2.741** **$t_{15-2;0,025}$= 2.160**

**Άρα οι μέσοι διαφέρουν σημαντικά**

**(iii)**

**$\mu_A-\mu_B$ = 92,08-93,08 +/- 2,16*0,705*0,518 = -1,0 +/- 0,789**

**Σύγκριση της περιεκτικότητας σε αιμοσφαιρίνη (Hb) στο αίμα ασθενών με κυτταρική ασθένεια Hb SS, Hb Sb και Hb SC. Υπάρχουν διαφορές μεταξύ των ασθενειών ως προς την περιεκτικότητα σε Hb;**

Η περιεκτικότητα σε Hb είναι ο μόνος παράγοντας που θα κρίνει την διαφορά.
Άρα πρόκειται για ανάλυση με έναν παράγοντα (One Way Analysis of Variance).

| n | Hb SS g[100ml] | Hb Sb g[100ml] | Hb SC g[100ml] |
|---|---|---|---|
| 1 | 7.2 | 8.1 | 10.7 |
| 2 | 8.4 | 11.1 | 12.0 |
| 3 | 9.1 | 9.2 | 13.3 |
| 4 | 7.7 | 11.9 | 11.3 |
| 5 | 8.5 | 10.0 | 12.1 |
| 6 | 9.8 | 12.0 | 13.8 |
| 7 | 8.0 | 10.4 | 11.5 |
| 8 | 8.6 | 12.1 | 12.3 |
| 9 | 10.1 | 10.6 | 13.9 |
| 10 | 8.1 | 10.9 | 11.6 |
| 11 | 8.7 | | 12.6 |
| 12 | 10.3 | | 11.7 |
| 13 | 8.3 | | 12.6 |
| 14 | 9.1 | | 11.8 |
| 15 | 8.4 | | 13.3 |
| 16 | 9.1 | | |
| mean= | 8.71 | 10.63 | 12.30 |
| Sum of dev | 10.70 | 14.84 | 12.42 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| total mean= | 10.49 | | |
| SS within= | 37.96 | MS withinn= | 1.00 |
| SS between= | 100.03 | MS between= | 50.02 |

***F*=** 50.1

**Σε 12 αυτοκίνητα τεσσάρων διαφορετικών τύπων (Α,Β,Γ,Δ) βάλαμε 10 lt βενζίνης. Η απόσταση σε km που διανύθηκε από κάθε αυτοκίνητο ήταν:**

| Απόσταση σε km | | | |
|---|---|---|---|
| **Α** | **Β** | **Γ** | **Δ** |
| **72** | **84** | **92** | **80** |
| **80** | **88** | **104** | **76** |
| **88** | **104** | **104** | **84** |

**Με την προϋπόθεση ότι ισχύουν οι βασικές υποθέσεις της α.δ., μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η κατανάλωση είναι ίδια σε όλα τα αυτοκίνητα;**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 80.00 | 92.00 | 100.00 | 80.00 | Total mean= | 88.00 |
| 128.00 | 224.00 | 96.00 | 32.00 | | |

**$H_0$ : Η κατανάλωση είναι ίδια σε όλα τα αυτοκίνητα**

**$H_0$ : Η κατανάλωση δεν είναι ίδια σε όλα τα αυτοκίνητα**

$$s_\alpha^2 = \sum_1^\kappa n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2 \qquad s_\upsilon^2 = \sum_1^\kappa (n_i - 1)s_i^2$$

$s_\alpha^2 =$ 864.00 MS μεταξύ= 288.00

$s_\upsilon^2 =$ 480.00 MS εντός= 60.00

$$F = \frac{\overline{\text{τετράγωνα μεταξύ ομάδων}}}{\overline{\text{τετράγωνα εντός ομάδων}}} = \frac{s_\alpha^2/(\kappa-1)}{s_\upsilon^2/(n-\kappa)}$$ **= 4.81**

***$F_{3,8;0.05}$* = 4.07**

***$F > F_{3,8;0.05}$*** **άρα η $H_0$ απορρίπτεται**

**Μετρήθηκε η ποσότητα πρωτεΐνης (gr/100 ml) στο αίμα ατόμων που ζουν σε διαφορετικές περιοχές Α, Β, Γ και οι τιμές που βρέθηκαν δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί. Μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι η ποσότητα πρωτεΐνης στο αίμα είναι η ίδια και στις τρεις περιοχές;**

**ANOVA**

| α/α | Α, $n_1$=7 | Β, $n_2$=8 | Γ, $n_3$=9 |
|---|---|---|---|
| 1 | 7.64 | 7.67 | 7.98 |
| 2 | 7.07 | 7.58 | 7.91 |
| 3 | 7.43 | 7.04 | 7.11 |
| 4 | 7.57 | 6.69 | 7.65 |
| 5 | 7.74 | 7.32 | 8.17 |
| 6 | 7.63 | 7.12 | 8.28 |
| 7 | 8.06 | 7.46 | 7.21 |
| 8 | | 7.21 | 7.41 |
| 9 | | | 6.37 |

**κ=3** **n=24**

| | | |
|---|---|---|
| -0.33904 | -0.539919 | -0.823687 |
| 1.602762 | 0.076195 | 0.396213 |

$\overline{x}_i =$ 7.591 7.261 7.566

$\overline{x} =$ 7.47

$s_i^2 =$ 0.091 0.101 0.370

Υποθέτουμε ότι τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς

$H_0$ : $\mu_A = \mu_B = \mu_\Gamma$

$H_1$ : τουλάχιστον ένας μέσος διαφέρει

$$s_\alpha^2 = \sum_1^\kappa n_i(\overline{x}_i - \overline{x})^2 = \quad 0.534$$

$$F = \frac{s_\alpha^2/(\kappa-1)}{s_\upsilon^2/(n-\kappa)} = \quad 1.3304$$

$$s_\upsilon^2 = \sum_1^\kappa (n_i - 1)s_i^2 = \quad 4.214$$

Ο πίνακας IV δίνει $F_{2,21,0.05}$ = 3.47 > F. Άρα δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση.

**Συγκρίνουμε την επιτυχία μιας νέας χειρουργικής τεχνικής (1) με αυτήν της συνηθισμένης (2). Σε διάστημα 2 ετών μετά τις εγχειρίσεις με την νέα τεχνική πέθαναν 41 και επέζησαν 216 ασθενείς, ενώ με την συνηθισμένη τεχνική πέθαναν 64 και επέζησαν 180. Αν οι τεχνικές 1 και 2 έχουν τον ίδιο βαθμό επιτυχίας, τότε οι αναλογίες των ασθενών που επέζησαν θα είναι ίδιες. Να γίνει έλεγχος αυτής της υπόθεσης.**

**$H_0$ : Οι τεχνικές έχουν τον ίδιο βαθμό επιτυχίας**
**$H_1$ : Οι τεχνικές δεν έχουν τον ίδιο βαθμό επιτυχίας**

| Τεχν. Εγχείρ. | Πέθαναν | Επέζησαν | Σύνολο |
|---|---|---|---|
| **1** | 41 | 216 | 257 |
| **2** | 64 | 180 | 244 |
| **Σύνολο** | 105 | 396 | 501 |

$o_{11}$= 41 $o_{12}$= 216 $o_{21}$= 64 $o_{22}$= 180

$e_{11}$= 53.86 $e_{12}$= 203.14 $e_{21}$= 51.14 $e_{22}$= 192.86

$$X^2 = (41-53.86)^2/53.86+(216-203.14)^2/203.14+(64-51.14)^2/51.14+(180-192.86)^2/192.86 = 7.978$$

Για a=0.05 και β.ε.=1, $x_{1,a}^2$=3.841 Άρα απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση

**Σε 4 ομάδες ασθενών με συγκεκριμένους πόνους δόθηκε δόση αναλγητικού και τα αποτελέσματα κατηγοριοποιήθηκαν στον πίνακα που ακολουθεί. Έχουν τα φάρμακα το ίδιο ποσοστό επιτυχίας;**

**$H_0$ : Τα αναλγητικά δεν διαφέρουν ως προς την αποτελεσματικότητά τους**

**$H_1$ : Τα αναλγητικά διαφέρουν ως προς την αποτελεσματικότητά τους**

| | **Κατηγορία "j"** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Ομάδα "i"** | **Λίγη** | **Μέτρια** | **Καλή** | **Πολύ καλή** | **Σύνολο** |
| **Ισχ. Δ. Ibu** | 4 | 5 | 25 | 52 | 86 |
| **Ασθ. Δ. Ibu** | 6 | 10 | 17 | 61 | 94 |
| **Aspirin** | 5 | 11 | 25 | 47 | 88 |
| **Placebo** | 18 | 10 | 37 | 32 | 97 |
| **Σύνολο** | 33 | 36 | 104 | 192 | 365 |

$e_{11}=$ 7.775 $e_{12}=$ 8.482 $e_{13}=$ 24.504 $e_{14}=$ 45.238

$e_{21}=$ 8.499 $e_{22}=$ 9.271 $e_{23}=$ 26.784 $e_{24}=$ 49.447

$e_{31}=$ 7.956 $e_{32}=$ 8.679 $e_{33}=$ 25.074 $e_{34}=$ 46.290

$e_{41}=$ 8.770 $e_{42}=$ 9.567 $e_{43}=$ 27.638 $e_{44}=$ 51.025

β.ε. = (4-1)x(4-1) = 9

$\boldsymbol{X^2 = 33.08 > \chi_{0.95}^2 = 16.92}$

**Άρα απορρίπτουμε την $H_0$**

**Δύο δίαιτες Α και Β εφαρμόσθηκαν επί μια εβδομάδα σε 7 ποντικούς η πρώτη και σε 9 η δεύτερη και το βάρος σε gr που κέρδισε κάθε ποντικός δίνεται στον πίνακα που ακολουθεί. Υποθέτοντας ότι το βάρος που κερδήθηκε ακολουθεί την κανονική κατανομή**

**α) Να δοθεί 95% δ.ε. για τη διαφορά $\mu_A$-$\mu_B$ των μέσων αυξήσεων σε βάρος κάθε εβδομάδα.**

**β) Χωρίς την υπόθεση της κανονικότητας ελέγξτε με την δοκιμασία Mann-Whitney αν τα δύο δείγματα είναι ομογενή (a=0.05).**

**γ) Τα συμπεράσματά σας συμφωνούν ή όχι;**

| α/α | A | B | | Τάξη |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 78.10 | 79.10 | 72.40 | 1.0 |
| 2 | 72.40 | 81.00 | 74.30 | 2.0 |
| 3 | 76.20 | 77.30 | 76.00 | 3.0 |
| 4 | 74.30 | 79.10 | 76.20 | 4.0 |
| 5 | 77.40 | 80.00 | 77.30 | 5.5 |
| 6 | 78.40 | 79.10 | 77.30 | 5.5 |
| 7 | 76.00 | 79.10 | 77.40 | 7.0 |
| 8 | | 77.30 | 78.10 | 8.0 |
| 9 | | 80.20 | 78.40 | 9.0 |
| 10 | | | 79.10 | 11.5 |
| 11 | **76.11** | **79.13** | 79.10 | 11.5 |
| 12 | | | 79.10 | 11.5 |
| 13 | | | 79.10 | 11.5 |
| 14 | | | 80.00 | 14.0 |
| 15 | | | 80.20 | 15.0 |
| 16 | | | 81.00 | 16.0 |

α)

$$\mu_1 - \mu_2 = \hat{x} - \hat{y} \pm t \cdot s \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Από τον πίνακα ΙΙ για a/2=0.025 και β.ε.=7+9-2=14 βρίσκουμε t=2.145.

$s_1^2$= 4.65

$s_2^2$= 1.51

$$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \quad 2.85918$$

s= 1.691

$$\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = \quad 0.504$$

**$\mu_1$-$\mu_2$ = 76.11 - 79.13 ± 2.145*1.691*0.504 = -3.02 ± 1.828**

**-4.848 < μ1 - μ2 < -1192**

**β)** $T_A$= 34 $T_B$= 102 $T_{min}\{T_A,T_B\}$=34 $N_1$=7, $N_2$=9

Ο πίνακας για $T_{min}$=34, $N_1$=7 και $N_2$=9 δίνει περιοχή αποδοχής (40-79).

Το $T_{min}$=34 δεν ανήκει στην περιοχή αποδοχής άρα τα δείγματα μη ομογενή.

**Αρτηριακή πίεση 10 ασθενών πριν και μετά τη χορήγηση φαρμάκου κατά της πίεσης. Είναι τα δείγματα ομογενή για a=0.01;**

**$H_0$: Τα δείγματα είναι ομογενή**

**Δοκιμασία Wilcoxon**

| α/α | Α(πριν) | Β(μετά) | Διαφορά | Απόλ.Τιμή | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | 11 | 4 | 4 | 1 | 2.5 | 8.0 |
| 2 | 13 | 13 | 0 | 0 | 1 | | |
| 3 | 17 | 15 | 2 | 2 | 1 | | 5.5 |
| 4 | 17 | 14 | 3 | 3 | 1 | | 7.0 |
| 5 | 18 | 17 | 1 | 1 | 2 | 5.5 | 2.5 |
| 6 | 15 | 14 | 1 | 1 | 2 | | 2.5 |
| 7 | 13 | 14 | -1 | 1 | 3 | 7.0 | 2.5 |
| 8 | 12 | 10 | 2 | 2 | 4 | 8.0 | 5.5 |
| 9 | 13 | 14 | -1 | 1 | 6 | 9.0 | 2.5 |
| 10 | 19 | 13 | 6 | 6 | | | 9.0 |

**$T_-$= 5** **$T_+$= 40** **n=10-1=9**

**T=min{5,40}=5**

Για n=9 και a/2=0.01 ο πίνακας XI δίνει $T_c$=3. Έτσι το Τ δεν είναι <ή=$T_c$ και δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση.

Ας ελέγξουμε την ομογένεια και για a/2=0.025, α) με τη μέθοδο του βιβλίου (πίνακας XI) και β) με την μέθοδο από το Statistische Prinzipien fuer Medizinische Statistik (πίνακας 11.1).

α) Το T=min{5,40}=5 < 6 από τον πίνακα XI, έτσι απορρίπτουμε την $H_0$.

β) Το $T=T_+-T_-$=35 < 39, άρα αποδεχόμαστε την $H_0$.

**Δύο χημικοί A και B πήραν τα παρακάτω αποτελέσματα του πίνακα που ακολουθεί από την μελέτη πειραμάτων**

**α) Να εξετασθεί αν οι μέσες τιμές είναι ίσες (a=0.05).**
**β) Χωρίς την υπόθεση της κανονικότητας να ελεγχθεί με την μέθοδο Mann-Whitney αν τα αποτελέσματα των δύο αναλυτών είναι ισοδύναμα.**

**β) $H_0$: $M_A$=$M_B$**

| | $n_A=7$ | $n_B=8$ |
|---|---|---|
| | **A** | **B** |
| 1 | 93.08 | 93.95 |
| 2 | 91.36 | 93.42 |
| 3 | 91.60 | 92.20 |
| 4 | 91.91 | 92.46 |
| 5 | 92.79 | 92.73 |
| 6 | 92.80 | 93.31 |
| 7 | 91.03 | 92.94 |
| 8 | | 93.66 |
| | **92.08** | **93.08** |

| | Τάξη |
|---|---|
| 91.03 | 1 |
| 91.36 | 2 |
| 91.60 | 3 |
| 91.91 | 4 |
| 92.20 | 5 |
| 92.46 | 6 |
| 92.73 | 7 |
| 92.79 | 8 |
| 92.80 | 9 |
| 92.94 | 10 |
| 93.08 | 11 |
| 93.31 | 12 |
| 93.42 | 13 |
| 93.66 | 14 |
| 93.95 | 15 |

Για το t-test έλεγχος πρώτα αν $s_A$=$s_B$

F= 1.777

Με $v_1$=7-1 και $v_2$=8-1 και a=0.05 $F_c$=3.87

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{T_A=1+2+3+4+8+9+11=38} \\ \mathbf{T_B=5+6+7+10+12+13+14+15=82} \end{array}\right\} \mathbf{T_{min}=38}$$

**Για a=0.05 και $N_1$=$n_A$=7, $N_2$=$n_B$=8 το διάστημα αποδοχής του $T_{min}$ είναι (38-74)**

**Άρα αποδεχόμαστε την $H_0$**

**α)** **$H_0$: $\mu_A$=$\mu_B$** **$H_0$: $\mu_A \neq \mu_B$** **Δοκιμασία t-Student**

$\mu_A$= 92.08 $\mu_B$= 93.08 $s_A$= 0.807 $s_B$= 0.605

s= 0.705 **t= -2.746** |t| > $t_c$= 2.160 με β.ε.=13

**Άρα απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση**

skew= 0.03027 kurt= -1.14903 (-1 < skew < 1 αλλά kurt < -1)

Διαπιστώνουμε ότι οι τιμές των παραμέτρων skewnes και kurtosis δεν δικαιολογουν την χρήση παραμετρικών μεθόδων.

**Διεξήχθη μια σύγκριση με σκοπό να διαπιστωθεί αν υπάρχει διαφορά μεταξύ των συγκεντρώσεων του αζώτου ουρίας αίματος (BUN, blood urea nitrogen) σε 12 ασθενείς αποδοχείς νεφρικών μοσχευμάτων με σταθερή λειτουργία μοσχεύματος και σε 14 ασθενείς με εκτεταμένες μολύνσεις του ουροποιητικού (a=0.05).**

## Δοκιμασία Mann-Whitney

**$H_0$: $M_A = M_B$**

| | BUN | | | |
|---|---|---|---|---|
| α/α | Μεταμόσχευση ($n_A$=12) | UTI ($n_B$=14) | Τάξη του A | Τάξη του B |
| 1 | | 150 | | 1 |
| 2 | | 170 | | 2 |
| 3 | | 180 | | 3 |
| 4 | | 190 | | 4.5 |
| 5 | 190 | | 4.5 | |
| 6 | | 200 | | 7 |
| 7 | | 200 | | 7 |
| 8 | 200 | | 7 | |
| 9 | | 210 | | 9.5 |
| 10 | 210 | | 9.5 | |
| 11 | | 220 | | 12 |
| 12 | 220 | | 12 | |
| 13 | 220 | | 12 | |
| 14 | | 230 | | 14 |
| 15 | | 240 | | 16.5 |
| 16 | | 240 | | 16.5 |
| 17 | 240 | | 16.5 | |
| 18 | 240 | | 16.5 | |
| 19 | 250 | | 19 | |
| 20 | | 260 | | 20.5 |
| 21 | 260 | | 20.5 | |
| 22 | 270 | | 22 | |
| 23 | | 280 | | 23 |
| 24 | | 290 | | 24 |
| 25 | 310 | | 25 | |
| 26 | 320 | | 26 | |
| | | T = | 190.5 | 160.5 |

Το μικρότερο άθροισμα τάξεων (T=160.5) αντιστοιχεί στο δείγμα UTI με $n_B$=14.
Αυτό το n θα είναι και το $N_1$ για τον πίνακα με τις περιοχές αποδοχής για το άθροισμα τάξεων T. Βρίσκουμε την περιοχή 150-228 στην οποία εμπίπτει το παρατηρούμενο T.
Έτσι αποδεχόμαστε την μηδενική υπόθεση.

**Προκειμένου να διαπιστωθεί αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των συγκεντρώσεων του Καλίου στο πλάσμα και στον ορό, ελήφθησαν δείγματα και των δύο τύπων από 18 εθελοντές.**
**Η μηδενική υπόθεση δηλώνει, ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των διαμέσων. Αν ισχύει, τότε το πλήθος των θετικών διαφορών θα πρέπει να είναι "ίσο" με το πλήθος των αρνητικών.**

## Δοκιμασία Προσήμου

| | $[K_{πλ}]$/mM | $[K_{ορ}]$/mM | Πρόσ. Διαφ. |
|---|---|---|---|
| 1 | 4.0 | 4.2 | - |
| 2 | 3.8 | 3.8 | 0 |
| 3 | 3.6 | 3.7 | - |
| 4 | 3.9 | 3.8 | + |
| 5 | 4.4 | 4.5 | - |
| 6 | 4.6 | 4.4 | + |
| 7 | 4.8 | 4.9 | - |
| 8 | 4.5 | 4.7 | - |
| 9 | 4.3 | 4.5 | - |
| 10 | 4.0 | 3.9 | + |
| 11 | 4.1 | 4.1 | 0 |
| 12 | 4.0 | 4.1 | - |
| 13 | 3.5 | 3.6 | - |
| 14 | 3.7 | 3.7 | 0 |
| 15 | 3.6 | 3.7 | - |
| 16 | 4.2 | 4.2 | 0 |
| 17 | 4.1 | 4.0 | + |
| 18 | 4.5 | 4.5 | 0 |
| Median | **4.05** | **4.10** | |

**$N_+ = 4$** **$N_- = 9$**

**N** = πλήθος μη μηδενικών διαφορών = 18 - 5 = 13

Από τους πίνακες ορίων εμπιστοσύνης της διωνυμικής κατανομής βρίσκουμε, ότι η κρίσιμη περιοχή για μέγεθος δείγματος 13 και α=0.05 είναι 2-11.
Το $N_{min}$ = min(4, 9) = 4 εμπίπτει στο διάστημα 2-11, άρα οι διάμεσοι δεν διαφέρουν.

**Η διάρκεια της εγκυμοσύνης προσδιορίσθηκε σε δείγμα 10 εγκύων με 2 διαφορετικές μεθόδους, την μέθοδο της τελευταίας περιόδου (LMP), και του υπερηχογραφήματος (US). Δίνουν ίδια ή διαφορετική διάρκεια;**

**Δοκιμασία Προσήμου-Αθροίσματα Τάξεων-Wilcoxon**

| | LMP[d] | US[d] | Διαφορά | Αύξ.σειρά απόλ. | Τάξη | Προσ. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 275 | 273 | 2 | 1 | 1 | - |
| 2 | 292 | 285 | 7 | 2 | 2 | + |
| 3 | 281 | 270 | 11 | 4 | 3 | + |
| 4 | 284 | 272 | 12 | 7 | 5 | + |
| 5 | 285 | 278 | 7 | 7 | 5 | + |
| 6 | 283 | 276 | 7 | 7 | 5 | + |
| 7 | 290 | 291 | -1 | 8 | 7 | - |
| 8 | 294 | 290 | 4 | 11 | 8 | + |
| 9 | 300 | 279 | 21 | 12 | 9 | + |
| 10 | 284 | 292 | -8 | 21 | 10 | + |

$\mathbf{T_+}$ = 2+5+8+9+5+5+3+10 = **47**

$\mathbf{T = T_+ - T_- = 39}$

$\mathbf{T_-}$ = 1+7 = **8**

Αλλιώς, **min{$T_+$,$T_-$}=8** ίση με την τιμή του πίνακα XI για n=10 και δίπλευρη σ.σ. 0.05.

Η $H_0$ απορρίπτεται όταν min{$T_+$,$T_-$}≤ προς την τιμή του πίνακα XI.

Άρα απορρίπτουμε οριακά την $H_0$.

**Αρτηριακή πίεση 10 ασθενών πριν και μετά τη χορήγηση φαρμάκου κατά της πίεσης. Είναι τα δείγματα ομογενή για a=0.01;**

**$H_0$: Τα δείγματα είναι ομογενή**

**Δοκιμασία Wilcoxon**

| α/α | Α(πριν) | Β(μετά) | Διαφορά | Απόλ.Τιμή | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | 11 | 4 | 4 | 1 | 2.5 | 8.0 |
| 2 | 13 | 13 | 0 | 0 | 1 | | |
| 3 | 17 | 15 | 2 | 2 | 1 | | 5.5 |
| 4 | 17 | 14 | 3 | 3 | 1 | | 7.0 |
| 5 | 18 | 17 | 1 | 1 | 2 | 5.5 | 2.5 |
| 6 | 15 | 14 | 1 | 1 | 2 | | 2.5 |
| 7 | 13 | 14 | -1 | 1 | 3 | 7.0 | 2.5 |
| 8 | 12 | 10 | 2 | 2 | 4 | 8.0 | 5.5 |
| 9 | 13 | 14 | -1 | 1 | 6 | 9.0 | 2.5 |
| 10 | 19 | 13 | 6 | 6 | | | 9.0 |

**$T_-$= 5** **$T_+$= 40** **n=10-1=9**

**T=min{5,40}=5**

Για n=9 και a/2=0.01 ο πίνακας XI δίνει $T_c$=3. Έτσι το T δεν είναι <ή=$T_c$ και δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση.

Ας ελέγξουμε την ομογένεια και για a/2=0.025, α) με τη μέθοδο του βιβλίου (πίνακας XI) και β) με την μέθοδο από το Statistische Prinzipien fuer Medizinische Statistik (πίνακας 11.1).

α) Το T=min{5,40}=5 < 6 από τον πίνακα XI, έτσι απορρίπτουμε την $H_0$.

β) Το $T=T_+-T_-$=35 < 39, άρα αποδεχόμαστε την $H_0$.