x_A = 74 από 250 ασθενείς που πήραν το φάρμακο A βελτίωσαν την κατάστασή τους.
x_B = 92 από 250 ασθενείς που πήραν το φάρμακο B βελτίωσαν την κατάστασή τους.
i) Μπορούμε να δεχθούμε ότι και τα δύο φάρμακα έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα; (a=0.05)
ii) Δώστε ένα 98% δ.ε. για τη διαφορά του αποτελέσματος των φαρμάκων.

H_0: p_A=p_B

H_1: p_A<>p_B

$p_A = x_A/n = 74/250 = 0,296$ $\qquad$ $p_B = x_B/n = 92/250 = 0,368$

$p_{AB} = (x_A+x_B)/(n+m) = (74+92)/500 = 0,332$

z = -1.709 Για a=0.05 **$Z_{a/2}$ = 1,96**

Επειδή $|z| < Z_{a/2}$ μπορούμε να δεχθούμε ότι τα δύο φάρμακα έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα

Το διάστημα εμπιστοσύνης 98% (a/2=0,01) για τη διαφορά θα είναι ($Z_{a/2}$=2.33) :

$p_A - p_B$ +/- $Z_{a/2}$*sqrt[$p_A(1-p_A)/250+p_B(1-p_B)/250$)] **(-0,17, 0,026)**

Το ερώτημα μπορεί να απαντηθεί και με την δοκιμασία χ^2

Παρατηρούμενες

Φάρμακο	**Βελτίωση**	**Μη Βελτ.**	**Σύνολο**
A	74	176	250
B	92	158	250
Σύνολο	166	334	500

Θεωρητικές

Φάρμακο	**Βελτίωση**	**Μη Βελτ.**	**Σύνολο**
A	83	167	250
B	83	167	250
Σύνολο	166	334	500

χ^2= 2.922 με β.ε =2 και a=0.05 το κρίσιμο χ^2=5,991

Αρα αποδεχόμαστε ότι τα δύο φάρμακα είναι το ίδιο αποτελεσματικά

x_A = 74 από 250 ασθενείς που πήραν το φάρμακο A βελτίωσαν την κατάστασή τους.
x_B = 92 από 250 ασθενείς που πήραν το φάρμακο B βελτίωσαν την κατάστασή τους.
i) Μπορούμε να δεχθούμε ότι και τα δύο φάρμακα έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα;
ii) Δώστε ένα 98% δ.ε. για τη διαφορά του αποτελέσματος των φαρμάκων.

H_0: $p_A = p_B$

H_1: $p_A <> p_B$

$p_A = x_A/n = 74/250 = 0{,}296$ $p_B = x_B/n = 92/250 = 0{,}368$

$p_{AB} = (x_A+x_B)/(n+m) = (74+92)/500 = 0{,}332$

z = -1.709 Για a=0.05 **$Z_{a/2} = 1{,}96$**

Επειδή $|z| < Z_{a/2}$ μπορούμε να δεχθούμε ότι τα δύο φάρμακα έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα

Το διάστημα εμπιστοσύνης 98% (a/2=0,01) για τη διαφορά θα είναι ($Z_{a/2}=2.33$) :

$p_A - p_B$ +/- $Z_{a/2}$*sqrt[$p_A(1-p_A)/250+p_B(1-p_B)/250$)] **(-0,17, 0,026)**

Το ερώτημα μπορεί να απαντηθεί και με την δοκιμασία χ^2

Παρατηρούμενες

Φάρμακο	Βελτίωση	Μη Βελτ.	Σύνολο
A	74	176	250
B	92	158	250
Σύνολο	166	334	500

Θεωρητικές

Φάρμακο	Βελτίωση	Μη Βελτ.	Σύνολο
A	83	167	250
B	83	167	250
Σύνολο	166	334	500

χ^2= 2.922 με β.ε =2 και a=0.05 το κρίσιμο χ^2=5,991

Αρα αποδεχόμαστε ότι τα δύο φάρμακα είναι το ίδιο αποτελεσματικά

Οι τυπικές αποκλίσεις στα επίπεδα του Φολικού οξέως δύο ομάδων με υποψία διαιτητικής αναιμίας φαίνονται διαφορετικές. Μπορεί να εφαρμοσθεί η δοκιμασία "t" για να συγκριθούν οι μέσοι;

	Φολικό οξύ ορού (μg/L)					
	Εργαζόμενοι	$x_i - \hat{x}$	$(x_i - \hat{x})^2$	Ασθενείς	$x_i - \hat{x}$	$(x_i - \hat{x})^2$
1	13	-3.2	10.18	5	-3.2	10.16
2	18	1.8	3.27	15	6.8	46.41
3	14	-2.2	4.80	2	-6.2	38.29
4	16	-0.2	0.04	21	12.8	164.16
5	19	2.8	7.89	6	-2.2	4.79
6	15	-1.2	1.42	7	-1.2	1.41
7	12	-4.2	17.56	16	7.8	61.04
8	17	0.8	0.66	4	-4.2	17.54
9	13	-3.2	10.18	3	-5.2	26.91
10	16	-0.2	0.04	5	-3.2	10.16
11	15	-1.2	1.42	18	9.8	96.29
12	17	0.8	0.66	2	-6.2	38.29
13	18	1.8	3.27	6	-2.2	4.79
14	20	3.8	14.51	1	-7.2	51.66
15	17	0.8	0.66	4	-4.2	17.54
16	13	-3.2	10.18	16	7.8	61.04
17	21	4.8	23.13			
18	15	-1.2	1.42			
19	16	-0.2	0.04			
20	19	2.8	7.89			
21	16	-0.2	0.04			
$\sum =$	**340**		**119.24**	**131**		**650.44**
$\hat{x} =$	**16.2**			**8.2**		
$s_2^2 =$	**5.96**		$s_1^2 =$	**43.36**		
$s_2 =$	**2.44**		$s_1 =$	**6.59**		

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \quad 7.27 \qquad > 2.20$$

Άρα τα δύο δείγματα διαφέρουν σημαντικά ως προς την ακρίβειά τους (precision) και δεν επιτρέπεται να εφαρμόσουμε την δοκιμασία "t"

Ένα εργαστήριο ξεκινά τη χρήση μιας μεθόδου προσδιορισμού της ανοσοσφαιρίνης Α του ορού. Δείγματα έφθασαν από δύο περιοχές της χώρας. Τυχαία δείγματα υγιών ατόμων κάθε περιοχής εξετάσθηκαν για να διαπιστωθεί αν το διάστημα αναφοράς γι αυτές τις περιοχές είναι το ίδιο.

	Περιοχή Α	**Περιοχή Β**
mean (mg/L)	2260	2650
standard deviation (mg/L)	584	473
number of samples	33	29

Unpaired t-test

1) Δοκιμασία F για να ελέγξουμε αν οι διακυμάνσεις είναι στατιστικά "ίσες".

$$F = \frac{(584)^2}{(473)^2} = \mathbf{1.52}$$

Ο πίνακας για την κατανομή F (a=0.05) δίνει για v_1=33-1 και v_2=29-1 μια κρίσιμη τιμή F=1.86. 1.56<1.86 άρα οι διακυμάνσεις δεν διαφέρουν σημαντικά με a=0.05. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε την δοκιμασία t για τον έλεγχο των μέσων τιμών.

2) Δοκιμασία t για τον έλεγχο των μέσων τιμών

$$s = \sqrt{\frac{(33-1)(584)^2 + (29-1)(473)^2}{33+29-2}} = 535$$

$$t = \frac{2260 - 2650}{535 \cdot \sqrt{1/33 + 1/29}} = -2.86$$

Ο πίνακας της κατανομής t με β.ε.=v_1+v_2=60 δίνει μια κρίσιμη τιμή t=2.00.
Επειδή |-2.86| > 2.00 συμπεραίνουμε ότι οι μέσοι είναι σημαντικά διαφορετικοί και ότι το εργαστήριο θα πρέπει να ορίσει διαφορετικά διαστήματα αναφοράς για τις δύο περιοχές.

Μια χημική ανάλυση που ακολουθεί κανονική κατανομή έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:

(i) Να εξετασθεί αν $\sigma^2_A=\sigma^2_B$ για α=0.02

(ii) Να εξετασθεί αν οι μέσες τιμές είναι ίσες για α=0.05

(iii) Να βρεθεί 95% δ.ε. για τη διαφορά μέσων τιμών υποθέτοντας ότι οι διασπορές είναι ίσες.

A	B
93.08	93.95
91.36	93.42
91.60	92.20
91.91	92.46
92.79	92.73
92.80	93.31
91.03	92.94
	93.66

(i)

meanA= 92.08

s^2_A= 0.650

n_A= 7

meanB= 93.08

s^2_B= 0.366

n_B= 8

H_0: $\sigma_A^2/\sigma_B^2=1$

H_1: $\sigma_A^2/\sigma_B^2<>1$

s_A^2/s_B^2= 1.777 $\qquad$ v_A=6, v_B=7 $\qquad$ $F_{vA,vB;a/2}$= 7.19

$F_{vB,vA;a/2}$= 8.26 $\qquad$ $1/F_{vB,vA;a/2}$= 0.121

$1/F_{vB,vA;a/2} < s_A^2/s_B^2 < F_{vA,vB;a/2}$

Άρα μπορούμε να δεχθούμε ότι οι διασπορές δεν διαφέρουν

(ii)

H_0: $\mu_A-\mu_B=0$ $\qquad$ s=σταθμισ. διακ.= 0.705

H_1: $\mu_A-\mu_B<>0$ $\qquad$ t= -2.741 $\qquad$ $t_{15-2;0,025}$= 2.160

Άρα οι μέσοι διαφέρουν σημαντικά

(iii)

$\mu_A-\mu_B$ = 92,08-93,08 +/- 2,16*0,705*0,518 = -1,0 +/- 0,789

Μετρήθηκε η ποσότητα πρωτεϊνης (gr/100 ml) στο αίμα ατόμων που ζουν σε διαφορετικές περιοχές Α, Β, Γ και οι τιμές που βρέθηκαν δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί. Μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι η ποσότητα πρωτεΐνης στο αίμα είναι η ίδια και στις τρεις περιοχές;

ANOVA

α/α	A, n_1=7	B, n_2=8	Γ, n_3=9
1	7.64	7.67	7.98
2	7.07	7.58	7.91
3	7.43	7.04	7.11
4	7.57	6.69	7.65
5	7.74	7.32	8.17
6	7.63	7.12	8.28
7	8.06	7.46	7.21
8		7.21	7.41
9			6.37

κ=3 n=24

-0.33904 -0.539919 -0.823687
1.602762 0.076195 0.396213

$\bar{x}_i =$ 7.591 7.261 7.566 7.473 $\bar{x} =$ 7.473

$s_i^2 =$ 0.091 0.101 0.370

Υποθέτουμε ότι τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς

H_0 : $\mu_A = \mu_B = \mu_\Gamma$

H_1 : τουλάχιστον ένας μέσος διαφέρει

$$s_\alpha^2 = \sum_1^\kappa n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2 = 0.534$$

$$F = \frac{s_\alpha^2/(\kappa-1)}{s_\upsilon^2/(n-\kappa)} = 1.3304$$

$$s_\upsilon^2 = \sum_1^\kappa (n_i - 1)s_i^2 = 4.214$$

Ο πίνακας IV δίνει $F_{2,21,0.05} = 3.47 > F$. Άρα δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση.

Σύγκριση της περιεκτικότητας σε αιμογλοβίνη (Hb) στο αίμα ασθενών με κυτταρική ασθένεια Hb SS, Hb Sb και Hb SC. Υπάρχουν διαφορές μεταξύ των ασθενειών ως προς την περιεκτικότητα σε Hb;

Η περιεκτικότητα σε Hb είναι ο μόνος παράγοντας που θα κρίνει την διαφορά.
Άρα πρόκειται για ανάλυση με έναν παράγοντα (One Way Analysis of Variance).

n	Hb SS g[100ml]	Hb Sb g[100ml]	Hb SC g[100ml]
1	7.2	8.1	10.7
2	8.4	11.1	12.0
3	9.1	9.2	13.3
4	7.7	11.9	11.3
5	8.5	10.0	12.1
6	9.8	12.0	13.8
7	8.0	10.4	11.5
8	8.6	12.1	12.3
9	10.1	10.6	13.9
10	8.1	10.9	11.6
11	8.7		12.6
12	10.3		11.7
13	8.3		12.6
14	9.1		11.8
15	8.4		13.3
16	9.1		

mean=	8.71	10.63	12.30	total mean=	10.49		
Sum of dev	10.70	14.84	12.42	SS within=	37.96	MS withinn=	1.00
				SS between=	100.03	MS between=	50.02

***F*= 50.1**

Σε 346 αυτοκινητιστικά δυστυχήματα με αυτοκίνητα διαφόρων μεγεθών (μικρό, μεσαίο, μεγάλο) έγιναν θανατηφόρα και μη ατυχήματα σύμφωνα με τον πίνακα που ακολουθεί. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το είδος του ατυχήματος έχει σχέση με το μέγεθος του αυτοκινήτου; (a=0.05)

Πίνακας συνάφειας

	Μικρό αυτ.	Μεσαίο αυτ.	Μεγάλο αυτ.	Σύνολο
Θανατηφόρα	67	26	16	109
Μη Θανατηφόρα	128	63	46	237
Σύνολο	195	89	62	346

H_0 : Το είδος του ατυχήματος ανεξάρτητο από το μέγεθος του αυτοκινήτου

H_1 : Το είδος του ατυχήματος εξαρτάται από το μέγεθος του αυτοκινήτου

Δοκιμασία "χ^2" ως test ανεξαρτησίας

Οι αναμενόμενες τιμές υπολογίζονται από τα αντίστοιχα επιμέρους σύνολα.

e11= 61.43 e12= 28.04 e13= 19.53

e21= 133.57 e22= 60.96 e23= 42.47

$X^2 = (o11-e11)^2/e11+(o21-e21)^2/e21+(o12-e12)^2/e12+(o22-e22)^2/e22+(o13-e13)^2/e13+(o23-e23)^2/e23$

X^2= **1.885**

β.ε. = 2

a= 0.05

$X_{2;0,05}^2$= **5.991** Άρα αποδεχόμαστε την μηδενική υπόθεση

Συγκρίνουμε την επιτυχία μιας νέας χειρουργικής τεχνικής (1) με αυτήν της συνηθισμένης (2). Σε διάστημα 2 ετών μετά τις εγχειρίσεις με την νέα τεχνική πέθαναν 41 και επέζησαν 216 ασθενείς, ενώ με την συνηθισμένη τεχνική πέθαναν 64 και επέζησαν 180. Αν οι τεχνικές 1 και 2 έχουν τον ίδιο βαθμό επιτυχίας, τότε οι αναλογίες των ασθενών που επέζησαν θα είναι ίδιες. Να γίνει έλεγχος αυτής της υπόθεσης.

Τεχν. Εγχείρ.	Πέθαναν	Επέζησαν	Σύνολο
1	41	216	257
2	64	180	244
Σύνολο	105	396	501

53.9	203.1
51.1	192.9

o_{11}= 41 o_{12}= 216 o_{21}= 64 o_{22}= 180

e_{11}= 53.86 e_{12}= 203.14 e_{21}= 51.14 e_{22}= 192.86

$X^2 = (41-53.86)^2/53.86+(216-203.14)^2/203.14+(64-51.14)^2/51.14+(180-192.86)^2/192.86 = 7.978$

Για a=0.05 και β.ε.=1, $x_{1,a}^2$=3.841 Άρα απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση

Προκειμένου να διαπιστωθεί αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των συγκεντρώσεων του Καλίου στο πλάσμα και στον ορό, ελήφθησαν δείγματα και των δύο τύπων από 18 εθελοντές.
Η μηδενική υπόθεση δηλώνει, ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των διαμέσων.
Αν ισχύει, τότε το πλήθος των θετικών διαφορών θα πρέπει να είναι "ίσο" με το πλήθος των αρνητικών.

Δοκιμασία Προσήμου

	$[K_{πλ}]$/mM	$[K_{ορ}]$/mM	Πρόσ. Διαφ.
1	4.0	4.2	-
2	3.8	3.8	0
3	3.6	3.7	-
4	3.9	3.8	+
5	4.4	4.5	-
6	4.6	4.4	+
7	4.8	4.9	-
8	4.5	4.7	-
9	4.3	4.5	-
10	4.0	3.9	+
11	4.1	4.1	0
12	4.0	4.1	-
13	3.5	3.6	-
14	3.7	3.7	0
15	3.6	3.7	-
16	4.2	4.2	0
17	4.1	4.0	+
18	4.5	4.5	0
Median	**4.05**	**4.10**	

$\mathbf{N_+ = 4}$ $\mathbf{N_- = 9}$

N = πλήθος μη μηδενικών διαφορών = 18 - 5 = 13

Από τους πίνακες ορίων εμπιστοσύνης της διωνυμικής κατανομής βρίσκουμε, ότι η κρίσιμη περιοχή για μέγεθος δείγματος 13 και α=0.05 είναι 2-11.
Το N_- = 9 εμπίπτει στο διάστημα 2-11, άρα οι διάμεσοι δεν διαφέρουν.

Έστω ότι έχουμε τα δύο παρακάτω δείγματα με τις συχνότητες f_1 και f_2.
Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι τα δύο δείγματα είναι ομογενή σε σ.σ. 5%;

H_0: Τα δείγματα προέρχονται από την ίδια κατανομή (ομογενή)

ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΟΜΟΓΕΝΕΙΑΣ (Kolmogorov – Smirnov)

x	f_1	f_2	Αθρ. f_1	Αθρ. f_2	$\|F_m(x)-G_n(x)\|$
0	5	6	0.0833	0.1000	0.0167
1	9	2	0.2333	0.1333	0.1000
2	4	5	0.3000	0.2167	0.0833
3	5	7	0.3833	0.3333	0.0500
4	7	8	0.5000	0.4667	0.0333
5	2	4	0.5333	0.5333	0.0000
6	8	4	0.6667	0.6000	0.0667
7	4	9	0.7333	0.7500	0.0167
8	9	6	0.8833	0.8500	0.0333
9	7	9	1.0000	1.0000	0.0000
	60	**60**			

$D_{60,60}$ = 0.1000

Από τον πίνακα VII για a=0,05

$D_{0,05,60,60}$ = 0.2483

$D_{60,60} < D_{0,05,60,60}$
άρα αποδεχόμαστε την μηδενική υπόθεση

Η αρτηριακή πίεση δέκα ασθενών πριν και μετά τη χορήγηση φαρμάκου κατά της πίεσης δίνεται από τον πίνακα που ακολουθεί. Ελέγξτε αν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στην αρτηριακή πίεση πριν και μετά την χορήγηση του φαρμάκου με στάθμη σημαντικότητας a=0.05 (δίπλευρη).
α) με την μέθοδο του προσήμου (sign test)
β) με την μέθοδο Wilcoxon

H_0: Τα δείγματα είναι ομογενή

Δοκιμασία Wilcoxon

α/α	Α(πριν)	Β(μετά)	Διαφορά	Απόλ.Τιμή			
1	12	11	1	1	1	3.0	3.0
2	13	13	0	0	1		
3	17	15	2	2	1		7.0
4	17	14	3	3	1		9.0
5	18	17	1	1	1		3.0
6	15	14	1	1	2	7.0	3.0
7	13	14	-1	1	2		3.0
8	12	10	2	2	2		7.0
9	13	14	-1	1	3	9.0	3.0
10	15	13	2	2			7.0

T_-= 6 **T_+= 39** **n=10-1=9**

T=min{6,39}=6

Για n=9 και a/2=0.025 ο πίνακας XI δίνει T_c=6. Έτσι το T =T_c και απορρίπτουμε οριακά την μηδενική υπόθεση.

Δοκιμασία Προσήμου

α/α	Α(πριν)	Β(μετά)	Πρόσ. Διαφ.
1	12	11	+
2	13	13	0
3	17	15	+
4	17	14	+
5	18	17	+
6	15	14	+
7	13	14	-
8	12	10	+
9	13	14	-
10	15	13	+
Median	**13.00**	**14.00**	

N_+ = 7
N_- = 2

Για N=9 (μη μηδενικές διαφορές) το διάστημα επιστοσύνης είναι 1-8, στο οποίο εντάσσεται το N_-=2. Άρα δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση.

Δύο χημικοί Α και Β πήραν τα παρακάτω αποτελέσματα του πίνακα που ακολουθεί από την μελέτη πειραμάτων (χημική ανάλυση που το αποτέλεσμα ακολουθεί κανονική κατανομή).

α) Να εξετασθεί αν οι μέσες τιμές είναι ίσες (a=0.05).

β) Χωρίς την υπόθεση της κανονικότητας να ελεγχθεί με την μέθοδο Mann-Whitney αν τα αποτελέσματα των δύο αναλυτών είναι ισοδύναμα.

$n_A=7$ **$n_B=8$**

	A	B
1	93.08	93.95
2	91.36	93.42
3	91.60	92.20
4	91.91	92.46
5	92.79	92.73
6	92.80	93.31
7	91.03	92.94
8		93.66
	92.08	**93.08**

β) H_0: $M_A=M_B$

	Τάξη
91.03	1
91.36	2
91.60	3
91.91	4
92.20	5
92.46	6
92.73	7
92.79	8
92.80	9
92.94	10
93.08	11
93.31	12
93.42	13
93.66	14
93.95	15

Για το t-test έλεγχος πρώτα αν $s_A=s_B$

F= 1.777

Με $v_1=7-1$ και $v_2=8-1$ και a=0.05 $F_c=3.87$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{T_A=1+2+3+4+8+9+11=38} \\ \mathbf{T_B=5+6+7+10+12+13+14+15=82} \end{array}\right\} \mathbf{T_{min}=38}$$

Για a=0.05 και $N_1=n_A=7$, $N_2=n_B=8$ το διάστημα αποδοχής του T_{min} είναι (38-74)

Άρα αποδεχόμαστε την H_0

α) **H_0: $\mu_A=\mu_B$** **H_0: $\mu_A\neq\mu_B$** **Δοκιμασία t-Student**

μ_A= 92.08 μ_B= 93.08 s_A= 0.807 s_B= 0.605

s= 0.705 **t= -2.746** $|t| > t_c$= 2.160 με β.ε.=13

Άρα απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση

skew= 0.03027 kurt= -1.14903 (-1 < skew < 1 αλλά kurt < -1)

Διαπιστώνουμε ότι οι τιμές των παραμέτρων skewnes και kurtosis δεν δικαιολογουν την χρήση παραμετρικών μεθόδων.

Σε μια συγκριτική μελέτη για τις μετρήσεις του Καλίου μεταξύ της καθιερωμένης μεθόδου και μιας σε πειραματικό στάδιο, ελήφθησαν 42 ζεύγη τιμών. Να γίνει γραμμική παλινδρόμηση υποθέτοντας, ότι η τυχαία μεταβλητότητα στην παλιά μέθοδο είναι αμελητέα.

	K [mM]		
α/α	**Παλιά**	**Νέα**	**x^2**
1	3.9	3.9	15.21
2	4.6	4.5	21.16
3	3.7	3.6	13.69
4	4.3	4.3	18.49
5	4.6	4.5	21.16
6	4.3	4.3	18.49
7	3.7	3.1	13.69
8	4.0	3.9	16.00
9	3.6	3.5	12.96
10	3.9	3.9	15.21
11	4.2	4.2	17.64
12	4.4	4.3	19.36
13	3.8	3.7	14.44
14	3.4	3.4	11.56
15	4.1	4.0	16.81
16	4.1	4.1	16.81
17	4.5	4.4	20.25
18	3.0	3.1	9.00
19	3.4	3.4	11.56
20	4.3	4.1	18.49
21	4.4	4.4	19.36
22	3.8	3.7	14.44
23	4.2	4.1	17.64
24	3.5	3.4	12.25
25	4.8	4.7	23.04
26	3.5	3.6	12.25
27	5.4	5.2	29.16
28	4.3	4.3	18.49
29	4.5	4.4	20.25
30	3.9	3.8	15.21
31	3.8	3.8	14.44
32	4.6	4.8	21.16
33	3.3	3.2	10.89
34	3.7	3.7	13.69
35	4.0	4.0	16.00
36	4.8	4.7	23.04
37	3.9	3.9	15.21
38	4.0	3.9	16.00
39	3.6	3.6	12.96
40	4.1	4.2	16.81
41	5.4	5.4	29.16
42	4.1	4.1	16.81
	4.08	**4.03**	**710.24**

slope (b) = 0.981

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}$$

intercept (a) = 0.023

$$a = \overline{y} - b\overline{x}$$

S= 0.118

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

r = 0.9740

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}$$

s_b= 0.036

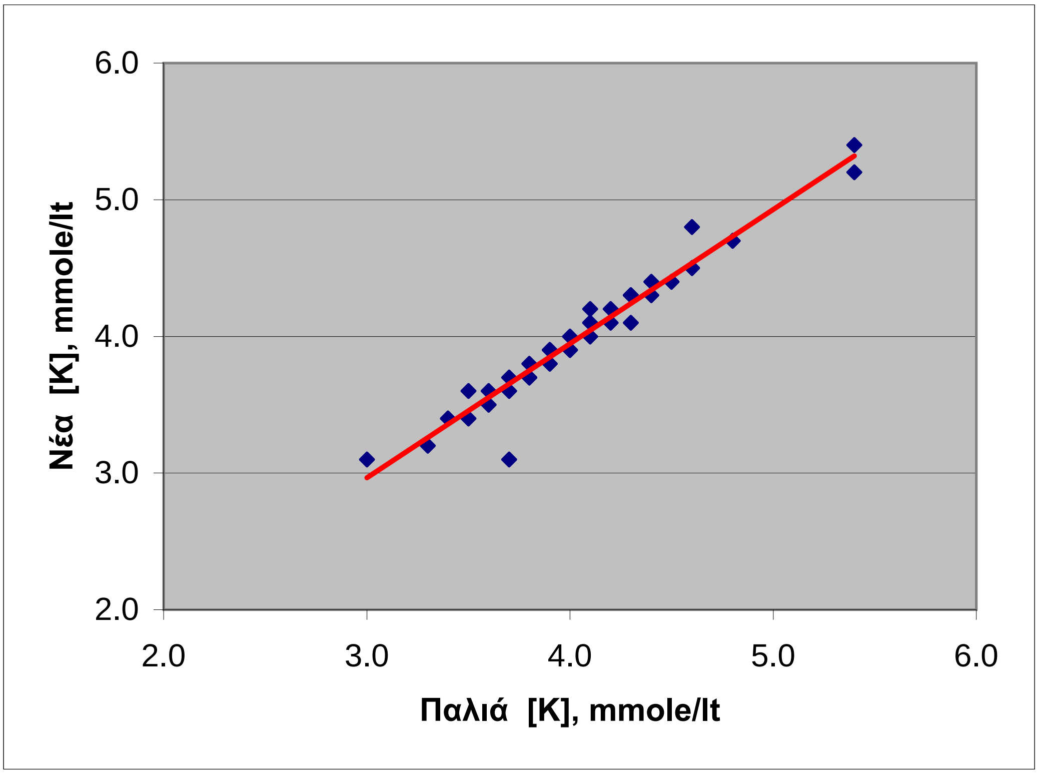
$$s_b = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}}$$

s_a= 0.148

$$s_a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}}$$

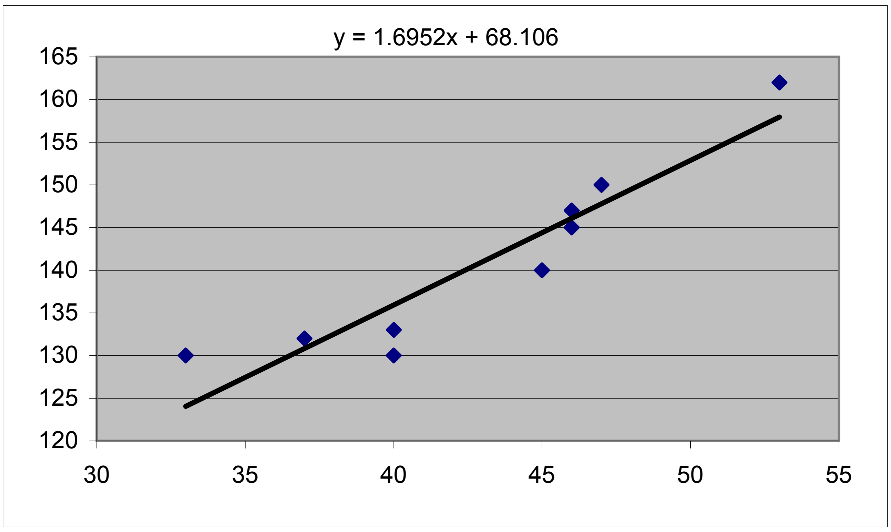
β = b +/- t*s_b = 0,981 +/- 2,021*0,036 = (0,908, 1,051)

α = a +/- t*s_a = 0,023 +/- 2,021*0,148 = (-0,276, 0,322)


6.0
5.0
4.0
3.0
2.0
Νέα [K], mmole/lt
2.0
3.0
4.0
5.0
6.0
Παλιά [K], mmole/lt

Σε 9 παιδιά 10-15 ετών μετρήθηκε το βάρος Χ σε Kg και το ύψος Ψ σε cm.
α) Να βρεθεί η ευθεία γραμμικής παλιδρόμησης του ύψους στο βάρος αφού προηγουμένως βρεθεί ο συντελεστής συσχέτισης.
β) Να υπολογισθεί το τυπικό σφάλμα της εκτίμησης.
γ) Είναι ανεξάρτητο το ύψος από το βάρος του παιδιού; Ψ.(σ.σ=0.05)

X[Kg]	Ψ[cm]
33	130
37	132
40	133
40	130
45	140
46	145
46	147
47	150
53	162



$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$ **0.9340**

H_0: r=0

Συντελεστής προσδιορισμού= **0.8723**

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$ **6.914** **>** $t_{7;0.025}$**=2.262**