

Το πρόγραμμα PROMETHEE

Πολυκριτηριακή διαδικασία λήψης
αποφάσεων

Περιεχόμενα

- ΠΔΛΑ και βελτιστοποίηση
- Υπεροχή και σύνθεση
- Πρόβλεψη και περιγραφή
- Το λογισμικό PROMETHEE
- Το λογισμικό GAIA

Μονοκριτηριακή και πολυκριτηριακή ανάλυση

- Μονοκριτηριακό μοντέλο

$$\textit{optimize}\{g(a) \mid a \in A\}$$

- Μαθηματική επίλυση
 - Βέλτιστη λύση
 - Ιεράρχηση εναλλακτικών λύσεων
- Δεν λαμβάνει υπόψη ποιοτικά κριτήρια (κοινωνικοοικονομικά)
 - Δεν υπάρχει μόνο ένα κριτήριο
 - Υπάρχει αντίληψη σχετικά με τα όρια

Μονοκριτηριακή και πολυκριτηριακή ανάλυση

- Πολυκριτηριακό μοντέλο

$$\textit{optimize} \{ g_1(a), g_2(a), \dots, g_k(a) \mid a \in A \}$$

- Μαθηματικά δύσκολη επίλυση
 - Δεν υπάρχει βέλτιστη λύση
 - Δεν υπάρχει μαθηματικό νόημα
- Λαμβάνει υπόψη ποιοτικά κριτήρια (κοινωνικοοικονομικά)
 - Προσεγγίζει πραγματικά προβλήματα
 - Διερευνεί μία συμβιβαστική λύση

Παραδείγματα

- Χωροθέτηση εγκαταστάσεων
- Διαχείριση ανθρώπινου δυναμικού
- Αγορά εξοπλισμού
- Αξιολόγηση έργων
- Επιλογή επενδυτικής στρατηγικής
- Βιώσιμη ανάπτυξη
 - Οικονομία
 - Περιβάλλον
 - Κοινωνία

Πολυκριτηριακός πίνακας

- Κριτήρια
 - Ποσοτικά
 - Ποιοτικά
- Εναλλακτικές λύσεις
 - Πιθανές αποφάσεις
 - Λύσεις προς αξιολόγηση

Πολυκριτηριακός πίνακας

Εναλλακτικές λύσεις	Κριτήριο g_1	Κριτήριο g_2	Κριτήριο g_n	
Λύση a					
Λύση b					
...					
Λύση k					

Αγορά οχήματος

- Κριτήρια
 - Τιμή
 - Κατανάλωση
 - Απόδοση
 - Χώρος
 - Άνεση

Πολυκριτηριακός πίνακας

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
A	26,000	8.0	75	M	M
B	29,000	9.0	110	ΠΚ	Λ
Γ	25,500	7.0	85	Κ	M
Δ	38,000	8.5	90	Κ	ΠΚ
E	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
Z	35,000	9.0	85	ΠΛ	Κ

ΠΛ: πολύ λίγο, Λ: λίγο, Μ: μέτρια, Κ: καλό, ΠΚ: πολύ καλό

Πολυκριτηριακός πίνακας

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
A	26,000	8.0	75	M	M
B	29,000	9.0	110	ΠΛ	Λ
Γ	25,500	7.0	85	K	M
Δ	38,000	8.5	90	K	ΠΚ
E	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
Z	35,000	9.0	85	ΠΚ	K

ΠΛ: πολύ λίγο, Λ: λίγο, Μ: μέτρια, Κ: καλό, ΠΚ: πολύ καλό

Πολυκριτηριακός πίνακας

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
A	26,000	8.0	75	M	M
B	29,000	9.0	110	ΠΛ	Λ
Γ	25,500	7.0	85	K	M
Δ	38,000	8.5	90	K	ΠΚ
E	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
Z	35,000	9.0	85	ΠΚ	K

ΠΛ: πολύ λίγο, Λ: λίγο, Μ: μέτρια, Κ: καλό, ΠΚ: πολύ καλό

Διατύπωση προβλήματος

Εναλλακτικές λύσεις	Κριτήριο g_1	Κριτήριο g_2	Κριτήριο g_n	
Λύση a	$g_1(a)$	$g_2(a)$		$g_n(a)$	
Λύση b	$g_1(b)$	$g_2(b)$		$g_n(b)$	
...					
Λύση k	$g_1(k)$	$g_2(k)$		$g_n(k)$	

Βήματα:

1. Καθορισμός εναλλακτικών λύσεων
2. Επιλογή κριτηρίων αξιολόγησης
3. Εκτίμηση επιπτώσεων λύσεων
4. Ιεράρχηση

Σταθμισμένο άθροισμα

Εναλλακτικές λύσεις	Κριτήριο g_1	Κριτήριο g_2	Κριτήριο g_n	
Λύση a	$g_1(a)$	$g_2(a)$		$g_n(a)$	
Λύση b	$g_1(b)$	$g_2(b)$		$g_n(b)$	
...					
Λύση k	$g_1(k)$	$g_2(k)$		$g_n(k)$	
	w_1	w_2		w_n	

Βάρος
κριτηρίου

Σταθμισμένο άθροισμα

- Για κάθε εναλλακτική λύση n :

$$V(n) = w_1g_1(n) + w_2g_2(n) + \dots + w_kg_k(n)$$

- Η λύση a προτιμάται από τη λύση b όταν:

$$V(a) > V(b)$$

Παράδειγμα 1

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
a	100	100	100	100	55
b	85	85	85	85	100
w	.2	.2	.2	.2	.2

- $V(a) = 91$ και $V(b) = 88$
- Αστάθμητη απόδοση μεταξύ κριτηρίων

Παράδειγμα 2

	g_1	g_2
a	100	0
b	0	100
c	50	50
d	50	50
w	.5	.5

- $V(a) = V(b) = V(c) = V(d) = 50$
- Εξίσωση διαφορετικών αποδόσεων

Μέθοδοι πολυκριτηριακής οφέλειας

- Σύνθεση όλων των κριτηρίων σε ένα

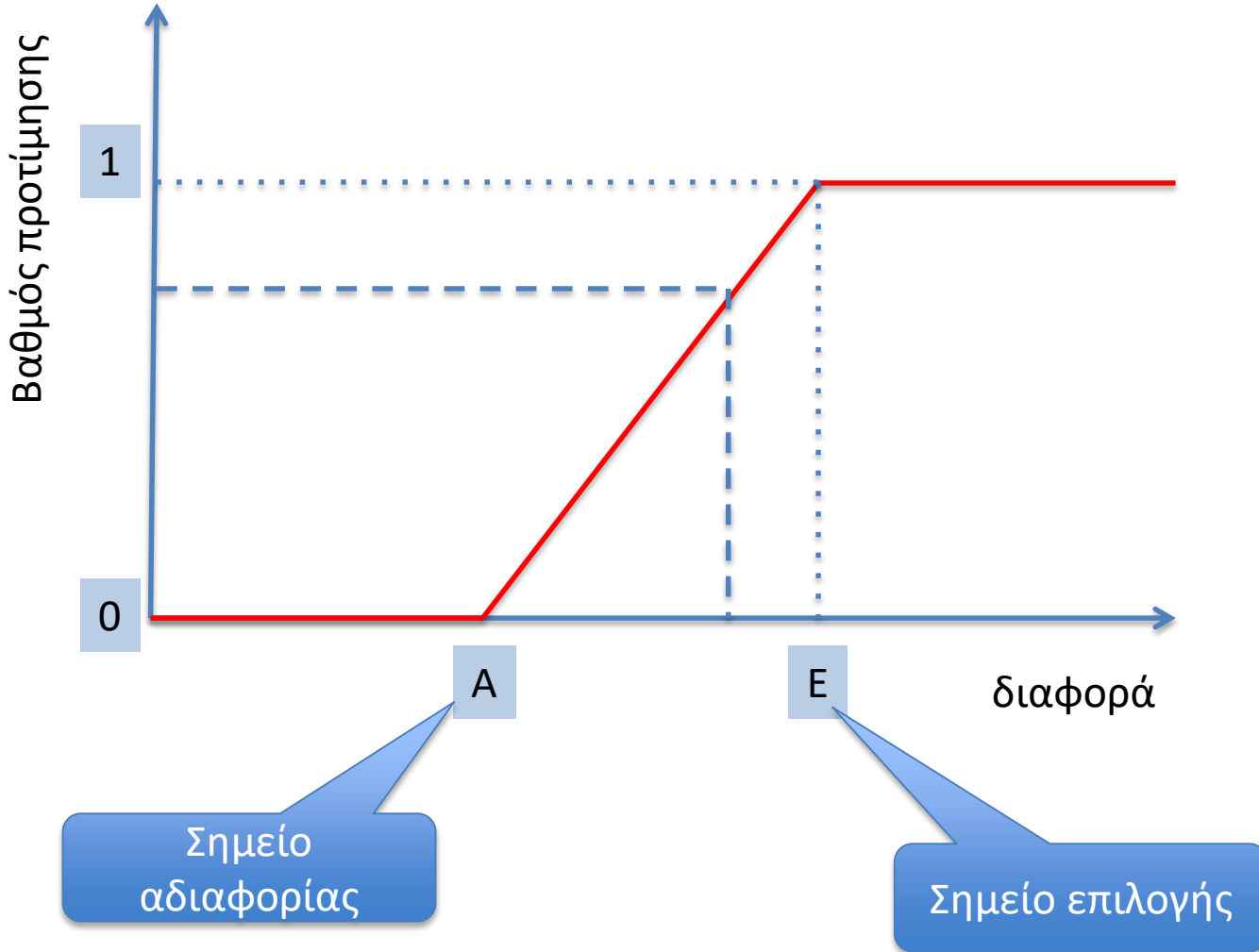
$$U(a) = U(g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a))$$

$$U(a) = \mathring{a} \prod_{i=1}^n U_i(g_i(a))$$

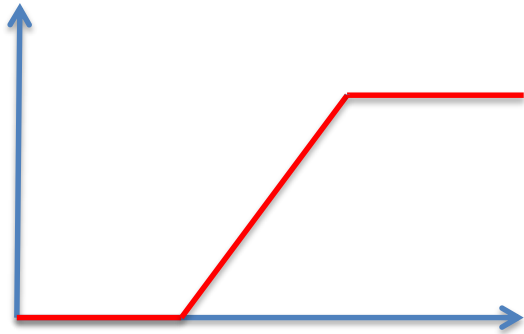
Μέθοδοι υπεροχής

- Συνυπολογισμός κάθε κριτηρίου ξεχωριστά
- Σύγκριση λύσεων ως προς κάθε κριτήριο
- Δυνατότητα συνυπολογισμού διαφορετικών κλιμακών
- Δυνατότητα ορισμού τιμών αποκλεισμού επιλογής
- Συνυπολογισμός διαφορών απόδοσης λύσεων σε κάθε κριτήριο

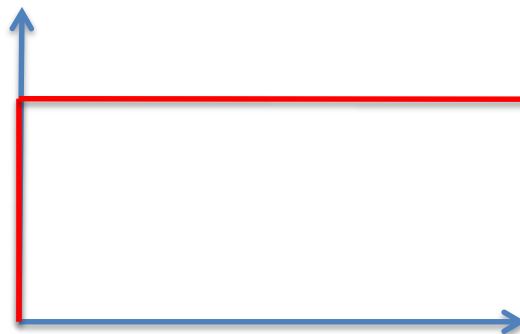
Συνάρτηση προτίμησης



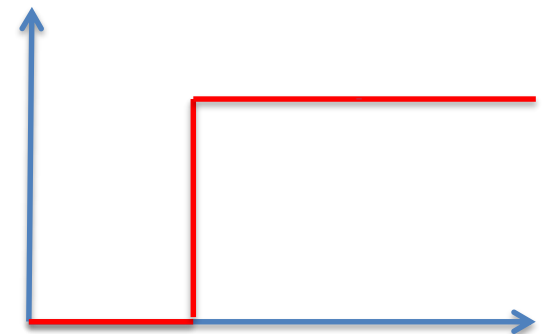
Συναρτήσεις προτίμησης



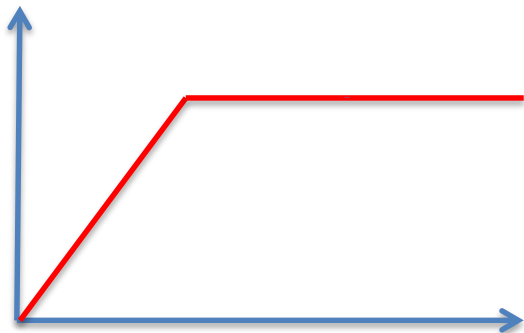
Γραμμική



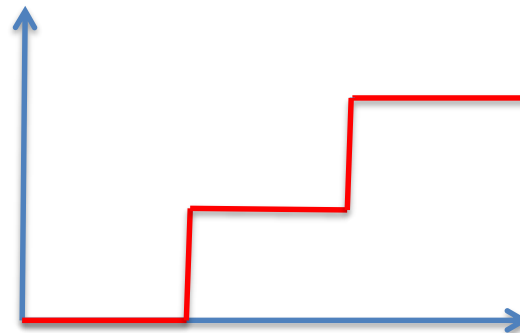
Συνήθης



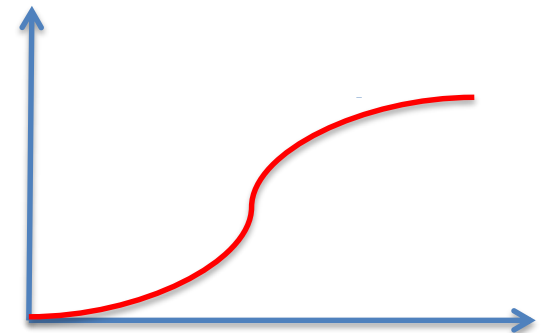
U



V



Επιπέδων



Gaussian

PROMETHEE

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
			+40	+2	+4
Δ	38,000	8.5	90	Κ	ΠΚ
Ε	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
	-23000	-1.0			

Πλεονέκτημα Ε
προς Δ

Πλεονέκτημα Δ
προς Ε

ΠΛ: πολύ λίγο, Λ: λίγο, Μ: μέτρια, Κ: καλό, ΠΚ: πολύ καλό

PROMETHEE

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
Προτίμηση Δ προς Ε			0.66	0.5	1.0
			+40	+2	+4
Δ	38,000	8.5	90	Κ	ΠΚ
Ε	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
	-23000	-1.0			
	1.0	0.5			Προτίμηση Ε προς Δ
min	15,000	7	50	ΠΛ	ΠΛ
max	38,000	9	110	ΠΚ	ΠΚ

PROMETHEE

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
	0	0	0.66	0.5	1.0
			+40	+2	+4
Δ	38,000	8.5	90	Κ	ΠΚ
Ε	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
	-23000	-1.0			
	1.0	0.5	0	0	0
min	15,000	7	50	ΠΛ	ΠΛ
max	38,000	9	110	ΠΚ	ΠΚ

PROMETHEE

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
	0	0	0.66	0.5	1.0
			+40	+2	+4
Δ	38,000	8.5	90	Κ	ΠΚ
Ε	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
	-23000	-1.0			
	1.0	0.5	0	0	0
min	15,000	7	50	ΠΛ	ΠΛ
max	38,000	9	110	ΠΚ	ΠΚ

Προτίμηση Δ προς Ε: $P(\Delta, E) = (0+0+0.66+0.5+1)/5 = 0.43$

Προτίμηση Ε προς Δ: $P(E, \Delta) = (1.0+0.5+0+0+0)/5 = 0.3$

PROMETHEE

Όχημα	Τιμή	Κατανάλωση	Απόδοση	Χώρος	Άνεση
	2/7	2/7	1/7	1/7	1/7
	0	0	0.66	0.5	1.0
			+40	+2	+4
Δ	38,000	8.5	90	Κ	ΠΚ
Ε	15,000	7.5	50	Λ	ΠΛ
	-23000	-1.0			
	1.0	0.5	0	0	0
min	15,000	7	50	ΠΛ	ΠΛ
max	38,000	9	110	ΠΚ	ΠΚ

Βάρη κριτηρίων

Προτίμηση Δ προς Ε: $P(\Delta, E) = (0 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 0.66 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 + 1 \cdot 1) / 7 = 0.30$

Προτίμηση Ε προς Δ: $P(E, \Delta) = (1.0 \cdot 2 + 0.5 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1) / 7 = 0.43$

Διμερείς συγκρίσεις

- Για κάθε κριτήριο g_i
 - Συνάρτηση προτίμησης P_i
 - Βάρος w_i
- Προτίμηση a προς b

$$P(a, b) = \sum_{i=1}^n w_i P_i(a, b)$$

Πίνακας συγκρίσεων

	A	B	Γ	Δ	E	Z	
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	
E	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	

Υπολογισμός $\phi^+(\alpha)$

	A	B	Γ	Δ	E	Z	$\phi^+(\alpha)$
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	0.21
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	0.23
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	0.36
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	0.28
E	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	0.27
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	0.26

Υπολογισμός $\phi^-(\alpha)$

	A	B	Γ	Δ	E	Z	$\phi^+(\alpha)$
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	0.21
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	0.23
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	0.36
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	0.28
E	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	0.27
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	0.26
$\phi^-(\alpha)$	0.19	0.40	0.10	0.22	0.42	0.26	

Υπολογισμός $\phi^-(\alpha)$

	A	B	Γ	Δ	E	Z	$\phi^+(\alpha)$
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	0.21
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	0.23
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	0.36
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	0.28
E	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	0.27
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	0.26
$\phi^-(\alpha)$	0.19	0.40	0.10	0.22	0.42	0.26	

Υπολογισμός $\phi(\alpha)$

	A	B	Γ	Δ	E	Z	$\phi^+(\alpha)$
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	0.21
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	0.23
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	0.36
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	0.28
E	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	0.27
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	0.26
$\phi^-(\alpha)$	0.19	0.40	0.10	0.22	0.42	0.26	
$\phi(\alpha)$	0.02	-0.17	0.26	0.06	-0.15	0.00	

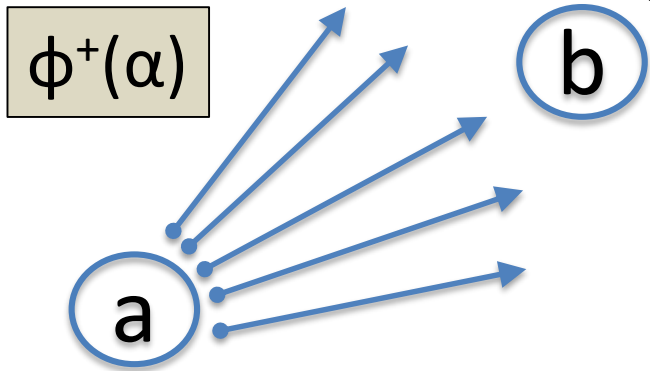
Υπολογισμός $\phi(\alpha)$

	A	B	Γ	Δ	E	Z	$\phi^+(\alpha)$
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	0.21
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	0.23
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	0.36
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	0.28
E	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	0.27
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	0.26
$\phi^-(\alpha)$	0.19	0.40	0.10	0.22	0.42	0.26	
$\phi(\alpha)$	0.02	-0.17	0.26	0.06	-0.15	0.00	

Σύγκριση ροών προτίμησης

	A	B	Γ	Δ	Ε	Z	$\phi^+(\alpha)$
A	0.00	0.34	0.00	0.21	0.26	0.22	0.21
B	0.20	0.00	0.16	0.24	0.30	0.24	0.23
Γ	0.15	0.55	0.00	0.32	0.45	0.33	0.36
Δ	0.18	0.45	0.10	0.00	0.43	0.15	0.28
Ε	0.20	0.34	0.14	0.3	0.00	0.35	0.27
Z	0.24	0.30	0.10	0.04	0.06	0.00	0.26
$\phi^-(\alpha)$	0.19	0.40	0.10	0.22	0.42	0.26	
$\phi(\alpha)$	0.02	-0.17	0.26	0.06	-0.15	0.00	

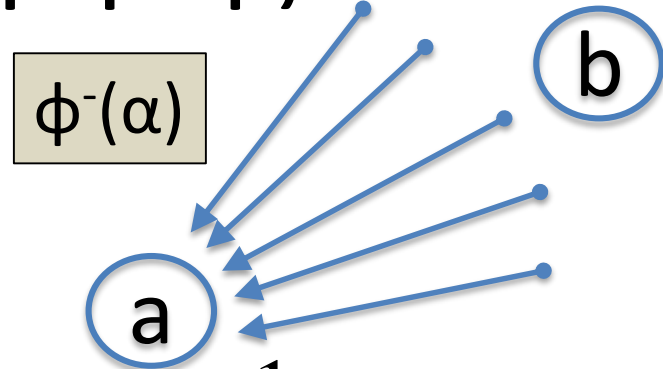
Ροές προτίμησης



- Εξερχόμενες ροές (δυνάμεις)

- Εισερχόμενες ροές (αδυναμίες)

- Συνολικές ροές



$$j^+(a) = \frac{1}{n-1} \mathring{a} \rho(a, b)$$

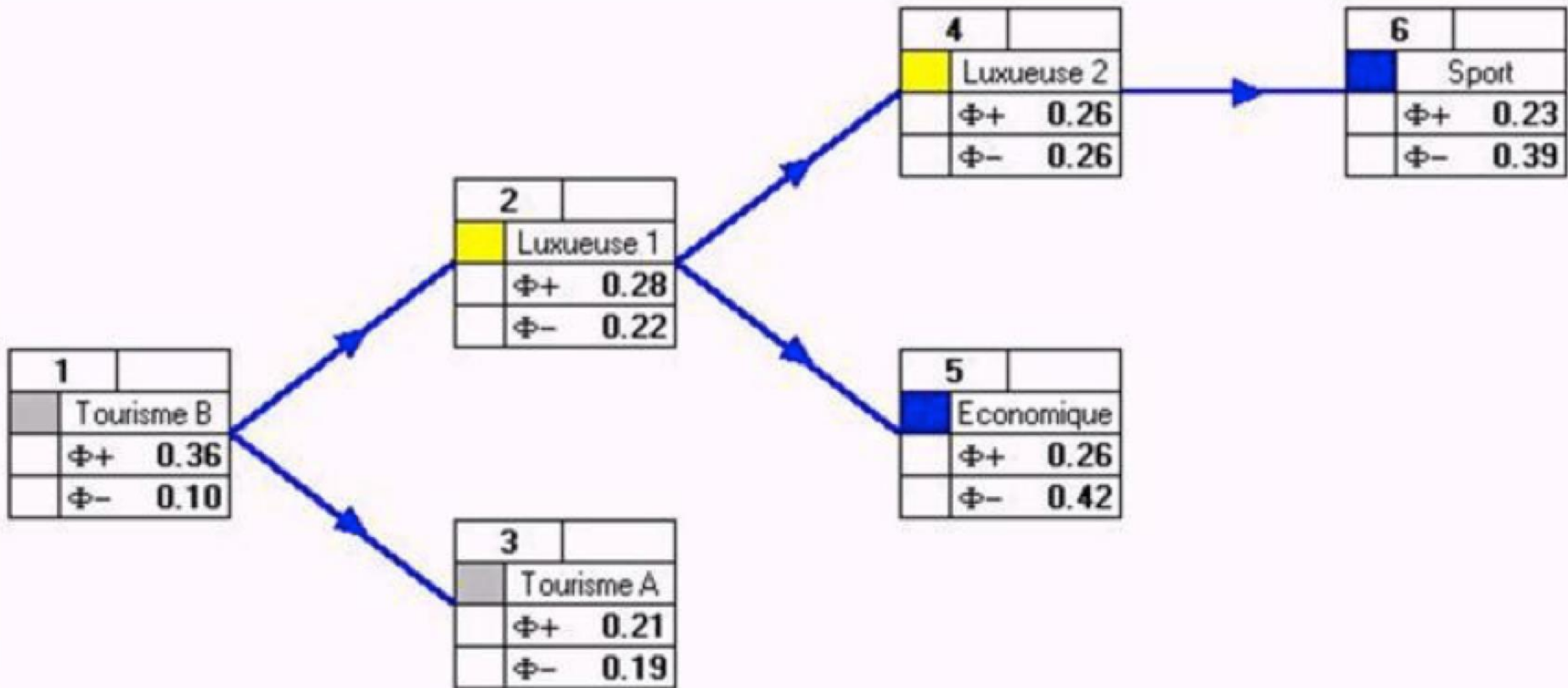
$$j^-(a) = \frac{1}{n-1} \mathring{a} \rho(b, a)$$

$$j(a) = j^+(a) - j^-(a)$$

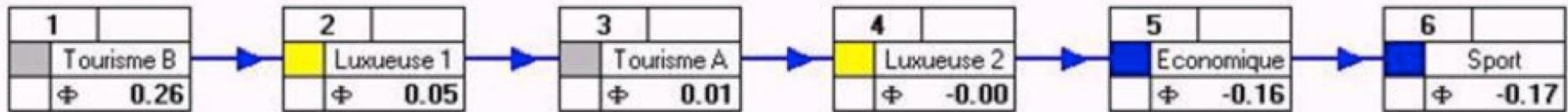
PROMETHEE

- Δύο ιεραρχήσεις
 - PROMETHEE I: μερική ιεράρχηση στηριζόμενη πάνω στις τιμές των ϕ^+ και ϕ^-
 - PROMETHEE II: συνολική ιεράρχηση στηριζόμενη πάνω στην τιμή του ϕ
- Οπτική αναπαράσταση

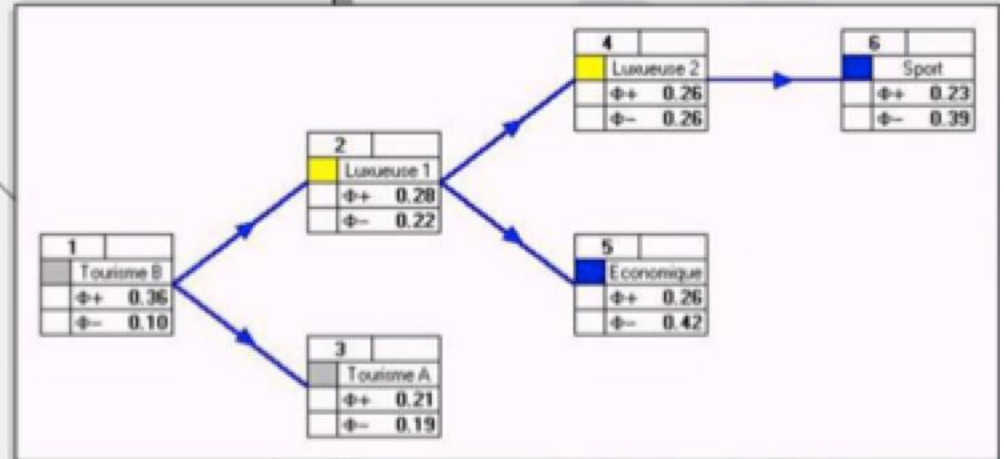
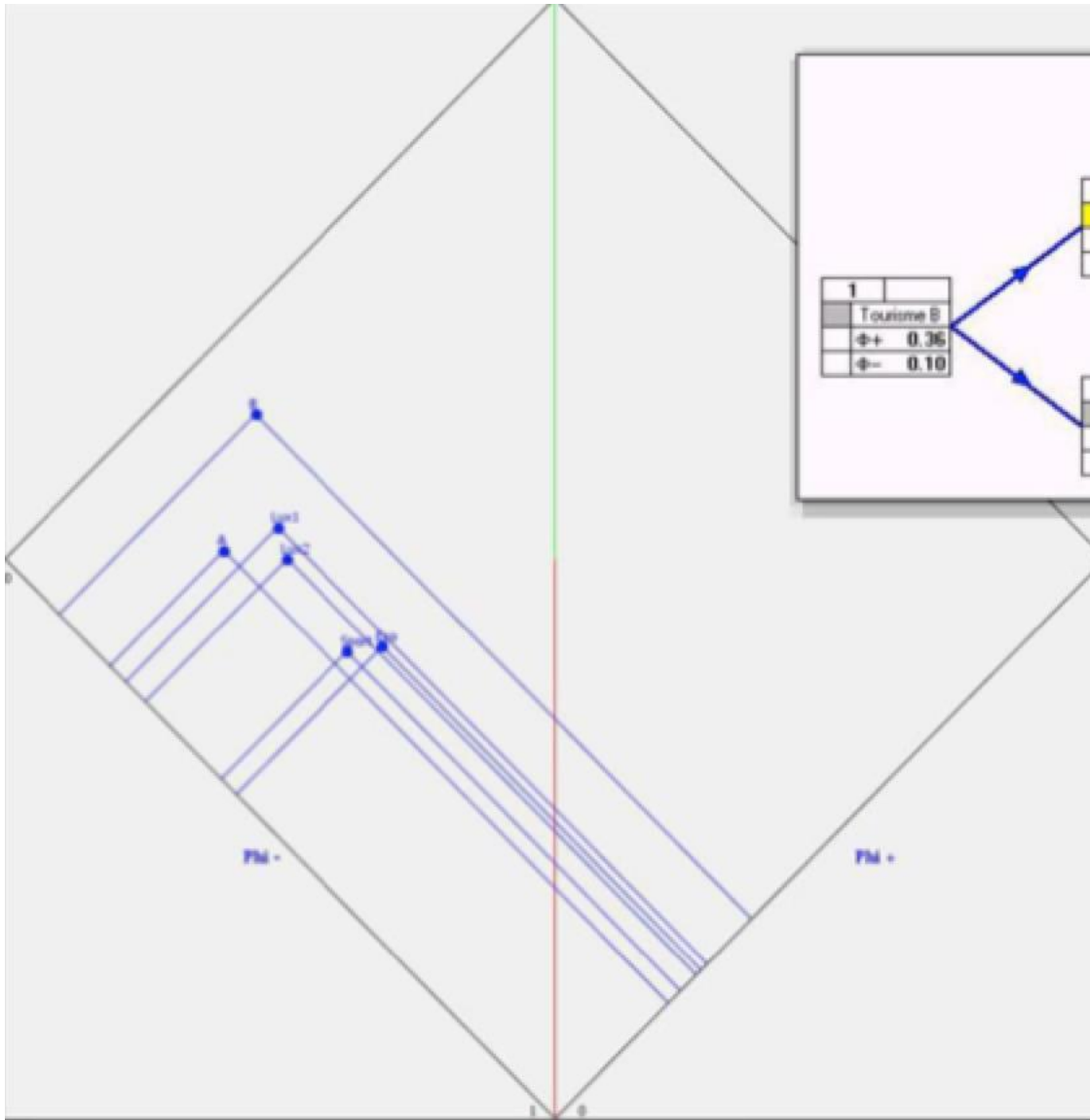
PROMETHEE I μερική ιεράρχηση



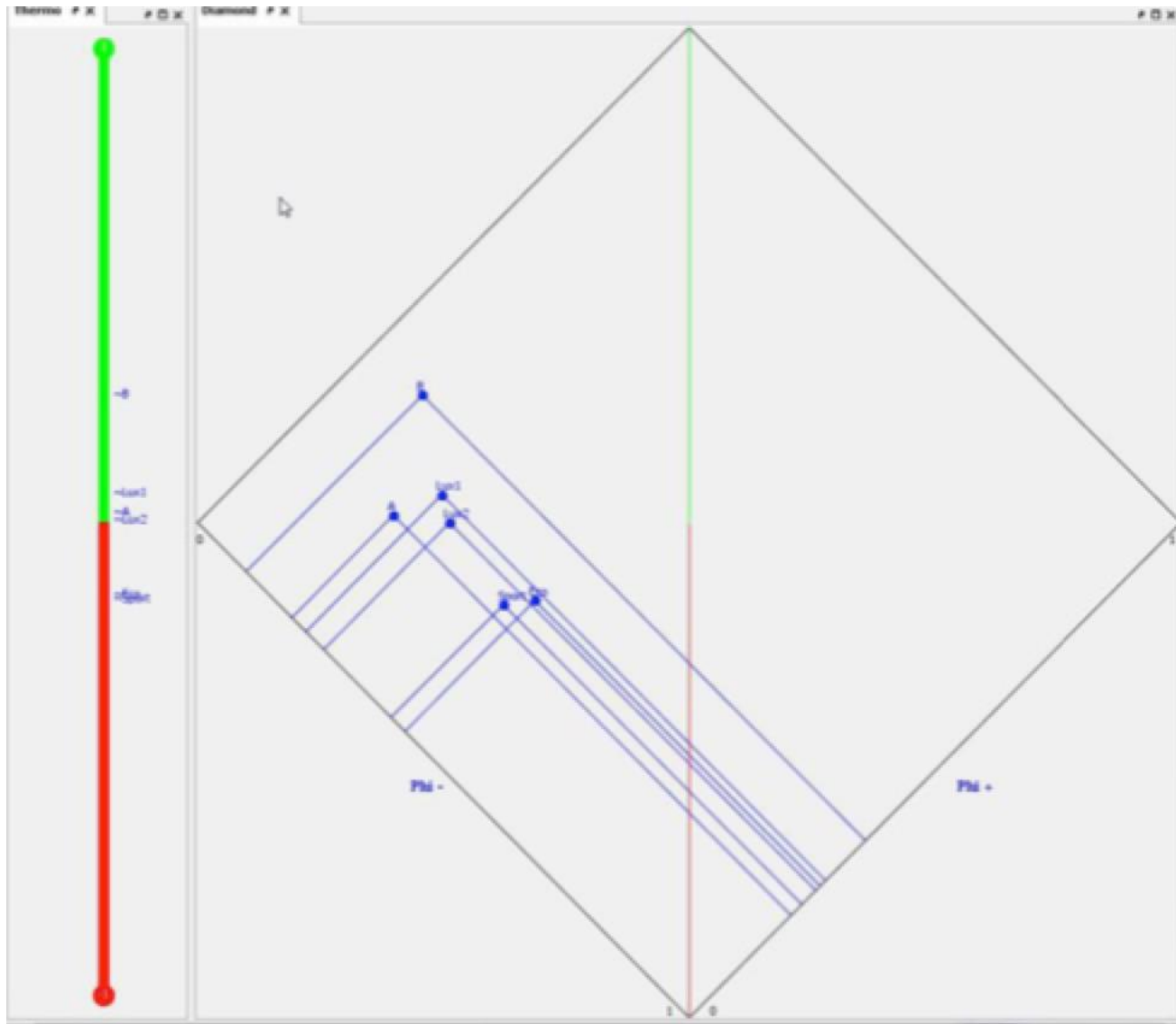
PROMETHEE II: συνολική ιεράρχηση



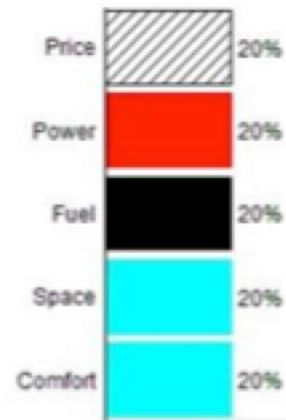
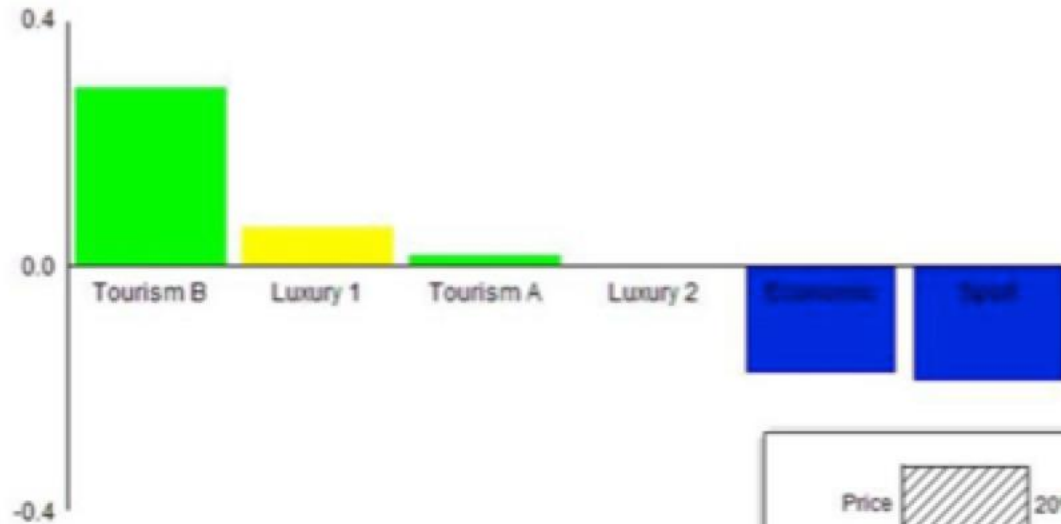
Οπτική αναπαράσταση - Διαμάντι



Οπτική αναπαράσταση - θερμόμετρο



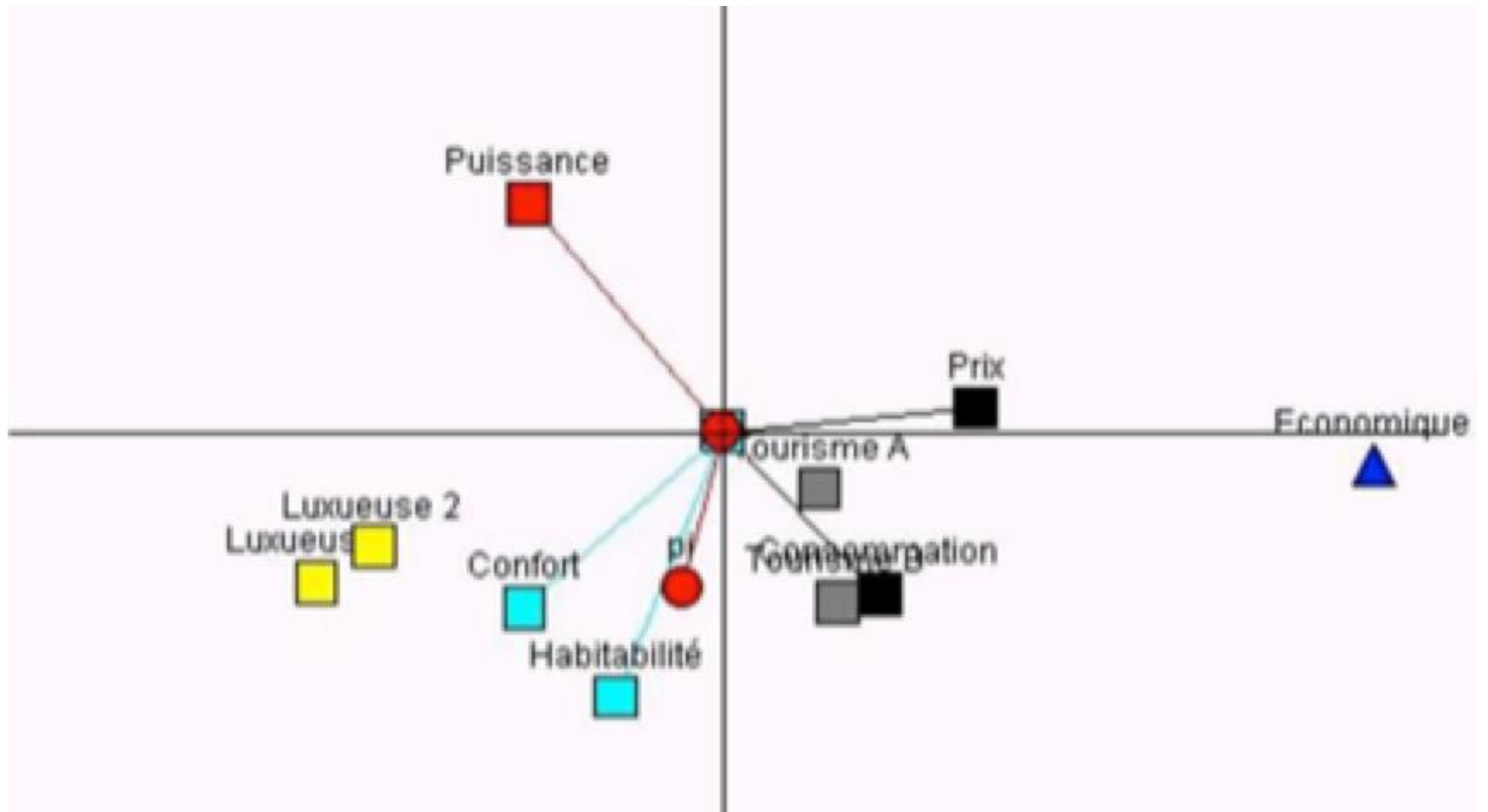
Οπτική αναπαράσταση – ιστόγραμμα – ανάλυση ευαισθησίας



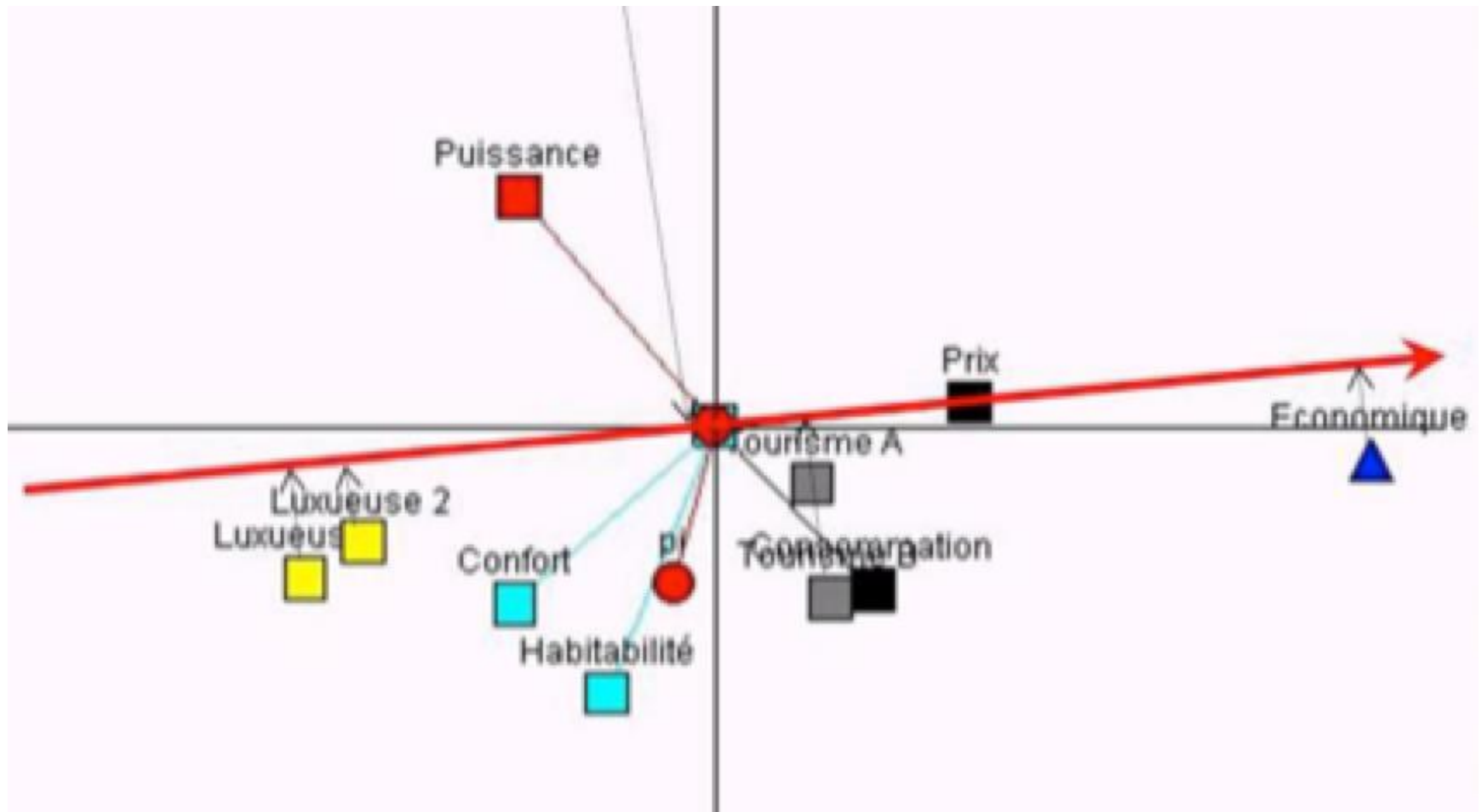
Αναπαράσταση - GAIA

- Προβολή πολλών διαστάσεων σε ένα πλάνο
- Εντοπισμός εμπλοκών μεταξύ κριτηρίων
- Εντοπισμός σύμπνοιας λύσεων με κριτήρια
- Διευκόλυνση εντοπισμού συμβιβαστικής λύσης

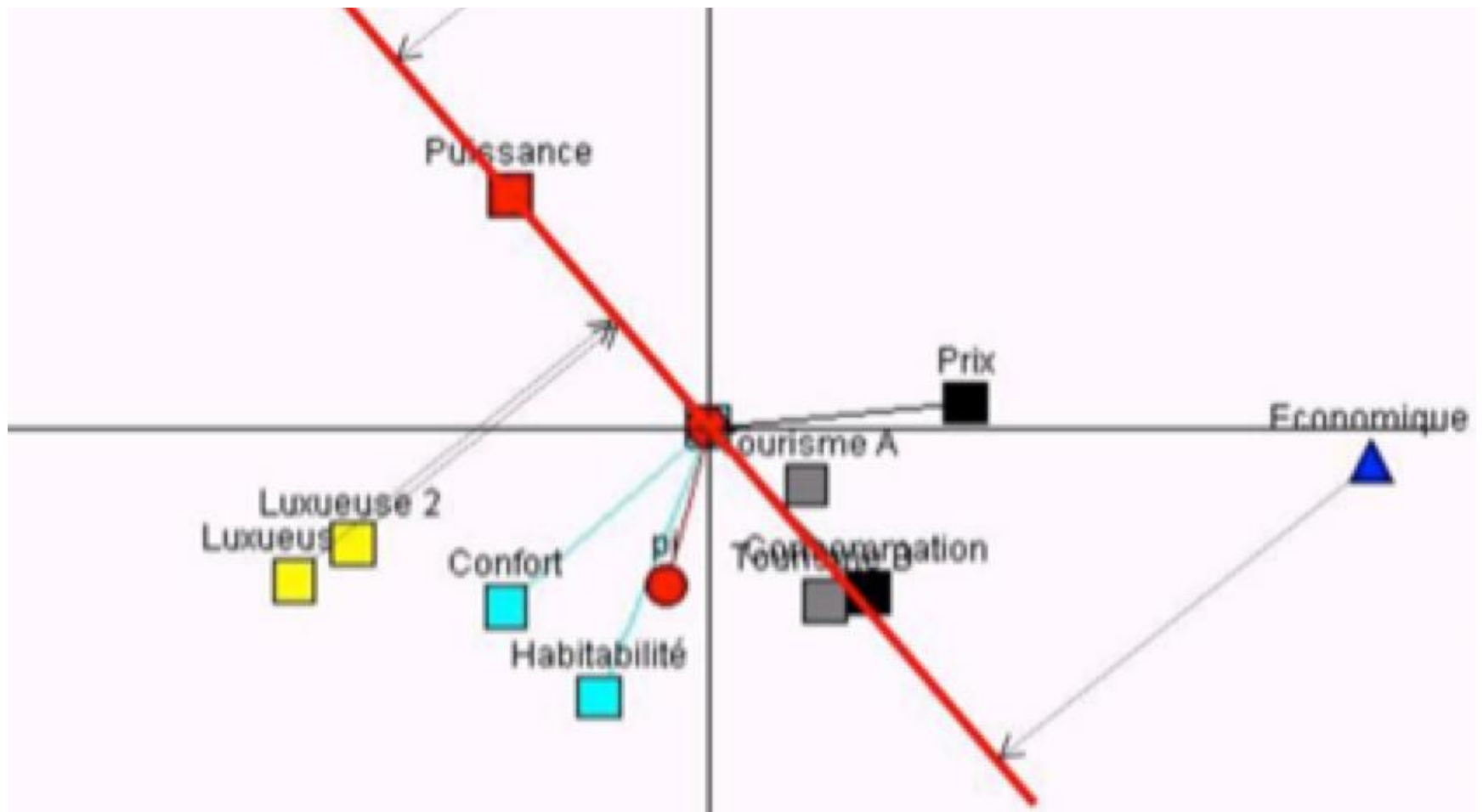
GAIA



GAIIA – κριτήριο τιμή



GAIA – κριτήριο απόδοση



ΓΑΙΑ – άξονας απόφασης

