

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΠΟΛΥΦΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ

Με τον όρο **ταξινόμηση** ψηφιακής πολυφασματικής εικόνας, υποδηλώνεται η διαδικασία κατηγοριοποίησης των εικονοστοιχείων σε ομάδες, ή **τάξεις**, με κοινά χαρακτηριστικά, από πλευράς φασματικής απόκρισης ή/και υφής. Οι τάξεις αυτές μπορούν να εκφράζουν λιθολογικές ενότητες, τύπους φυτοκάλυψης, χρήσεις γης και άλλες οντότητες γεωλογικού, εδαφολογικού, χωροταξικού ή φυσικογεωγραφικού χαρακτήρα.

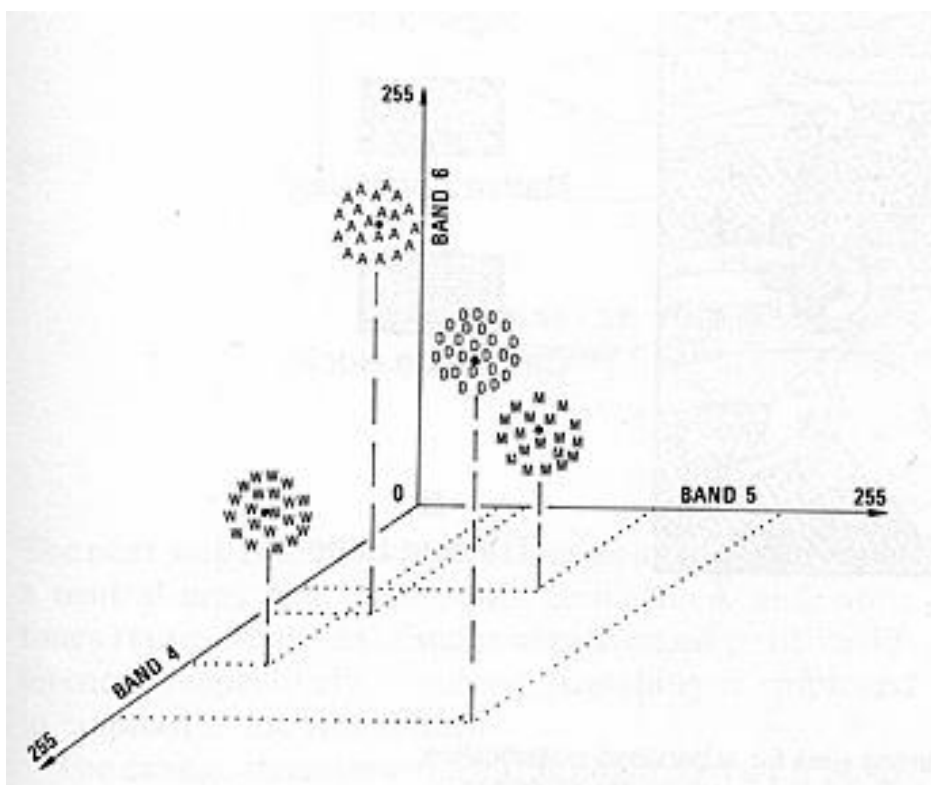
Υπάρχουν διάφορες αυτοματοποιημένες μέθοδοι ταξινόμησης, στις οποίες αξιοποιούνται διάφορα κεφάλαια των μαθηματικών και της πληροφορικής, όπως η θεωρία αλγορίθμων, οι διανυσματικοί χώροι, η θεωρία πιθανοτήτων, η πολυπαραμετρική στατιστική, η ασαφής λογική (fuzzy logic), τα νευρωνικά δίκτυα και φυσικά ο προγραμματισμός, μέσω του οποίου αναπτύσσεται το κατάλληλο λογισμικό, ώστε να υλοποιηθεί σε σύντομο χρόνο, και με ποσοτικά κριτήρια, η διαδικασία ταυτοποίησης του κάθε εικονοστοιχείου σε μια κατηγορία. Μαζί όμως με την ευχέρεια χειρισμού του λογισμικού, και τη γνώση του πώς αυτό λειτουργεί και ποιές είναι οι δυνατότητες και οι περιορισμοί του, είναι αναγκαία η καλή γνώση των γεωλογικών και φυσικογεωγραφικών συνθηκών και χαρακτηριστικών της περιοχής, ώστε οι αυτοματοποιημένοι αλγόριθμοι ταξινόμησης να οδηγήσουν σε αξιόπιστα αποτελέσματα.

Όταν η ταξινόμηση πραγματοποιείται με βάση τη φασματική υπογραφή του κάθε εικονοστοιχείου ξεχωριστά, τότε πρόκειται για **πολυφασματική ταξινόμηση** (multispectral classification). Σε αυτό το είδος ταξινόμησης, θεμελιώδη σημασία έχει η έννοια της **περιοχής ομαδοποίησης** (cluster). Περιοχή ομαδοποίησης είναι μια περιοχή στο φασματικό χώρο, στην οποία ανήκουν οι φασματικές υπογραφές πολλών εικονοστοιχείων (βλ. σχ. 1). Μια περιοχή ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο, θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε μια γεωλογική ή φυσικογεωγραφική ενότητα στο γεωγραφικό χώρο. Για παράδειγμα, μια περιοχή ομαδοποίησης μπορεί να αντιστοιχεί σε έναν τύπο πετρώματος, ή σε έναν τύπο φυτοκάλυψης. Επομένως, το πλήθος των περιοχών ομαδοποίησης είναι ίσο με το πλήθος των επιφανειακών σχηματισμών ή τύπων εδαφοκάλυψης που απαρτίζουν την περιοχή έρευνας. Και η διαδικασία πολυφασματικής ταξινόμησης, είναι στην πραγματικότητα η διαδικασία ένταξης του κάθε εικονοστοιχείου σε μια περιοχή ομαδοποίησης, με βάση κάποιο ποσοτικό κριτήριο. Όταν το κάθε εικονοστοιχείο έχει ενταχθεί, με βάση τη φασματική υπογραφή του, σε μια περιοχή ομαδοποίησης του φασματικού χώρου, τότε έχει ολοκληρωθεί η διαδικασία ταξινόμησης της ψηφιακής εικόνας και ο γεωγραφικός χώρος έχει χωριστεί σε διάφορες γεωλογικές, εδαφολογικές ή φυσικογεωγραφικές ενότητες, ή αλλιώς, σε διάφορες τάξεις με διακριτή φασματική απόκριση (φασματικές τάξεις). Εικονοστοιχεία που δεν είναι δυνατόν να ενταχθούν σε καμία περιοχή ομαδοποίησης παραμένουν αταξινόμητα, δηλαδή μη αναγνωρισμένα.

Υπάρχουν και μέθοδοι ταξινόμησης όπου στην ταυτοποίηση του κάθε εικονοστοιχείου λαμβάνεται υπόψη σε ποιά κατηγορία ταξινομούνται τα γειτονικά εικονοστοιχεία. Σε αυτήν την περίπτωση, μιλάμε για **ταξινόμηση συνάφειας** (context classification). Στα εμπορικά πακέτα λογισμικού επεξεργασίας δορυφορικών εικόνων, τα ενσωματωμένα εργαλεία ταξινόμησης είναι κυρίως πολυφασματικοί ταξινομητές, ωστόσο τα χωρικά συμφραζόμενα του κάθε εικονοστοιχείου παρέχουν σημαντικές πληροφορίες για μια αξιόπιστη ταξινόμηση.

Οι μέθοδοι πολυφασματικής ταξινόμησης, μπορούν επίσης να χωριστούν σε δυο κατηγορίες: Στην **επιβλεπόμενη ταξινόμηση** (supervised classification) και στη **μη επιβλεπόμενη ταξινόμηση** (unsupervised classification).

Στην επιβλεπόμενη ταξινόμηση, ο χρήστης καθορίζει πάνω στην εικόνα **περιοχές εκπαίδευσης** (training fields), η κάθε μια από τις οποίες είναι γνωστό σε ποιά τάξη ανήκει, οπότε, με βάση τις φασματικές υπογραφές των συμπεριλαμβανόμενων εικονοστοιχείων, προσδιορίζεται η αντίστοιχη περιοχή ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο. Στη συνέχεια, το κάθε εικονοστοιχείο που δεν ανήκει σε περιοχή εκπαίδευσης, εντάσσεται σε μια τάξη με βάση τη φασματική του υπογραφή και τη θέση αυτής ως προς τις περιοχές ομαδοποίησης (βλ. σχ. 1).



Σχ. 1. Φασματικός χώρος που παράγεται από τρεις φασματικές ζώνες και στον οποίο υπάρχουν τέσσερις περιοχές ομαδοποίησης (clusters) (πηγή: Sabins 1987)

Στη μη επιβλεπόμενη ταξινόμηση, ο ίδιος ο αλγόριθμος προσδιορίζει τις περιοχές ομαδοποίησης και, με βάση αυτές, κατατάσσει τα εικονοστοιχεία στις διάφορες τάξεις. Η όλη διαδικασία διεκπεραιώνεται εντελώς αυτοματοποιημένα, χωρίς την παρέμβαση του χρήστη. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ο χωρισμός των εικονοστοιχείων σε τάξεις, για τις οποίες δεν είναι γνωστό σε τί είδους γεωλογική ή φυσικογεωγραφική ενότητα ανήκουν, σε αντίθεση με την επιβλεπόμενη ταξινόμηση, όπου το φυσικό περιεχόμενο της κάθε τάξης το γνωρίζει ο χρήστης εκ των προτέρων. Η επιβλεπόμενη ταξινόμηση οδηγεί σε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, αν έχουν οριστεί οι κατάλληλες περιοχές εκπαίδευσης, με τη βοήθεια συμπληρωματικών δεδομένων, που μπορούν να συλλεγούν είτε από γεωλογικούς/εδαφολογικούς χάρτες, είτε από εργασία υπαίθρου. Η μη επιβλεπόμενη ταξινόμηση δεν έχει τέτοιες απαιτήσεις, όμως μπορεί να οδηγήσει σε αναξιόπιστα αποτελέσματα. Ωστόσο, μπορεί να αποτελέσει το εισαγωγικό βήμα με το οποίο ο χρήστης σχηματίζει μια πρώτη εικόνα για το ποιές περιοχές ομαδοποίησης υπάρχουν στο φασματικό χώρο της περιοχής μελέτης. Και αξιοποιώντας αυτήν την πληροφορία, είναι δυνατή μια δεύτερη επιβλεπόμενη ταξινόμηση, που να δίνει καλύτερα αποτελέσματα.

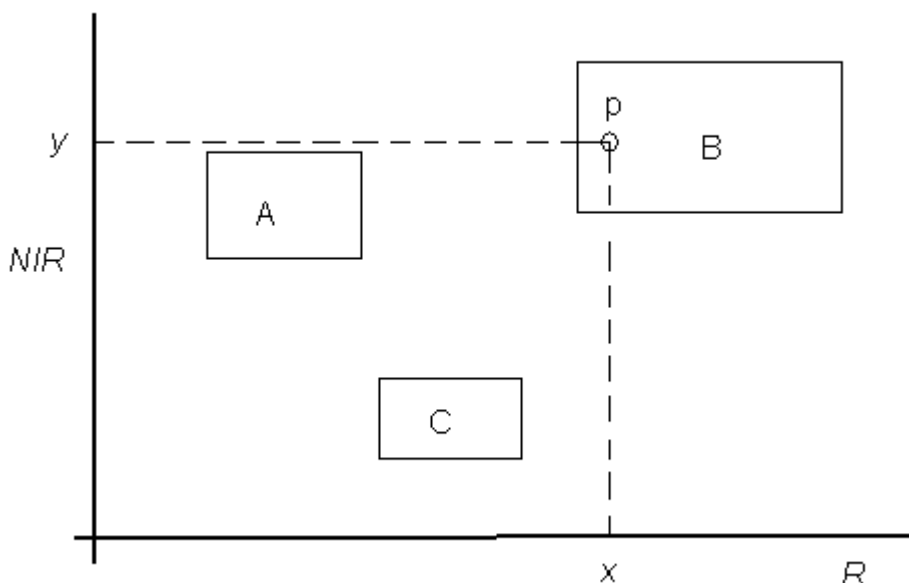
Παρακάτω παρουσιάζονται διάφορες μέθοδοι ταξινόμησης, που θεμελιώνονται πάνω σε διάφορα ποσοτικά κριτήρια και αλγορίθμους ταυτοποίησης των εικονοστοιχείων.

1. Μέθοδοι επιβλεπόμενης ταξινόμησης

Στις μεθόδους επιβλεπόμενης ταξινόμησης προσδιορίζονται πρώτα οι διάφορες περιοχές ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο, μελετώντας τις φασματικές υπογραφές των εικονοστοιχείων των περιοχών εκπαίδευσης. Στη συνέχεια, το κάθε εικονοστοιχείο ταυτοποιείται σε μια φασματική τάξη, με βάση τη θέση του στο φασματικό χώρο.

1.α. Ταξινόμηση με τον κανόνα του παραλληλεπιπέδου

Σε αυτή τη μέθοδο ταξινόμησης, οι περιοχές ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο αναπαριστώνται με ορθογώνια παραλληλόγραμμα στις δυο διαστάσεις (δυο φασματικές ζώνες), ή με n -διάστατα ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, όταν αξιοποιούνται στην ταξινόμηση τρεις ή περισσότερες φασματικές ζώνες (αυτό είναι και το συνηθέστερο). Στο (σχ. 2), αναπαριστάται ο δισδιάστατος φασματικός χώρος, που συντίθεται από τις ζώνες εγγύς υπέρυθρου και ερυθρού. Οι διαστάσεις των ορθογωνίων παραλληλογράμμων, προσδιορίζονται από τα εύρη της μεταβολής τιμών φωτεινότητας για κάθε τάξη.



Σχ. 2. Ταξινόμηση με βάση τον κανόνα του παραλληλεπιπέδου

Το εικονοστοιχείο p , με φωτεινότητες x και y στο ορατό και στο εγγύς υπέρυθρο αντίστοιχα, εντάσσεται στην τάξη B, στο βαθμό που το ζεύγος τιμών (x, y) ανήκει στο χωρίο (περιοχή ομαδοποίησης) B, στο φασματικό χώρο. Εικονοστοιχεία με ζεύγη τιμών φωτεινότητας (x, y) που δεν ανήκουν σε καμία περιοχή ομαδοποίησης, δεν ταυτοποιούνται σε καμία τάξη. Η ίδια ταξινομητική λογική μπορεί να εφαρμοστεί σε πολυδιάστατους φασματικούς χώρους, που παράγονται από τις τιμές φωτεινότητας τριών ή περισσότερων φασματικών ζωνών.

Ο κανόνας του παραλληλεπιπέδου, είναι μια μέθοδος απλή στη σύλληψη, που συναντάται στα διάφορα πακέτα λογισμικού επεξεργασίας δορυφορικών εικόνων. Μειονέκτημά της είναι ότι πολλά εικονοστοιχεία, που δεν εντάσσονται σε κανένα

παραλληλεπίπεδο, παραμένουν αταξινομήτα. Επί πλέον, δεν υπάρχει αντικειμενικό κριτήριο προσδιορισμού των πλευρών των ορθογωνίων.

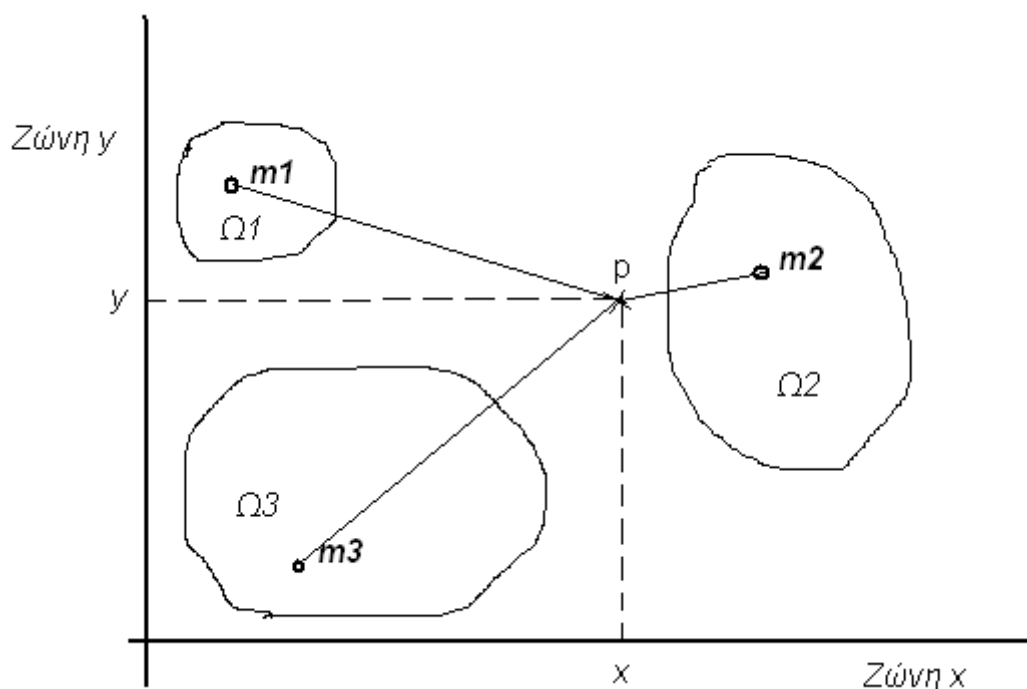
1. β. Ταξινόμηση με τη μέθοδο της ελάχιστης απόστασης

Σε αυτήν τη μέθοδο, προσδιορίζονται τα κέντρα m_i των περιοχών ομαδοποίησης Ω_i , που προσδιορίζονται από τις περιοχές εκπαίδευσης. Σε έναν φασματικό χώρο n διαστάσεων, το κάθε κέντρο m_i αναπαριστάται ως:

$$m_i = [m_{i,1}, m_{i,2}, \dots, m_{i,j}, \dots, m_{i,n}]^T$$

$m_{i,j}$ είναι η μέση τιμή της φωτεινότητας των εικονοστοιχείων της περιοχής ομαδοποίησης Ω_i στη φασματική ζώνη j . Ο εκθέτης T συμβολίζει τον ανάστροφο πίνακα.

Στο (σχ. 3) αναπαριστάται ο διδιάστατος φασματικός χώρος με τρεις ομάδες συγκέντρωσης και με κέντρα m_1, m_2, m_3 .



Σχ. 3. Ταξινόμηση με τη μέθοδο της ελάχιστης απόστασης

Στο φασματικό χώρο, ένα εικονοστοιχείο p με τιμές φωτεινότητας (x, y) εντάσσεται στην περιοχή ομαδοποίησης εκείνη, από την οποία η απόσταση από το κέντρο της είναι η ελάχιστη. Στο (σχ. 3), το εικονοστοιχείο p βρίσκεται πιο κοντά στο κέντρο m_2 , επομένως ανήκει στην τάξη Ω_2 .

Στο παράδειγμα του εικονοστοιχείου του (σχ. 3), η ταξινόμηση έγινε με βάση την ευκλείδεια απόσταση d_e , που σε ένα n -διάστατο φασματικό χώρο ορίζεται ως:

$$d_e(x, m_i) = [(x - m_i)^T \cdot (x - m_i)]^{1/2} = [(x_1 - m_{i,1})^2 + (x_2 - m_{i,2})^2 + \dots + (x_n - m_{i,n})^2]^{1/2}$$

x είναι το διάνυσμα θέσης εικονοστοιχείου p στο φασματικό χώρο και x_1, x_2, \dots, x_n είναι οι συνιστώσες του διανύσματος (τιμές φωτεινότητας) στις ζώνες 1, 2, ..., n , αντίστοιχα.

Αν, στην εφαρμογή του κριτηρίου της ελάχιστης απόστασης, θέλουμε να λάβουμε υπόψη και τη διασπορά των τιμών φωτεινότητας σε κάθε περιοχή ομαδοποίησης, τότε αντί για την ευκλείδεια απόσταση χρησιμοποιείται η απόσταση Mahalanovis d_m , που ορίζεται ως:

$$d_m(\mathbf{x}, \mathbf{m}_i) = [(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)]$$

Σ_i είναι ο πίνακας συνδιασποράς (covariance matrix) για την ομάδα συγκέντρωσης Ω_i , που προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\Sigma_i = \frac{\sum_{j=1}^N [(\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i) \cdot (\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i)^T]}{N - 1}$$

N είναι ο αριθμός των εικονοστοιχείων των πεδίων εκπαίδευσης που ανήκουν στην τάξη Ω_i .

Στην παραπάνω σχέση, δε θα πρέπει να συγχέεται το σύμβολο του πίνακα συνδιασποράς, στο αριστερό μέλος, με το σύμβολο της άθροισης, στο δεξιό μέλος.

Στην (ιδανική) περίπτωση μηδενικής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών φωτεινότητας διαφορετικών φασματικών ζωνών και κοινής διασποράς τιμών φωτεινότητας για όλες τις ζώνες, η ταξινόμηση ελάχιστης απόστασης κατά Ευκλείδη και η αντίστοιχη ταξινόμηση κατά Mahalanovis δίνουν τα ίδια ακριβώς αποτελέσματα (Richards & Jia 1999).

1. γ. Ταξινόμηση με το κριτήριο της μέγιστης πιθανοφάνειας

Στο κριτήριο της ελάχιστης απόστασης, το μέγεθος με βάση το οποίο ταυτοποιείται το κάθε εικονοστοιχείο σε μια τάξη είναι η απόστασή του από το κέντρο περιοχής ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο. Η ταξινόμηση με το κριτήριο της **μέγιστης πιθανοφάνειας** (maximum likelihood), πραγματοποιείται με βάση την πιθανότητα $p(\Omega_i | \mathbf{x})$ να ανήκει εικονοστοιχείο με διάνυσμα \mathbf{x} στο φασματικό χώρο, στην τάξη Ω_i . Οι συνιστώσες x_1, x_2, \dots, x_n του διανύσματος \mathbf{x} είναι οι τιμές φωτεινότητας του εικονοστοιχείου στις φασματικές ζώνες 1, 2, ..., n, αντίστοιχα.

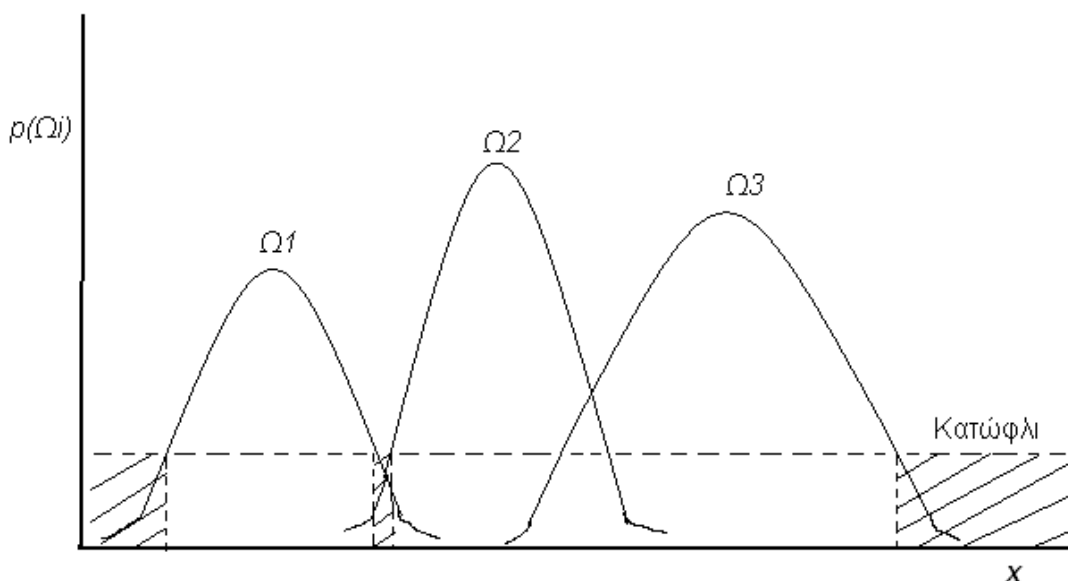
Το κριτήριο της μέγιστης πιθανοφάνειας, διατυπώνεται ως εξής:

$$\mathbf{x} \in \Omega_i \quad \text{αν} \quad p(\Omega_i | \mathbf{x}) > p(\Omega_j | \mathbf{x}) \quad \text{για κάθε} \quad j \neq i \quad (1)$$

Ωστόσο αν η πιθανότητα $p(\Omega_i | \mathbf{x})$ είναι πολύ μικρή, για παράδειγμα μικρότερη του 5%, δεν έχει νόημα να ταυτοποιηθεί το εικονοστοιχείο σε κάποια τάξη. Μικρές τιμές πιθανότητας $p(\Omega_i | \mathbf{x})$ σημαίνουν ότι το διάνυσμα \mathbf{x} βρίσκεται στα όρια μεταξύ δυο περιοχών ομαδοποίησης (clusters), ή στις παρυφές ενός cluster (βλ. σχ. 4). Θα πρέπει λοιπόν, πέρα από τη σχέση (1), να ικανοποιείται και η παρακάτω σχέση:

$$p(\Omega_i | \mathbf{x}) > p\text{-κατωφλίου} \quad (2)$$

Η p -κατωφλίου είναι η ελάχιστη τιμή πιθανότητας που πρέπει να αντιστοιχεί στο εικονοστοιχείο με διάνυσμα \mathbf{x} , ώστε να ταυτοποιηθεί αυτό στην τάξη Ω_i , με βάση τη σχέση (1).



Σχ. 4. Ταξινόμηση με το κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας, με βάση μια μόνο φασματική ζώνη (άξονας x). Τα εικονοστοιχεία με τιμές φωτεινότητας στις γραμμοσκιασμένες περιοχές δεν ταξινομούνται γιατί η μέγιστη πιθανότητα $p(\Omega_i)$ δεν υπερβαίνει την τιμή κατώφλιου (p -κατώφλι).

Οι σχέσεις (1) και (2) είναι η βάση πάνω στην οποία αναπτύσσεται η μέθοδος ταξινόμησης με το κριτήριο της μέγιστης πιθανοφάνειας. Όμως, στο σημείο αυτό, τίθενται δυο ερωτήματα:

- 1) Πώς υπολογίζονται, από τα εικονοστοιχεία των περιοχών εκπαίδευσης, οι πιθανότητες $p(\Omega_i | x)$;
- 2) Πώς υπολογίζονται οι τιμές p -κατώφλιου;

Αυτά τα δυο ερωτήματα αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης των δυο επόμενων παραγράφων.

1. γ. 1. Υπολογισμός μιας ποσότητας που συνδέεται με την πιθανότητα $p(\Omega_i | x)$

Με βάση το θεώρημα Bayes (Βαϊόπουλος 2004), είναι δυνατόν να υπολογιστεί η πιθανότητα $p(\Omega_i | x)$, με βάση την παρακάτω σχέση (Richards & Jia 1999):

$$p(\Omega_i | x) = p(x | \Omega_i) \cdot p(\Omega_i) / p(x) \quad (3)$$

$p(\Omega_i)$ είναι η πιθανότητα εμφάνισης της τάξης Ω_i στην ψηφιακή εικόνα και μπορεί να εκτιμηθεί κατά προσέγγιση, ως ποσοστό των εικονοστοιχείων τάξης Ω_i στην εικόνα. $p(x | \Omega_i)$ είναι η πιθανότητα να έχει διάνυσμα φωτεινότητας x εικονοστοιχείο που ανήκει στην τάξη Ω_i . Η πιθανότητα αυτή μπορεί να υπολογιστεί από τα δεδομένα των περιοχών εκπαίδευσης. $p(x)$ είναι η πιθανότητα να έχει εικονοστοιχείο διάνυσμα φωτεινότητας x , ανεξάρτητα από το σε ποιά τάξη ανήκει. Ο υπολογισμός του $p(x)$ μπορεί επίσης να γίνει από τα δεδομένα των περιοχών εκπαίδευσης, όμως δεν έχει καμία πρακτική σημασία, όπως θα δούμε αμέσως παρακάτω.

Αν πάρουμε το νεπέριο λογάριθμο της σχέσης (3), έχουμε:

$$\ln[p(\Omega_i | \mathbf{x})] = \ln[p(\mathbf{x} | \Omega_i)] + \ln[p(\Omega_i)] - \ln[p(\mathbf{x})] \quad (4)$$

Λογαριθμίζοντας τη σχέση (1), προκύπτει ότι:

$$\mathbf{x} \in \Omega_i \quad \text{αν} \quad \ln[p(\Omega_i | \mathbf{x})] > \ln[p(\Omega_j | \mathbf{x})] \quad \text{για κάθε} \quad j \neq i \quad (5)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4) και (5), λαμβάνουμε:

$$\mathbf{x} \in \Omega_i \quad \text{αν} \quad \ln[p(\mathbf{x} | \Omega_i)] + \ln[p(\Omega_i)] > \ln[p(\mathbf{x} | \Omega_j)] + \ln[p(\Omega_j)] \quad \text{για κάθε} \quad j \neq i \quad (6)$$

Έστω $g_i(\mathbf{x})$ η συνάρτηση που ορίζεται από τη σχέση:

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln[p(\mathbf{x} | \Omega_i)] + \ln[p(\Omega_i)] \quad (7)$$

Από τις σχέσεις (6) και (7), συνάγεται ότι το κριτήριο της μέγιστης πιθανοφάνειας μπορεί να διατυπωθεί ως:

$$\mathbf{x} \in \Omega_i \quad \text{αν} \quad g_i(\mathbf{x}) > g_j(\mathbf{x}) \quad \text{για κάθε} \quad j \neq i \quad (8)$$

Συχνά, η $p(\mathbf{x} | \Omega_i)$ θεωρείται ότι ακολουθεί μια n -διάστατη κανονική κατανομή, όπου n το πλήθος των φασματικών ζωνών που χρησιμοποιούνται στην ταξινόμηση εικόνας. Σε μια τέτοια περίπτωση, η μαθηματική έκφραση για την $p(\mathbf{x} | \Omega_i)$ είναι (Richards & Jia 1999):

$$p(\mathbf{x} | \Omega_i) = (2\pi)^{-n/2} \cdot |\Sigma_i|^{-1/2} \cdot \exp[-(1/2) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \cdot \Sigma_i^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)] \quad (9)$$

Από τις σχέσεις (7) και (9), και αγνοώντας τον όρο $-(n/2) \cdot \ln(2\pi)$ που είναι κοινός σε όλες τις ποσότητες $g_i(\mathbf{x})$, συνάγεται ότι:

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln p(\Omega_i) - (1/2) \ln |\Sigma_i| - (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \cdot \Sigma_i^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i) \quad (10)$$

Αν, λόγω έλλειψης δεδομένων, εκτιμηθεί ότι οι ποσότητες $p(\Omega_i)$ είναι μεταξύ τους ίσες, τότε μπορεί να παραλειφθεί ο $\ln p(\Omega_i)$, καθώς και ο συντελεστής $1/2$, οπότε η έκφραση για την $g_i(\mathbf{x})$ γίνεται:

$$g_i(\mathbf{x}) = -\ln |\Sigma_i| - (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \cdot \Sigma_i^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i) \quad (11)$$

Στην πράξη, το κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας εκφράζεται από τη σχέση (8), με τη συνάρτηση $g_i(\mathbf{x})$ να ορίζεται από τη σχέση (10) ή από τη σχέση (11).

1. γ. 2. Υπολογισμός μιας ποσότητας που σχετίζεται με την τιμή p -κατωφλίου

Η ανισότητα του κριτηρίου μέγιστης πιθανοφάνειας εκφράζεται από τη σχέση (8). Επειδή η πιθανότητα $p(\Omega_i | \mathbf{x})$ θα πρέπει να υπερβαίνει μια τιμή p -κατωφλίου, όπως υποδηλώνει η σχέση (2), θα πρέπει η $g_i(\mathbf{x})$ να είναι μεγαλύτερη από μια τιμή κατωφλίου T_i , ώστε το κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας να έχει τη μορφή:

$$\mathbf{x} \in \Omega_i \quad \text{αν} \quad g_i(\mathbf{x}) > T_i \quad \text{για κάθε} \quad j \neq i \quad (12a)$$

$$\text{και } g_i(\mathbf{x}) > T_i \quad (12\beta)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (10) και (12β), συνάγεται ότι:

$$\ln p(\Omega_i) - (1/2)\ln|\Sigma_i| - (1/2)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \cdot \Sigma_i^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i) > T_i \quad (13)$$

Είναι γνωστό, ότι η ποσότητα $(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \cdot \Sigma_i^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)$ ακολουθεί μια κατανομή χ^2 με n βαθμούς ελευθερίας, αν το διάνυσμα \mathbf{x} ακολουθεί κανονική κατανομή (Μερτίκας 1999). Με βάση την επιθυμητή τιμή p -κατωφλίου, μπορεί να υπολογιστεί η οριακή τιμή x_c^2 , για την οποία ένα ποσοστό τιμών της ποσότητας $(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \cdot \Sigma_i^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)$, ίσο με το p -κατωφλίου, θα είναι μεγαλύτερο του x_c^2 . Στην οριακή κατάσταση, με βάση τη σχέση (13), θα ισχύει:

$$T_i = \ln p(\Omega_i) - (1/2)\ln|\Sigma_i| - (1/2)x_c^2 \quad (14)$$

Έστω, για παράδειγμα, ότι προτιθέμεθα να πραγματοποιήσουμε ταξινόμηση με το κριτήριο της μέγιστης πιθανοφάνειας, χρησιμοποιώντας $n=4$ φασματικές ζώνες, με τρόπο ώστε το 5% των εικονοστοιχείων να μην ταξινομηθεί, καθότι οι πιθανότητες $p(\Omega_i)$ θα βρίσκονται στις παρυφές ή στα όρια μεταξύ διαφορετικών περιοχών ομαδοποίησης. Αυτό το 0,05 είναι το p -κατωφλίου. Χρησιμοποιώντας πίνακες ή το κατάλληλο λογισμικό, βρίσκεται ότι η τιμή x_c^2 για $n=4$ βαθμούς ελευθερίας και πιθανότητα ίση με 0,05, είναι ίση με 9,488. Κατά συνέπεια, με βάση τη σχέση (14), η τιμή T_i για την τάξη Ω_i είναι:

$$T_i = \ln p(\Omega_i) - (1/2)\ln|\Sigma_i| - 4,744 \quad (15)$$

Τα εικονοστοιχεία που έχουν για την τάξη Ω_i μια μέγιστη τιμή g_i , η οποία όμως είναι μικρότερη του T_i , παραμένουν αταξινομητα.

1. δ. Ταξινόμηση με Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Τα **τεχνητά νευρωνικά δίκτυα** (ΤΝΔ) είναι συστήματα πολλών πυκνά διασυνδεδεμένων επεξεργαστικών μονάδων, μεταξύ των οποίων ανταλλάσσεται πληροφορία. Η κάθε επεξεργαστική μονάδα ονομάζεται **νευρόνιο** και έχει τη δυνατότητα να παράγει ένα σήμα εξόδου, όταν η ένταση του εισερχόμενου σήματος, που προέρχεται από την είσοδο του νευρωνικού δικτύου ή από άλλα νευρώνια, υπερβαίνει μια τιμή κατωφλίου. Στο (σχ. 5) αναπαριστάνεται η δομή ενός νευρωνίου. Το νευρόνιο πραγματοποιεί, αρχικά, ένα γραμμικό συνδυασμό των τιμών εισόδου y_j , με κατάλληλα **συναπτικά βάρη** (συντελεστές βαρύτητας) w_{ij} . Από την ποσότητα y'_i , που προκύπτει από το γραμμικό συνδυασμό, αφαιρείται μια τιμή κατωφλίου K_i και η διαφορά που προκύπτει είναι η είσοδος σε μια μη γραμμική συνάρτηση F , η έξοδος της οποίας u_i λαμβάνει μόνο τις τιμές 0 και 1.

Οι διαδικασίες εισόδου δεδομένων και εξόδου αποτελεσμάτων, που τελούνται στο νευρόνιο, αναπαριστάνονται με τις παρακάτω εξισώσεις (Χάρου 2001):

$$y'_i = \sum_{j=1}^m w_{ij} y_j \quad (16)$$

(γραμμικός συνδυασμός δεδομένων εισόδου με συναπτικά βάρη)

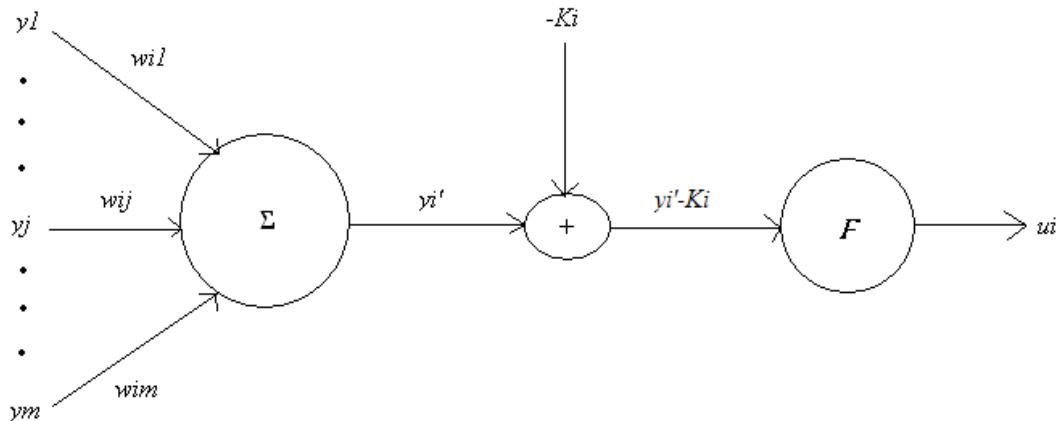
$$u_i = F(y'_i - K_i) \quad (17)$$

(αφαίρεση τιμής κατωφλίου και έξοδος μέσω συνάρτησης F)

Συνήθως η συνάρτηση F ορίζεται ως:

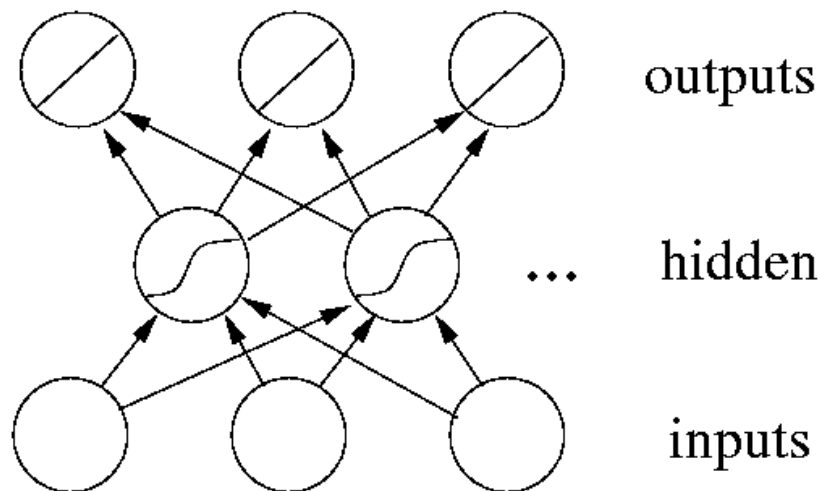
$$F(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (18)$$

Για θετικές τιμές z , η $F(z)$ τείνει στη μονάδα και για αρνητικά z τείνει στο μηδέν. Επομένως, η $F(z)$ τείνει να δώσει τιμή εξόδου σε μια από τις δυο ακραίες καταστάσεις 0/1, που εκφράζουν τη λήψη μιας απόφασης του τύπου ναι/όχι.



Σχ. 5. Δομή νευρώνιου

Στην ταξινόμηση δορυφορικών εικόνων, χρησιμοποιούνται συνήθως τα **πολυστρωματικά νευρωνικά δίκτυα πρόσω διάδοσης**, ή, εν συντομία, **δίκτυα BP**. Αυτά τα νευρωνικά δίκτυα αποτελούνται από το **επίπεδο εισόδου** (input), τα **ενδιάμεσα επίπεδα** (hidden layers) και το **επίπεδο εξόδου** (output). Στο (σχ. 6) αναπαριστάται ένα νευρωνικό δίκτυο με ενδιάμεσα επίπεδα. Τα ενδιάμεσα επίπεδα μπορούν να είναι δυο ή και περισσότερα.



Σχ. 6. Νευρωνικό δίκτυο με ενδιάμεσα επίπεδα (πηγή: <http://www.willamete.edu/~gorr/classes>)

Η είσοδος αποτελείται από κόμβους που λαμβάνουν τις τιμές φωτεινότητας του κάθε εικονοστοιχείου, στην κάθε φασματική ζώνη. Ο αριθμός των κόμβων είναι ίσος με τον αριθμό των φασματικών ζωνών της ψηφιακής εικόνας, έτσι ώστε στον κάθε κόμβο να εισέρχονται τιμές φωτεινότητας από μια μόνο ζώνη.

Από την είσοδο, τα δεδομένα διοχετεύονται στα νευρώνια των ενδιάμεσων επιπέδων, στο κάθε ένα από τα οποία οι τιμές εισόδου μετασχηματίζονται σε τιμές εξόδου, με βάση τις σχέσεις (16), (17) και (18). Οι τιμές εξόδου εισέρχονται, ως δεδομένα εισόδου, σε γειτονικά νευρώνια, όπου τελούνται ξανά οι ίδιες διεργασίες, και ούτω καθεξής, μέχρις ότου οι τιμές εξόδου φτάσουν στο επίπεδο εξόδου.

Στα νευρώνια του επιπέδου εξόδου, παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της επεξεργασίας των δεδομένων εισόδου, σε τρόπο ώστε το κάθε εικονοστοιχείο να ταυτοποιείται σε μια τάξη.

Για μια αξιόπιστη ταξινόμηση, θα πρέπει τα συναπτικά βάρη w_{ij} να έχουν τις κατάλληλες τιμές, ώστε το κάθε εικονοστοιχείο να ταυτοποιηθεί στη σωστή τάξη. Για το σκοπό αυτό, θα πρέπει αρχικά να περάσει το νευρωνικό δίκτυο BP από τη φάση της εκπαίδευσης. Στη φάση αυτή αξιοποιούνται τα δεδομένα των περιοχών εκπαίδευσης και ο **αλγόριθμος οπισθόδρομης διάδοσης σφάλματος** (back propagation, BP). Ο επαναληπτικός αυτός αλγόριθμος αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

- 1) Εισαγωγή αυθαίρετων αρχικών τιμών συναπτικών βαρών και υπολογισμός της τιμής εξόδου για κάθε κάθε διάνυσμα τιμών φωτεινότητας, που αντιστοιχεί σε εικονοστοιχείο της περιοχής εκπαίδευσης
- 2) Σύγκριση των υπολογιζόμενων τιμών εξόδου με τις αληθείς τιμές εξόδου. Υπολογισμός του σφάλματος
- 3) Αλλαγή των συναπτικών βαρών, ξεκινώντας από το επίπεδο εξόδου και με κατεύθυνση το επίπεδο εισόδου.
- 4) Υπολογισμός των νέων τιμών εξόδου των διανυσμάτων των εικονοστοιχείων των περιοχών εκπαίδευσης, με βάση τις διορθωμένες τιμές συναπτικών βαρών

Ο αλγόριθμος BP σταματάει, όταν το σφάλμα σύγκρισης μεταξύ υπολογιζόμενων και αληθών τιμών εξόδου είναι μικρό, οπότε οι τιμές των συναπτικών βαρών της τελευταίας δοκιμής είναι αξιόπιστες.

Έχοντας πια προσδιορίσει τις τιμές των συναπτικών βαρών, το κάθε διάνυσμα των μη ταξινομημένων εικονοστοιχείων εισάγεται στο νευρωνικό δίκτυο BP και, με βάση τις εξισώσεις (16), (17) και (18), αποκτά μια τιμή εξόδου, που είναι η τάξη στην οποία ανήκει το εικονοστοιχείο.

Ένα πλεονέκτημα της ταξινόμησης με νευρωνικά δίκτυα, σε σύγκριση με την ιδιαίτερα διαδεδομένη στατιστική μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, είναι ότι στη δεύτερη μέθοδο προϋποτίθεται (αυθαίρετα) ότι τα διανύσματα τιμών φωτεινότητας ακολουθούν κανονικές κατανομές, ενώ η ταξινόμηση με νευρωνικά δίκτυα πραγματοποιείται χωρίς αυτήν την υπόθεση.

2. Μέθοδοι μη επιβλεπόμενης ταξινόμησης

Στη μη επιβλεπόμενη ταξινόμηση, οι περιοχές ομαδοποίησης (clusters) προσδιορίζονται από τον ίδιο τον αλγόριθμο ταξινόμησης, χωρίς να αξιοποιούνται δεδομένα από περιοχές εκπαίδευσης. Στο τέλος της αυτοματοποιημένης αλγοριθμικής διαδικασίας, το κάθε εικονοστοιχείο έχει ταυτοποιηθεί σε μια τάξη, όμως δεν είναι γνωστή η γεωλογική, φυσική ή φυσικογεωγραφική οντότητα που εκφράζει η τάξη αυτή. Έγκειται στο χρήστη να αξιοποιήσει πληροφορίες για το γεωλογικό και το φυσικογεωγραφικό καθεστώς της περιοχής έρευνας, ώστε να ερμηνεύσει το φυσικό περιεχόμενο της κάθε τάξης.

2. α. Ο αλγόριθμος ISODATA

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο ISODATA επιλέγονται, αυτόματα, k το πλήθος θέσεις στο φασματικό χώρο της ψηφιακής εικόνας, που θεωρούνται ως πιθανά κέντρα περιοχών ομαδοποίησης. Έστω ότι τα πιθανά αυτά κέντρα είναι τα $\mathbf{m}_1^{(0)}, \mathbf{m}_2^{(0)}, \dots, \mathbf{m}_k^{(0)}$. Κάθε διάνυσμα \mathbf{x} τιμών φωτεινότητας εικονοστοιχείου, καταχωρίζεται στην περιοχή ομαδοποίησης εκείνη από το κέντρο της οποίας απέχει τη μικρότερη απόσταση. Με τον τρόπο αυτό, σχηματίζονται περιοχές ομαδοποίησης $\mathbf{m}_1^{(1)}, \dots, \mathbf{m}_i^{(1)}, \dots, \mathbf{m}_k^{(1)}$, για κάθε μια από τις οποίες ελέγχεται αν εκπληρώνεται η σχέση:

$$|\mathbf{m}_i^{(1)} - \mathbf{m}_i^{(0)}| < \varepsilon, \text{ όπου } \varepsilon \text{ ένας μικρός θετικός πραγματικός αριθμός} \quad (19)$$

Αν η ανισότητα ισχύει για κάθε i , τότε ο αλγόριθμος σταματάει και το κάθε εικονοστοιχείο έχει καταχωριστεί σε μια περιοχή ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο, και έχει ταυτοποιηθεί σε μια τάξη, στο γεωγραφικό χώρο.

Αν κάποια από τις ανισότητες δεν ισχύει, τότε επαναλαμβάνεται η διαδικασία καταχώρισης των διανυσμάτων \mathbf{x} σε περιοχές ομαδοποίησης, με το ίδιο κριτήριο ελάχιστης απόστασης, και προσδιορίζονται τα νέα κέντρα $\mathbf{m}_i^{(2)}$, που συγκρίνονται με τα κέντρα $\mathbf{m}_i^{(1)}$, όπως στη σχέση (19). Γενικότερα, σε κάθε επανάληψη j εξετάζεται αν ισχύει η σχέση:

$$|\mathbf{m}_i^{(j)} - \mathbf{m}_i^{(j-1)}| < \varepsilon \quad (20)$$

Μετά από έναν πεπερασμένο αριθμό p επαναλήψεων, ο αλγόριθμος συγκλίνει σε τιμές $\mathbf{m}_i^{(p)}$ που επαληθεύουν τη σχέση (20), οπότε η ταξινόμηση ολοκληρώνεται, έχοντας ταυτοποιήσει το κάθε εικονοστοιχείο σε μια τάξη.

Αν, κατά τη διάρκεια των επαναλήψεων, σε μια περιοχή ομαδοποίησης καταχωρίζονται λίγα διανύσματα, τότε αυτή καταργείται. Αν δυο περιοχές ομαδοποίησης απέχουν λίγο μεταξύ τους, τότε συγχωνεύονται σε μια. Επίσης, αν η διασπορά τιμών \mathbf{x} μιας περιοχής ομαδοποίησης είναι μεγάλη, τότε αυτή η περιοχή διαιρείται σε δυο.

Ο αλγόριθμος ISODATA είναι ενσωματωμένος σε διάφορα εμπορικά πακέτα λογισμικού επεξεργασίας δορυφορικών εικόνων και, καθώς προσδιορίζει αυτόματα περιοχές με διαφορετική φασματική απόκριση, μπορεί να αποτελέσει το εισαγωγικό βήμα για μια πιο αξιόπιστη ταξινόμηση, που να πραγματοποιείται με κάποιον επιβλεπόμενο ταξινομητή.

2. β. Ο ασαφής αλγόριθμος ISODATA (Fuzzy Isodata)

Στην κλασική θεωρία συνόλων, ένα στοιχείο μπορεί ή να ανήκει ή να μην ανήκει σε κάποιο σύνολο. Δεν υπάρχει ενδιάμεση κατάσταση. Στη θεωρία συνόλων που θεμελιώνεται στην **ασαφή λογική** (fuzzy logic), ένα στοιχείο μπορεί να ανήκει εν μέρει σε κάποιο σύνολο και εν μέρει σε άλλα σύνολα. Σε αυτό το σημείο υπεισέρχεται η έννοια του **βαθμού συμμετοχής** (grade of membership), που υποδηλώνει το πόσο ανήκει το στοιχείο στο σύνολο. Ο βαθμός συμμετοχής λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Βαθμός 0 σημαίνει ότι το στοιχείο a δεν ανήκει καθόλου στο σύνολο A . Βαθμός συμμετοχής 1 σημαίνει ότι το a ανήκει εξ ολοκλήρου στο σύνολο A και πουθενά αλλού. Ένας βαθμός συμμετοχής μεταξύ 0 και 1 σημαίνει ότι το a ανήκει εν μέρει στο A και εν μέρει σε άλλα σύνολα.

Ο **ασαφής αλγόριθμος ISODATA** (Fuzzy Isodata) βασίζεται στην ασαφή λογική και είναι μια παραλλαγή του (κλασικού) αλγορίθμου ISODATA. Στον ασαφή αλγόριθμο ISODATA υπολογίζεται ο βαθμός συμμετοχής του κάθε διανύσματος x στην περιοχή ομαδοποίησης με κέντρο m_i . Στο κάθε βήμα j της επαναληπτικής διαδικασίας, το νέο κέντρο $m_i^{(j)}$ δεν υπολογίζεται ως γεωμετρικό κέντρο των διανυσμάτων που απαρτίζουν την περιοχή ομαδοποίησης, όπως γίνεται στον κλασικό ISODATA, αλλά με βάση ένα γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων με συντελεστές που προσδιορίζονται από τους βαθμούς συμμετοχής. Και η τιμή του βαθμού συμμετοχής ενός διανύσματος x σε μια περιοχή ομαδοποίησης, είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ διανύσματος και κέντρου περιοχής ομαδοποίησης. Ο ασαφής αλγόριθμος ISODATA για να εκτελεστεί απαιτεί ικανό υπολογιστικό χρόνο και το σύστημα να διαθέτει μεγάλη μνήμη (Χάρου 2001).

2. γ. Ιεραρχική ομαδοποίηση

Στον αλγόριθμο ISODATA, χρειάζεται να προσδιοριστούν εκ των προτέρων τα (πιθανά) κέντρα των περιοχών ομαδοποίησης και, με βάση αυτά τα αρχικά κέντρα, ξεκινάει ο επαναληπτικός αλγόριθμος ταξινόμησης. Ο **αλγόριθμος ιεραρχικής ομαδοποίησης** (hierarchical clustering) ξεκινάει θεωρώντας, ότι η θέση του κάθε διανύσματος φωτεινότητας στο φασματικό χώρο, είναι το κέντρο μιας περιοχής ομαδοποίησης. Στη συνέχεια, ξεκινάει μια επαναληπτική διαδικασία, στο πρώτο βήμα της οποίας γίνεται μια πρώτη ομαδοποίηση των διανυσμάτων, με βάση τις σχετικές αποστάσεις μεταξύ τους. Διανύσματα που απέχουν λίγο μεταξύ τους, ομαδοποιούνται, προσδιορίζεται το κέντρο τους και με αυτόν τον τρόπο πραγματοποιείται το πρώτο επίπεδο ομαδοποίησης. Με το ίδιο κριτήριο απόστασης, τα κέντρα των περιοχών ομαδοποίησης του πρώτου επιπέδου, ομαδοποιούνται ξανά, οπότε στο δεύτερο επίπεδο οι περιοχές ομαδοποίησης είναι λιγότερες. Ο αλγόριθμος αυτός συνεχίζεται, έως ότου όλα τα διανύσματα καταχωριστούν σε μια μόνο περιοχή ομαδοποίησης. Αποτέλεσμα της όλης διαδικασίας, είναι να δημιουργηθεί μια δενδρώδης δομή, στο κάθε επίπεδο της οποίας να είναι καταχωρισμένα τα αποτελέσματα της αντίστοιχης ομαδοποίησης. Ο χρήστης, μπορεί τότε να διαλέξει το επίπεδο ομαδοποίησης, στο οποίο αντιστοιχεί ένα σύνολο περιοχών ομαδοποίησης, με βάση τις οποίες γίνεται η ταξινόμηση των εικονοστοιχείων. Η μετρούμενη απόσταση μεταξύ διανυσμάτων μπορεί να είναι ευκλείδεια, ή κάποιας άλλης μορφής, σε τρόπο ώστε να λαμβάνεται υπόψη η διασπορά των περιοχών ομαδοποίησης, στο κάθε επίπεδο της δενδρώδους δομής.

Ο παραπάνω αλγόριθμος είναι **σωρευτικός** (agglomerative), με την έννοια ότι ξεκινάει με ένα μεγάλο αριθμό περιοχών ομαδοποίησης, που στη συνέχεια μειώνεται από επίπεδο σε επίπεδο. Υπάρχουν και οι **διαιρετικοί** (divisive) αλγόριθμοι, που ξεκινούν θεωρώντας ότι όλα τα διανύσματα φωτεινότητας ανήκουν σε μια περιοχή

ομαδοποίησης και, στη συνέχεια, σε κάθε επίπεδο της δενδρώδους δομής, οι περιοχές ομαδοποίησης διαιρούνται σε μικρότερες.

Γενικά, οι αλγόριθμοι ιεραρχικής ομαδοποίησης δεν χρησιμοποιούνται τόσο συχνά όσο ο κλασικός ISODATA, γιατί έχουν μεγάλες απαιτήσεις μνήμης, για καταχώρηση των αποστάσεων μεταξύ των περιοχών ομαδοποίησης. Μπορούν όμως να χρησιμοποιηθούν, όταν έχει προσδιοριστεί ένας σχετικά μικρός αριθμός περιοχών ομαδοποίησης, από άλλη μέθοδο ταξινόμησης.

2. δ. Ομαδοποίηση με κορυφές ιστογραμμάτων

Δεδομένου ότι οι περιοχές ομαδοποίησης είναι περιοχές μεγάλης συγκέντρωσης διανυσμάτων φωτεινότητας, είναι εύλογο να υποθέσει κανείς ότι αυτές οι περιοχές μπορούν να εντοπιστούν από το n -διάστατο ιστογράμμα της ψηφιακής εικόνας (n ο αριθμός των καναλιών που χρησιμοποιούνται για την ταξινόμηση), ως περιοχές μεγάλης συχνότητας εμφάνισης τιμών φωτεινότητας. Στην **ομαδοποίηση με κορυφές ιστογραμμάτων**, εντοπίζονται οι κορυφές (τοπικά μέγιστα) του n -διάστατου ιστογράμματος και ορίζονται ως κέντρα των περιοχών ομαδοποίησης στο φασματικό χώρο. Στη συνέχεια, τα εικονοστοιχεία ταξινομούνται με βάση το κριτήριο της ελάχιστης απόστασης του διανύσματος του εικονοστοιχείου από τα κέντρα των περιοχών ομαδοποίησης. Και αυτή η μέθοδος ταξινόμησης απαιτεί μεγάλο χώρο στη μνήμη του υπολογιστή, ώστε να αποθηκευτούν οι τιμές συχνότητας εμφάνισης του πολυδιάστατου ιστογράμματος.

2. ε. Ομαδοποίηση με δίκτυα αυτο-οργανούμενων χαρτών

Οι αυτο-οργανούμενοι χάρτες (Self Organizing Maps, SOM) εντάσσονται στην ευρύτερη κατηγορία των νευρωνικών δικτύων. Στους SOM, τα νευρώνια συνδέονται μεταξύ τους με πλευρικές συνδέσεις, που τους προσδίδουν μια τοπολογική διάταξη στο χώρο. Με αυτήν την έννοια, σε κάθε νευρώνιο, εκτός από τα συναπτικά του βάρη w_i , ορίζεται και η γειτονία του N , που συντίθεται από νευρώνια σε μικρή απόσταση και με παραπλήσια συναπτικά βάρη.

Σε έναν εκπαιδευμένο SOM, τα νευρώνια είναι ομαδοποιημένα σε περιοχές που αντιπροσωπεύονται από ένα **πρότυπο διάνυσμα**. Το πρότυπο διάνυσμα αντιπροσωπεύει μια φασματική τάξη. Το κάθε εικονοστοιχείο ταυτοποιείται σε μια τάξη, που αντιστοιχεί στο πρότυπο εκείνο διάνυσμα που είναι πιο κοντά στο διάνυσμα τιμών του εικονοστοιχείου.

Η ομαδοποίηση των νευρωνίων σε περιοχές με πρότυπα διανύσματα, γίνεται με βάση έναν επαναληπτικό αλγόριθμο, που προσαρμόζει κατάλληλα τα συναπτικά βάρη των νευρωνίων, με βάση τα διανύσματα του εκπαιδευτικού δείγματος. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε διάνυσμα x που ανήκει σε ένα εκπαιδευτικό σύνολο τιμών φωτεινότητας από διάφορα εικονοστοιχεία, εντοπίζεται το νευρώνιο εκείνο i που τα συναπτικά του βάρη $w_{i,j}$ είναι πιο κοντά στις συνιστώσες του x . Στη συνέχεια, με κατάλληλο μετασχηματισμό, τα συναπτικά βάρη του νευρωνίου i , όπως και των γειτονικών του νευρωνίων, λαμβάνουν νέες τιμές, που να προσεγγίζουν περισσότερο τις συνιστώσες του x . Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλα τα διανύσματα των εικονοστοιχείων του εκπαιδευτικού συνόλου, οπότε όλα τα νευρώνια έχουν χωριστεί σε ομάδες. Το πρότυπο διάνυσμα της κάθε ομάδας, προκύπτει από τη μέση τιμή των διανυσμάτων που απαρτίζουν την ομάδα.

3. Ταξινόμηση συνάφειας

Στις προηγούμενες ενότητες, παρουσιάστηκαν μέθοδοι πολυφασματικής ταξινόμησης, κατά τις οποίες το κάθε εικονοστοιχείο ταυτοποιείται σε μια τάξη, με βάση αποκλειστικά τη φασματική του υπογραφή. Αυτό το κριτήριο ταξινόμησης έχει τους περιορισμούς του. Ας υποθέσουμε ότι ένα εικονοστοιχείο έχει ταυτοποιηθεί, με βάση μια μέθοδο πολυφασματικής ταξινόμησης, στην τάξη A, ενώ τα γειτονικά εικονοστοιχεία ανήκουν στην τάξη B. Τίθεται τότε το ερώτημα: πόσο λογικό είναι να ανήκει ένα ή λίγα μεμονωμένα εικονοστοιχεία σε μια διαφορετική τάξη από αυτήν που ανήκουν τα άλλα εικονοστοιχεία της ίδιας περιοχής; Μήπως, για μια αξιόπιστη ταξινόμηση, θα πρέπει πέρα από τη φασματική υπογραφή να ληφθούν υπόψη τα χωρικά συμφοραζόμενα γύρω από το κάθε εικονοστοιχείο, δηλαδή σε ποιά τάξη ανήκουν τα γειτονικά εικονοστοιχεία;

Με βάση αυτόν τον προβληματισμό, έχουν αναπτυχθεί τεχνικές **ταξινόμησης συνάφειας** (context classification), στις οποίες αξιοποιείται τόσο η φασματική υπογραφή του εικονοστοιχείου, όσο και πληροφορίες για τις τάξεις όπου ανήκουν τα γειτονικά εικονοστοιχεία.

Μια από τις απλούστερες τεχνικές ταξινόμησης συνάφειας, είναι το **φιλτράρισμα μετά την ταξινόμηση** (Post Classification Filtering). Η τεχνική αυτή εφαρμόζεται πάνω στο θεματικό επίπεδο που έχει παραχθεί από μια μέθοδο πολυφασματικής ταξινόμησης. Ένα φίλτρο πλειοψηφίας 3×3 εφαρμόζεται σε κάθε εικονοστοιχείο, η νέα τάξη του οποίου προσδιορίζεται από το την τάξη στην οποία ανήκει η πλειοψηφία των εικονοστοιχείων που ανήκουν στο παράθυρο 3×3 . Το εικονοστοιχείο, που πρόκειται να επαναταξινομηθεί, είναι στο κέντρο του παραθύρου. Με αυτόν τον τρόπο, όλα τα εικονοστοιχεία της δορυφορικής εικόνας επαναταξινομούνται, με βάση σε ποιά τάξη ανήκουν τα περισσότερα από τα γειτονικά τους εικονοστοιχεία.

Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζεται μια άλλη τεχνική ταξινόμησης συνάφειας, που, επίσης, πραγματοποιείται αφού έχει πραγματοποιηθεί πολυφασματική ταξινόμηση, και βασίζεται στη θεωρία πιθανοτήτων.

3. β. Ταξινόμηση με σύγκλιση της πιθανότητας καταχώρισης

Στην **ταξινόμηση με σύγκλιση της πιθανότητας καταχώρισης** (Probabilistic Label Relaxation), αυτό που υπολογίζεται είναι η πιθανότητα $p_m(\Omega_i)$ να ανήκει το εικονοστοιχείο υπ.αριθμ. m στη φασματική τάξη i , όπου $i = 1, 2, \dots, k$.

Καθώς έχει προηγηθεί η πολυφασματική ταξινόμηση με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, είναι γνωστές οι πιθανότητες του να ανήκει ένα εικονοστοιχείο m στις διάφορες τάξεις Ω_i . Αυτές οι πιθανότητες, που είναι οι αρχικές τιμές του αλγορίθμου ταξινόμησης με σύγκλιση πιθανότητας καταχώρισης, ονομάζονται $p_m^{(0)}(\Omega_i)$.

Για τον προσδιορισμό των νέων πιθανοτήτων $p_m^{(1)}(\Omega_i)$, χρειάζεται μια **συνάρτηση γειτονίας** $N_m^{(0)}(\Omega_i)$, που εκφράζει τη συνεισφορά των πιθανοτήτων $p_m^{(0)}(\Omega_j)$ των γειτονικών εικονοστοιχείων, στις τιμές $p_m^{(1)}(\Omega_i)$.

Για r το πλήθος γειτονικά εικονοστοιχεία και k το πλήθος τάξεις, η $N_m^{(0)}(\Omega_i)$ προσδιορίζεται από τη σχέση (Richards & Jia 1999):

$$N_m^{(0)}(\Omega_i) = \sum_{n=1}^r d_n \sum_{j=1}^k p_{mn}(\Omega_i | \Omega_j) p_n^{(0)}(\Omega_j)$$

$p_{mn}(\Omega_i | \Omega_j)$ είναι η υπό συνθήκη πιθανότητα να ανήκει το εικονοστοιχείο m στην τάξη Ω_i , υπό τον όρο ότι το εικονοστοιχείο n ανήκει στην τάξη Ω_j . d_n είναι ένας

συντελεστής που εκφράζει το βαθμό της συνεισφοράς του γειτονικού εικονοστοιχείου n στη διαμόρφωση της τιμής της συνάρτησης γειτονίας για το εικονοστοιχείο m . Η νέα τιμή $p_m^{(1)}(\Omega_i)$ είναι (Richards & Jia 1999):

$$p_m^{(1)}(\Omega_i) = \frac{p_m^{(0)}(\Omega_i) \cdot N_m^{(0)}(\Omega_i)}{\sum_{i=1}^k p_m^{(0)}(\Omega_i) \cdot N_m^{(0)}(\Omega_i)}$$

Η διαδικασία υπολογισμού συνάρτησης γειτονίας και νέων τιμών πιθανότητας επαναλαμβάνεται, και στο l βήμα του επαναληπτικού βρόγχου η συνάρτηση γειτονίας είναι:

$$N_m^{(l)}(\Omega_i) = \sum_{n=1}^r d_n \sum_{j=1}^k p_{mn}(\Omega_i | \Omega_j) p_n^{(l)}(\Omega_j)$$

Και η νέα τιμή πιθανότητας είναι:

$$p_m^{(l+1)}(\Omega_i) = \frac{p_m^{(l)}(\Omega_i) \cdot N_m^{(l)}(\Omega_i)}{\sum_{i=1}^k p_m^{(l)}(\Omega_i) \cdot N_m^{(l)}(\Omega_i)}$$

Στην πράξη, μετά από $l = 5$ ως 10 βήματα, οι τιμές $p_m^{(l)}(\Omega_i)$ σταθεροποιούνται και οι αποκλίσεις μεταξύ των τιμών του αλγορίθμου και των δεδομένων των περιοχών εκπαίδευσης είναι μικρές. Σε αυτό το σημείο, μπορεί το κάθε εικονοστοιχείο m να ταυτοποιηθεί στην τάξη εκείνη Ω_i για την οποία η τιμή $p_m^{(l)}(\Omega_i)$ είναι η μέγιστη. Οι υπό συνθήκη πιθανότητες $p_{mn}(\Omega_i | \Omega_j)$ μπορούν να υπολογιστούν από δεδομένα υπαίθρου, που μπορούν να οδηγήσουν στη γνώση της χωρικής κατανομής των τιμών φωτεινότητας των εικονοστοιχείων.

Πηγές

<http://www.willamete.edu/~gorr/classes>

Richards, J. A., Jia, X., 1999: Remote Sensing Digital Image Analysis. Springer. 363 pages.

Sabins, F. F., 1987: Remote Sensing. Principles and Interpretation. Freeman. 449 pages.

Χάρου, Ε. Αθ., 2001: Ανάπτυξη και Εφαρμογή προηγμένων μεθόδων Πληροφορικής, για την αναγνώριση γραμμικών σχηματισμών και την ταξινόμηση τύπων εδαφοκάλυψης από δορυφορικές εικόνες. Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Γεωλογίας, 116 σελ.

Βαϊόπουλος, Δ. Α., 2003: Εισαγωγή στην Πληροφορική. Έκδοση Πανεπιστημίου Αθηνών. 427 σελ.

Μερτίκας, Σ. Π., 1999: Τηλεπισκόπηση και Ψηφιακή Ανάλυση Εικόνας. Εκδόσεις «Ιων». 443 σελ.

