



**Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

Ενότητα 6: Υδρολογικές απώλειες, Υδρογράφημα -
Υετογράφημα: Ασκήσεις

Καθ. Αθανάσιος Λουκάς

Εργαστήριο Υδρολογίας και Ανάλυσης Υδατικών Συστημάτων

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Πολυτεχνική Σχολή

ΧΡΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ

- **Μέθοδος των εναλλασσομένων υψών βροχής**

- Σύμφωνα με τη μέθοδο των εναλλασσόμενων υψών βροχής (Alternating Block Method), η βροχόπτωση διάρκειας t και περιόδου επαναφοράς T κατανέμεται ως εξής μέσα στη διάρκεια της.
- Από τη σχέση έντασης-διάρκειας- περιόδου επαναφοράς της μορφής της σχέσης και γνωρίζοντας ότι το ύψος βροχής ισούται με το γινόμενο της έντασης επί τη διάρκεια της, για βροχοπτώσεις της ίδιας περιόδου επαναφοράς T , προκύπτει η σχέση:

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{1-m}$$

όπου:

h_1 = ύψος βροχής διάρκειας t_1 , h_2 = ύψος βροχής διάρκειας t_2 ,

t_1 = διάρκεια βροχής ύψους h_1 , t_2 = διάρκεια βροχής ύψους h_2 και

m = σταθερά, που υπολογίζεται από τη σχέση έντασης - διάρκειας - περιόδου επαναφοράς.



ΧΡΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ

Μέθοδος των εναλλασσομένων υψών βροχής

- Για περίοδο επαναφοράς βροχόπτωσης $T_{\text{βροχόπτωσης}}=81$ ετών που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς πλημμύρας $T_{\text{πλημμύρας}}=50$ ετών ($T_{\text{βροχόπτωσης}} \neq T_{\text{πλημμύρας}}$), υπολογίζεται η ένταση της βροχόπτωσης i και το αντίστοιχο ύψος βροχής P (από τις όμβριες καμπύλες).
- Η συνολική διάρκεια της βροχής χωρίζεται σε επιμέρους διαστήματα (ίσα μεταξύ τους) π.χ. Για χρόνο συγκέντρωσης $t_c = 4.5\text{h}$ χωρίζουμε 3 διαστήματα 0-1.5h, 1.5-3h, 3h-4.5 h.
- Θεωρούμε ότι στη διάρκεια $t_2 = t_c$, το ύψος βροχής που αντιστοιχεί είναι 1 (100%), τότε οι τιμές του h_1 θα είναι σε ποσοστά. Συνεπώς, οι τιμές αυτές θα είναι ανεξάρτητες από τη διάρκεια και θα εξαρτώνται από το λόγο t_1/t_2 .



ΧΡΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ

Μέθοδος των εναλλασσομένων υψών βροχής

t	h_1	Δh	Αναδ/ξη	Δt	P (mm)
1.5	0.71386	0.71386	0.11697	0-1,5	10.7767
3	0.88303	0.16916	0.71386	1,5-3	65.7676
4.5	1	0.11697	0.16916	3-4,5	15.5849

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^{1-m}$$

Διαφορές που είναι τα ύψη βροχής κάθε διαστήματος

Το μεγαλύτερο ύψος τοποθετείται στο κεντρικό διάστημα, το αμέσως επόμενο ύψος στο επόμενο χρονικό διάστημα από δεξιά, το αμέσως μικρότερο ύψος στο διάστημα από αριστερά

Γινόμενο στήλης αναδιάταξης με το συνολικό ύψος βροχής P



ΧΡΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ

- Μέθοδος των εναλλασσομένων υψών βροχής
 - *Παράδειγμα Εφαρμογή 4.10.1 (Παπαμιχαήλ, 2001)

Δίνεται η όμβρια καμπύλη

$$i = \frac{20,5069T^{0,1613}}{t^{0,64}}$$

Χρονική κατανομή της βροχόπτωσης, διάρκειας 12 ωρών και ύψους 101,92 mm, με τη μέθοδο των εναλλασσομένων υψών βροχής

t (hr)	h ₁	Διαφορά	Αναδιάρταξη	Χρόνος (hr)	Βροχόπτωση (mm)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0,75	0,3686	0,3686	0,0240	0,00-0,75	2,45
1,50	0,4730	0,1045	0,0264	0,75-1,50	2,69
2,25	0,5474	0,0743	0,0295	1,50-2,25	3,01
3,00	0,6071	0,0597	0,0337	2,25-3,00	3,43
3,75	0,6579	0,0508	0,0401	3,00-3,75	4,09
4,50	0,7025	0,0446	0,0508	3,75-4,50	5,18
5,25	0,7426	0,0401	0,0743	4,50-5,25	7,57
6,00	0,7792	0,0366	0,3686	5,25-6,00	37,57
6,75	0,8129	0,0337	0,1045	6,00-6,75	10,65
7,50	0,8443	0,0314	0,0597	6,75-7,50	6,08
8,25	0,8738	0,0295	0,0446	7,50-8,25	4,55
9,00	0,9016	0,0278	0,0366	8,25-9,00	3,73
9,75	0,9280	0,0264	0,0314	9,00-9,75	3,20
10,50	0,9531	0,0251	0,0278	9,75-10,50	2,83
11,25	0,9770	0,0240	0,0251	10,50-11,25	2,56
12,00	1,0000	0,0230	0,0230	11,25-12,00	2,34

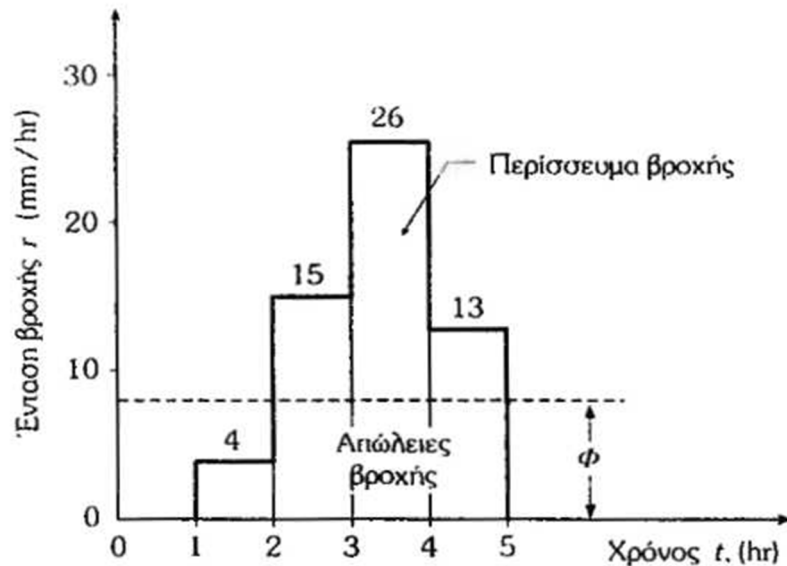
(*) Παπαμιχαήλ, Δ.Μ. «Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων», Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούδη, 2001.



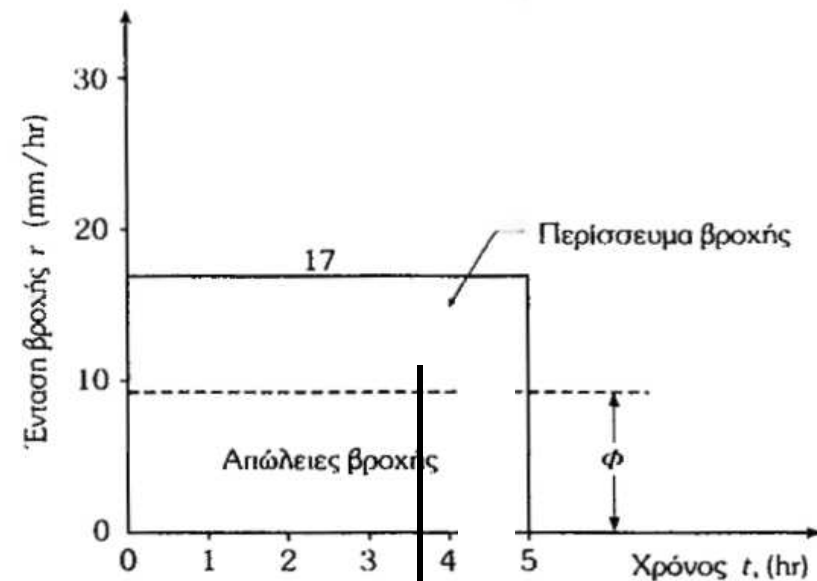
Συνολική εκτίμηση ελλειμμάτων

Μέθοδος του Δείκτη ϕ : Παράδειγμα Υπολογισμού

- *Παράδειγμα:** Σε μια λεκάνη απορροής η ολική βροχόπτωση από ένα γεγονός βροχής είναι 68 mm και η (άμεση επιφανειακή) απορροή σε ισοδύναμο πάχος είναι 30 mm. Ζητείται να υπολογισθεί ο δείκτης Φ για τις δύο πιθανές χρονικές κατανομές της βροχόπτωσης που φαίνονται στα Σχήματα 1 και 2



Σχ. 1: Εκτίμηση του Δείκτη Φ σε ανομοιομορφη χρονική καιανομή της βροχόπτωσης.



Σχ. 2: Εκτίμηση του Δείκτη Φ σε ομοιομορφη χρονική καιανομή της βροχόπτωσης.

(*) Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.

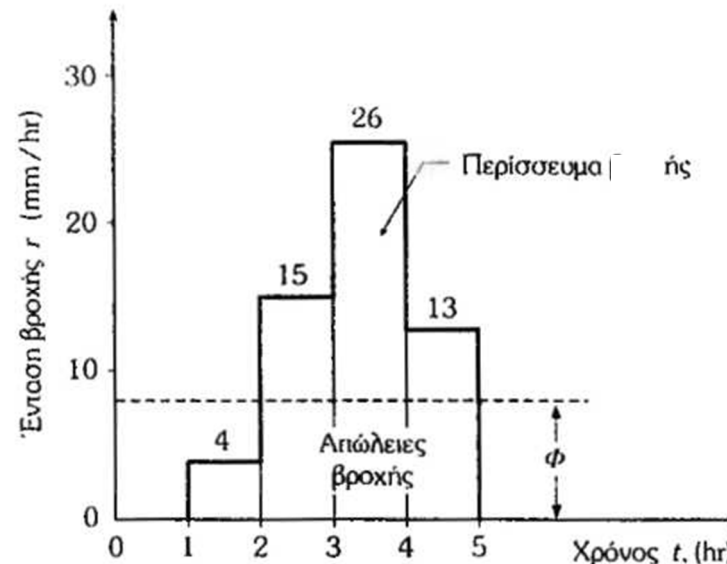


Συνολική εκτίμηση ελλειμμάτων

Μέθοδος του Δείκτη ϕ : Παράδειγμα Υπολογισμού

- Για την κατανομή του Σχ.1 γίνεται η υπόθεση $\Phi = 10 \text{ mm/hr}$ οπότε από το διάγραμμα προκύπτει ότι ο όγκος επιφανειακής απορροής ισούται με $(15 \times 1 - 10 \times 1) + (26 \times 1 - 10 \times 1) + (13 \times 1 - 10 \times 1) = 24 \text{ mm}$, ο οποίος δεν συμπίπτει με το μετρηθέν $h_R = 30 \text{ mm}$. Αν $\Phi = 8 \text{ mm/hr}$ τότε $(15 - 8) + (26 - 8) + (13 - 8) = 30 \text{ mm}$, επομένως $\Phi = 8 \text{ mm/hr}$. Αξίζει να σημειωθεί ότι το περίσσευμα της βροχής διαρκεί 3 ώρες και όχι 4 ώρες που διαρκεί η συνολική βροχή (δηλαδή $t_R < t_r$).

Σχ. 1: Εκτίμηση του Δείκτη Φ σε ανομοιόμορφη χρονική κατανομή της βροχόπτωσης.



Συνολική εκτίμηση ελλειμμάτων

Μέθοδος του Δείκτη Φ : Παράδειγμα Υπολογισμού

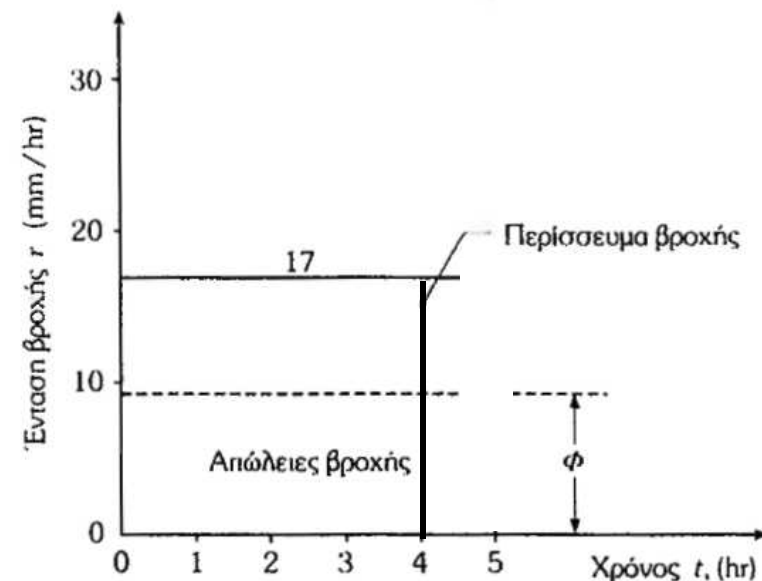
- Στην περίπτωση της ομοιόμορφης κατανομής της βροχής (Σχ. 2) ο δείκτης Φ προκύπτει εύκολα.

$$\Phi = \frac{h_i - h_R}{t_i} = \frac{h_i - h_R}{t_R}$$

$$\Phi = (17 \times 4 - 30) / 4 = 9.5 \text{ mm/hr.}$$

Οι απώλειες βροχόπτωσης με ομοιόμορφη ένταση περισσεύματος διάρκειας t_R υπολογίζονται με την ακόλουθη εξίσωση:

$$h_L = t_R * \Phi$$



Σχ. 2: Εκτίμηση του Δείκτη Φ σε ομοιόμορφη χρονική καιανομή της βροχόπτωσης.



ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

Μέθοδος Soil Conservation Service (SCS)

Κύριες παραδοχές

1. Στην αρχή του επεισοδίου βροχής το σύνολο της βροχόπτωσης μετατρέπεται σε έλλειμμα. Αυτό συμβαίνει μέχρι το χρόνο t_0 και για συνολικό ύψος ελλειμμάτων h_0 .
2. Το συνολικό έλλειμμα που μπορεί να πραγματοποιηθεί σε μια βροχόπτωση συνολικού ύψους h δεν μπορεί να ξεπεράσει μια μέγιστη τιμή $S+h_0$. Η τιμή S λέγεται δυνητικά μέγιστη κατακράτηση.
3. Σε κάθε χρονική τιμή (μετά την t_0) ο λόγος του ενεργού ύψους βροχής h_ε προς το δυνητικό ενεργό ύψος $(h-h_0)$ είναι ίσος με το λόγο των απωλειών μείον το αρχικό έλλειμμα $(h_\alpha-h_0)$ προς τη δυνητικά μέγιστη κατακράτηση S . Δηλαδή $h_\varepsilon/(h-h_0)=(h_\alpha-h_0)/S$.

Θέτοντας $h_\alpha=h-h_\varepsilon$ προκύπτουν οι σχέσεις:

$$h_\varepsilon = 0 \quad \text{αν} \quad h \leq h_0 \quad \text{και} \quad h_\varepsilon = \frac{(h-h_0)^2}{h-h_0+S} \quad \text{αν} \quad h > h_0$$

Οι προηγούμενες σχέσεις απλοποιούνται με την (εύλογη) παραδοχή ότι $h_0=0.2*S$

$$h_\varepsilon = 0 \quad \text{αν} \quad h \leq 0.2 * S \quad \text{και} \quad h_\varepsilon = \frac{(h-0.2 * S)^2}{h+0.8 * S} \quad \text{αν} \quad h > 0.2 * S$$

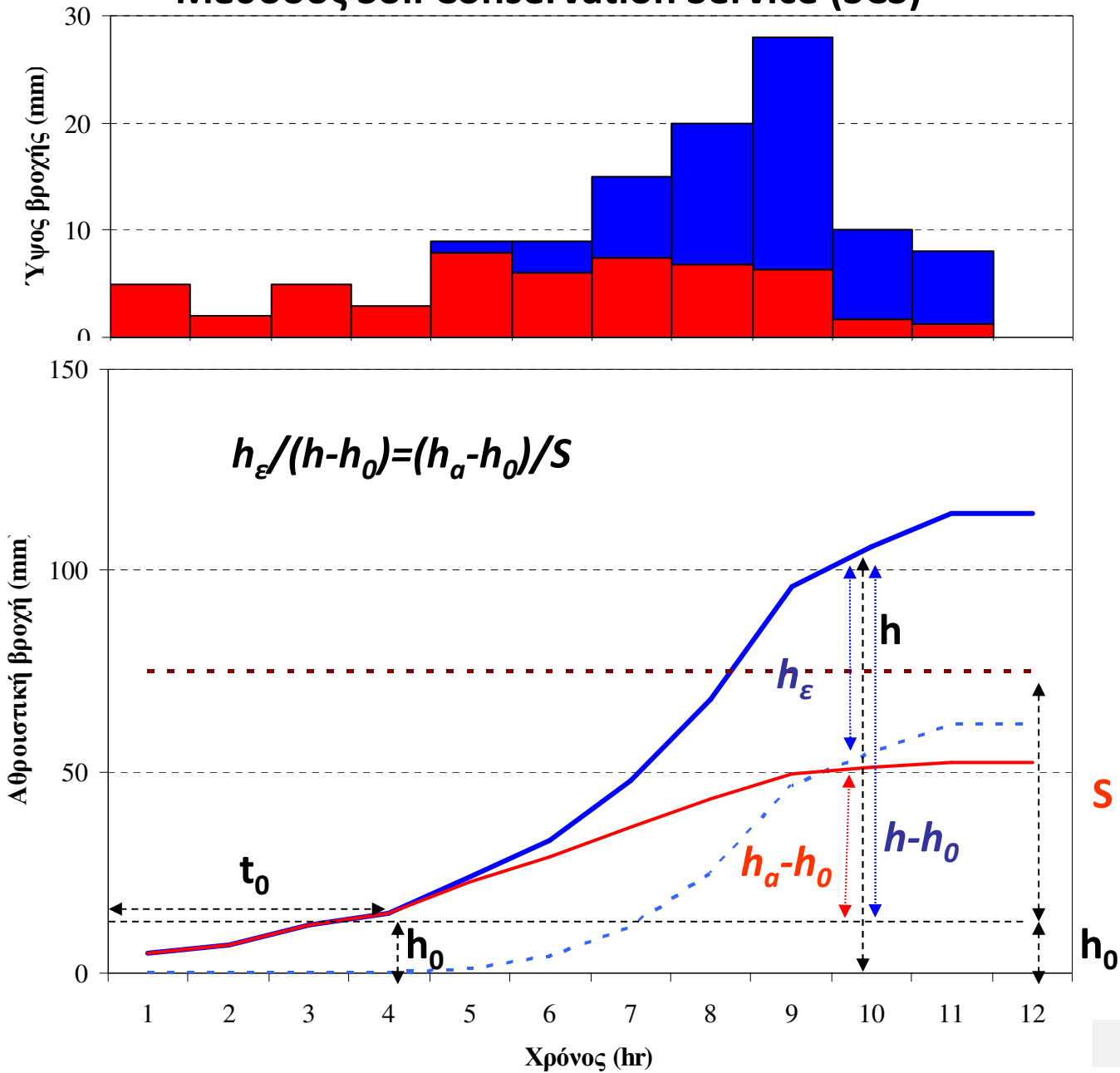
Στην περίπτωση που έχει εκτιμηθεί το h_ε τότε το S υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S = 5 * h + 10 * h_\varepsilon - 10 * \sqrt{h_\varepsilon * (h_\varepsilon + 1.25 * h)}$$



ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

Μέθοδος Soil Conservation Service (SCS)



ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

Μέθοδος SCS- Εμπειρική εκτίμηση παραμέτρου S

$$S(mm) = 254 \left(\frac{100}{CN} - 1 \right)$$

Η παράμετρος CN παίρνει τιμές από 0-100 και εξαρτάται από:

- διαπερατότητα εδάφους
- χρήσεις γης
- προηγούμενες συνθήκες εδαφικής υγρασίας

Τύποι εδαφών

- A:** Μεγάλοι ρυθμοί διήθησης (π.χ. αμμώδη και χαλικώδη)
- B:** Μέσοι ρυθμοί διήθησης (π.χ. αμμώδης πηλός)
- C:** Μικροί ρυθμοί διήθησης (π.χ. αργιλοπηλός)
- D:** Πολύ μικροί ρυθμοί διήθησης (π.χ. πλαστικές άργιλοι)

Τύποι προηγούμενων συνθηκών εδαφικής

υγρασίας (με βάση τη βροχή των τελευταίων 5 ημερών)

- I:** Ξηρές συνθήκες (βροχή < 13 mm ή <35 mm για περιοχή με φυτοκάλυψη σε συνθήκες ανάπτυξης)
- II:** Μέσες συνθήκες (βροχή μεταξύ 13 και 38 mm ή μεταξύ 35 και 53 mm για περιοχή με φυτοκάλυψη σε συνθήκες ανάπτυξης)
- III:** Υγρές συνθήκες (βροχή > 38 mm ή >53 mm για περιοχή με φυτοκάλυψη σε συνθήκες ανάπτυξης)

Παραδείγματα τιμής CN για διάφορες χρήσεις γης και συνθήκες υγρασίας τύπου II

Χρήση γης	Τύπος εδάφους			
	A	B	C	D
Λιβάδια	30-68	58-79	71-86	78-89
Δάση	25-45	55-66	70-77	77-83
Οικιστικές περιοχές	51-77	68-85	79-90	84-92
Δρόμοι	72-98	82-98	87-98	89-98

$$CN_I = \frac{0.42 * CN_{II}}{1 - 0.0058 * CN_{II}}$$

$$CN_{III} = \frac{2.3 * CN_{II}}{1 + 0.013 * CN_{II}}$$



ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΣΣΕΥΜΑΤΟΣ ΒΡΟΧΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ SCS

- Τα βήματα που ακολουθούνται για την εκτίμηση του ύψους περισσεύματος της βροχόπτωσης με βάση την μέθοδο SCS είναι:
 - i. Γράφονται σε μορφή Πίνακα τα ύψη βροχής που συμβαίνουν στους αντίστοιχους χρόνους (στήλες 1 και 2 του παραδείγματος). Η αθροιστική βροχόπτωση γράφεται στην αμέσως επόμενη στήλη (στήλη 3 του παραδείγματος).
 - ii. Εκτιμάται το αθροιστικό περίσσευμα βροχόπτωσης χρησιμοποιώντας τον αριθμό CN σε κάθε περίπτωση (στήλη 4).
 - iii. Υπολογίζεται το περίσσευμα βροχόπτωσης σε κάθε βήμα χρόνου με διαδοχικές αφαιρέσεις των αθροιστικών τιμών του περισσεύματος βροχόπτωσης (στήλη 5).
- Το αποτέλεσμα είναι χρήσιμο για τον προσδιορισμό του υδρογραφήματος όπως θα αναπτυχθεί στη συνέχεια.



ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΣΣΕΥΜΑΤΟΣ ΒΡΟΧΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ SCS

- **Αριθμητικό Παράδειγμα*** (Τσακίρης, 1995):

Δίνονται: $CN = 80$

Κατηγορία αρχικής υγρασίας II

Ζητείται: το υετόγραμμα περισσεύματος δεδομένης βροχόπτωσης (στήλες 1 και 2).

$$h_e = \begin{cases} 0 & h \leq 0.2 S \\ \frac{(h - 0.2 S)^2}{h + 0.8 S} & h > 0.2 S \end{cases}$$

$$S = \frac{25400}{CN} - 254 \quad (\text{σε mm})$$

(*) Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.

Χρόνος (hr)	Βροχόπτωση (mm)	Αθροιστική Βροχόπτωση (mm)	Αθροιστικό Περίσσευμα Βροχόπτωσης (mm)	Περίσσευμα Βροχόπτωσης (mm)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0		0	0	
2	2.7	2.7	0	
4	5.8	8.5	0	
6	8.5	17.0	0	
8	11.3	28.3	2.7	2.7
10	110.0	138.3	76.2	73.5
12	22.6	160.9	94.5	18.3
14	8.6	169.5	103.6	9.1
16	5.8	175.3	108.2	4.6
18	5.8	181.1	112.8	4.6
20	4.3	185.4	117.3	4.5 → 4.6
22	4.3	189.7	121.9	4.6
24	2.7	192.4	125.0	3.1



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

Παράδειγμα*: Η λεκάνη απορροής ενός χειμάρρου έχει έκταση 4 km^2 και χρόνο συγκέντρωσης 50 min . Ο βροχογράφος που βρίσκεται σε κεντρικό σημείο της λεκάνης κατέγραψε τη βροχή που δίνεται στις δύο πρώτες στήλες του παρακάτω Πίνακα (πινακοποιημένο βροχογράφημα με χρονική ισοδιάσταση 0.5 h). Στην έξοδο της λεκάνης μετρήθηκαν οι παρακάτω αντίστοιχοι όγκοι απορροής, (αθροιστικά):

ώρα 15.00: 68000 m^3

ώρα 19.00: 252000 m^3

Ζητούνται:

(α) Το ολικό (ακαθάριστο) υετογράφημα της βροχής.

(β) Ο προσδιορισμός του δείκτη ϕ και του αντίστοιχου ενεργού υετογραφήματος με θεώρηση ενός επεισοδίου βροχής.

(γ) Ο προσδιορισμός του δείκτη ϕ και του αντίστοιχου ενεργού υετογραφήματος με θεώρηση δύο διακεκριμένων επεισοδίων βροχής (λόγω της ωριαίας παύσης μεταξύ 14:00-15:00).

(δ) Το αρχικό έλλειμμα και το αντίστοιχο ενεργό υετογράφημα με θεώρηση ενιαίας τιμής του δείκτη ϕ , όπως αυτή προκύπτει από το ερώτημα (γ) για το δεύτερο επεισόδιο βροχής.

(*) Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

$$i_a = \min(\phi, i) \quad (1)$$

$$i_e = \max(i - \phi, 0) \quad (2)$$

Πίνακας 1. Δεδομένα υετογραφήματος για το Παράδειγμα

t, h	h, mm	$\Delta t, h$	$\Delta h, mm$	$i, mm/h$
9:00	0.0			
9:30	0.0	0.5	0.0	0.0
10:00	0.0	0.5	0.0	0.0
10:30	5.0	0.5	5.0	10.0
11:00	10.5	0.5	5.5	11.0
11:30	19.3	0.5	8.8	17.6
12:00	29.8	0.5	10.5	21.0
12:30	37.5	0.5	7.7	15.4
13:00	45.0	0.5	7.5	15.0
13:30	52.8	0.5	7.8	15.6
14:00	60.2	0.5	7.4	14.8
14:30	60.2	0.5	0.0	0.0
15:00	60.2	0.5	0.0	0.0
15:30	62.3	0.5	2.1	4.2
16:00	65.2	0.5	2.9	5.8
16:30	82.9	0.5	17.7	35.4
17:00	100.5	0.5	17.6	35.2
17:30	115.2	0.5	14.7	29.4
18:00	125.5	0.5	10.3	20.6
18:30	125.5	0.5	0.0	0.0
19:00	125.5	0.5	0.0	0.0

Λύση:

(α) Το ολικό (ακαθάριστο) υετογράφημα προκύπτει άμεσα ($i = \Delta h / \Delta t$) και δίνεται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 1.

(β) Παρατηρούμε ότι το επεισόδιο βροχής σταματά στις 18:00 με ολικό ύψος $h = 125.5 \text{ mm}$. Αφού ο χρόνος συγκέντρωσης της λεκάνης είναι 50 min, αυτό σημαίνει ότι ο όγκος απορροής που μετρήθηκε στην έξοδο της λεκάνης στις 19:00 (μία ώρα μετά τη λήξη της βροχής) περιλαμβάνει το σύνολο της ενεργού βροχής, η οποία μετατράπηκε σε επιφανειακή απορροή. Ο συνολικός όγκος απορροής είναι 252000 m^3 για έκταση λεκάνης $4 \text{ km}^2 = 4 \times 10^6 \text{ m}^2$, και κατά συνέπεια το τελικό ενεργό ύψος βροχής είναι

$$h_e = 252000 / 4 \times 10^6 = 0.0630 \text{ m} = 63.0 \text{ mm}$$

και το ύψος ελλειμμάτων

$$h_a = h - h_e = 125.5 - 63.0 = 62.5 \text{ mm}.$$



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος του Δείκτη φ

Λύση:

(β) Η διάρκεια του επεισοδίου βροχής είναι 8 h (10:00 - 18:00). Κατά συνέπεια μια πρώτη προσέγγιση του δείκτη φ είναι $\varphi = 62.5 / 8 = 7.81 \text{ mm/h}$

Στην πραγματικότητα, επειδή σε ορισμένα διαστήματα τα ελλείμματα είναι αναγκαστικά μικρότερα από φ (λόγω της Σχέσης (1)), η τιμή του φ είναι μεγαλύτερη από 7.81 mm/h. Στην πρώτη δοκιμή υποθέτουμε ότι η τιμή του φ είναι $5.8 \text{ mm/h} \leq \varphi \leq 10.0 \text{ mm/h}$ πραγματοποιημένη τιμή της έντασης βροχής που καταγράφεται στην τελευταία στήλη του Πίν. 1. Με αυτή την υπόθεση, η ενεργός ένταση υπολογίζεται από τη Σχέση (1) συναρτήσει του φ και δίνεται στην τρίτη στήλη του Πίν. 2. Το τελικό ενεργό ύψος προφανώς είναι

$$h_e = \sum_j i_{e_j} \Delta t = \Delta t \sum_j i_{e_j}$$

Το άθροισμα για όλα τα χρονικά διαστήματα των ενεργών εντάσεων υπολογίζεται στον Πίν. 2 και είναι $(241 - 12 \varphi) \text{ mm/h}$, ενώ $h_e = 63 \text{ mm}$ και $\Delta t = 0.5 \text{ h}$, οπότε η παραπάνω εξίσωση γράφεται

$$63 = 0.5 (241 - 12 \varphi)$$

απ' όπου προκύπτει

$$\varphi = 9.58 \text{ mm/h}$$

Το ενεργό υετογράφημα προκύπτει άμεσα από τον Πίν. 2 για $\varphi = 9.58 \text{ mm/h}$ και δίνεται στο Σχ. 1.



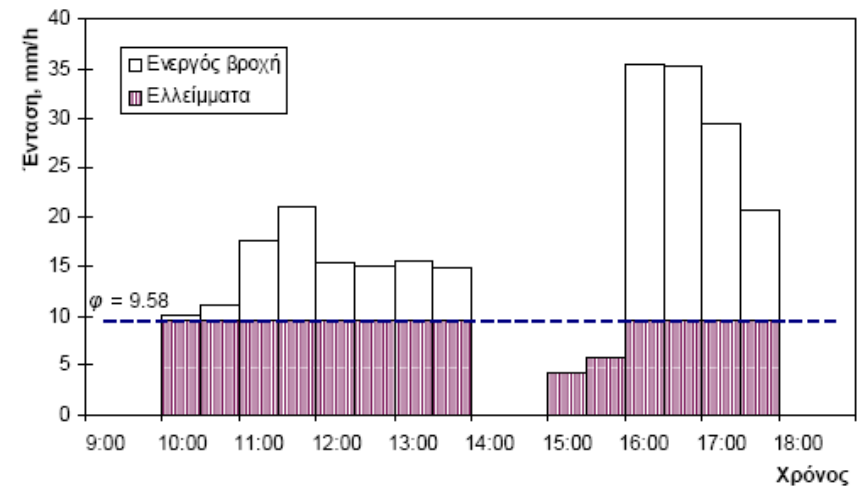
ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

Πίνακας 2 Υπολογισμοί του δείκτη ϕ στο πλαίσιο του Παραδείγματος

t, h	$i, mm/h$	Ερώτημα (γ)	
		1ο επεισόδιο	2ο επεισόδιο
Ερώτημα (β)			
$i_e, mm/h, \text{ για υποθετική τιμή του } \phi:$			
$5.8 \leq \phi \leq 10.0$		$10.0 \leq \phi_1 \leq 11.0$	$5.8 \leq \phi_2 \leq 20.6$
10:00			
10:30	10.0	$10.0 - \phi$	0.0
11:00	11.0	$11.0 - \phi$	$11.0 - \phi$
11:30	17.6	$17.6 - \phi$	$17.6 - \phi$
12:00	21.0	$21.0 - \phi$	$21.0 - \phi$
12:30	15.4	$15.4 - \phi$	$15.4 - \phi$
13:00	15.0	$15.0 - \phi$	$15.0 - \phi$
13:30	15.6	$15.6 - \phi$	$15.6 - \phi$
14:00	14.8	$14.8 - \phi$	$14.8 - \phi$
14:30	0.0	0.0	
15:00	0.0	0.0	
15:30	4.2	0.0	0.0
16:00	5.8	0.0	0.0
16:30	35.4	$35.4 - \phi$	$35.4 - \phi$
17:00	35.2	$35.2 - \phi$	$35.2 - \phi$
17:30	29.4	$29.4 - \phi$	$29.4 - \phi$
18:00	20.6	$20.6 - \phi$	$20.6 - \phi$
Άθροισμα		$241.0 - 12 \phi$	$110.4 - 7 \phi$ $220.6 - 4 \phi$

Σχ. 1 Ολικό, ενεργό και ελλειμματικό υετογράφημα, με θεώρηση ενιαίας τιμής του δείκτη ϕ .



Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

Λύση:

(γ) ο όγκος απορροής των 68000 m^3 που μετρήθηκε στις 15:00 αντιπροσωπεύει την ενεργό βροχόπτωση στο διάστημα 10:00-14:00. Για το πρώτο επεισόδιο βροχής το ολικό ύψος είναι $h = 60.2 \text{ mm}$, το ενεργό ύψος είναι

$$h_e = 68\ 000 / 4 \times 10^6 = 0.0170 \text{ m} = 17.0 \text{ mm}$$

και το ύψος ελλειμμάτων

$$h_a = h - h_e = 60.2 - 17.0 = 43.2 \text{ mm}$$

Για το δεύτερο επεισόδιο βροχής, τα αντίστοιχα μεγέθη προκύπτουν με αφαίρεση των μεγεθών του πρώτου από το σύνολο:

$$h = 125.5 - 60.2 = 65.3 \text{ mm}$$

$$h_e = 63.0 - 17.0 = 46.0 \text{ mm}$$

$$h_a = 62.5 - 43.2 = 19.3 \text{ mm}$$

Η διάρκεια του πρώτου επεισοδίου είναι 4 h και του δεύτερου 3 h.

Κατά συνέπεια μια πρώτη προσέγγιση του δείκτη ϕ για το πρώτο και δεύτερο επεισόδιο είναι, αντίστοιχα

$$\phi_1 = 43.2 / 4 = 10.8 \text{ mm/h}$$

$$\phi_2 = 19.3 / 3 = 6.43 \text{ mm/h}$$

Εργαζόμενοι με τον ίδιο τρόπο όπως στο ερώτημα (β), υποθέτουμε για το πρώτο επεισόδιο ότι $10.0 \text{ mm/h} \leq \phi_1 \leq 11.0 \text{ mm/h}$ και για το δεύτερο ότι $5.8 \text{ mm/h} \leq \phi_2 \leq 20.6 \text{ mm/h}$. Οι σχετικές ενεργές εντάσεις δίνονται στις δύο τελευταίες στήλες του Πίν. 2.



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

Λύση:

(γ) Για το πρώτο επεισόδιο βροχής προκύπτει

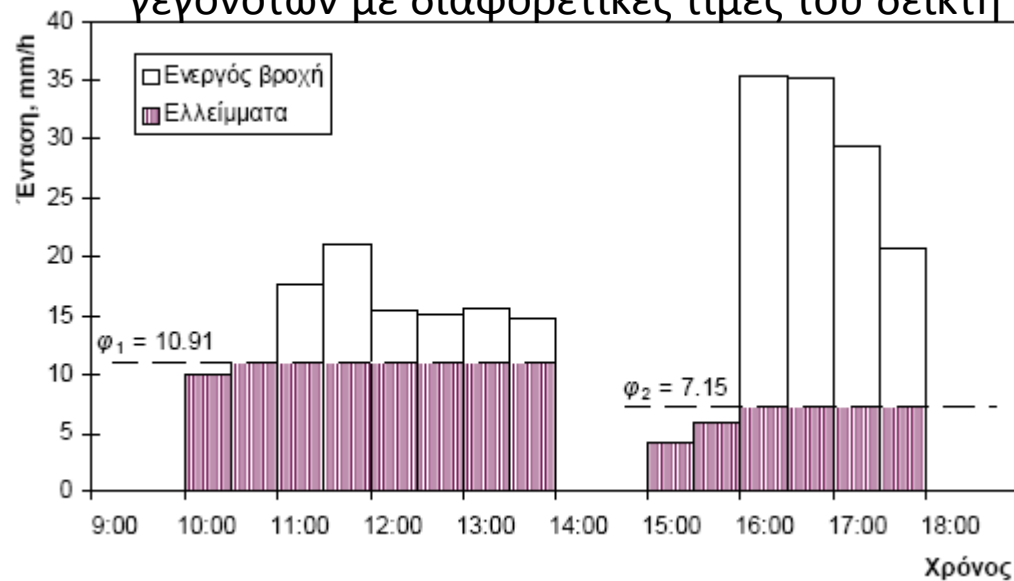
$$17.0 = 0.5 (110.4 - 7 \phi_1) \rightarrow \phi_1 = 10.91 \text{ mm/h}$$

Για το δεύτερο επεισόδιο βροχής προκύπτει

$$46.0 = 0.5 (120.6 - 4 \phi_2) \rightarrow \phi_2 = 7.15 \text{ mm/h}$$

Το ενεργό υετογράφημα προκύπτει άμεσα από τις δύο τελευταίες στήλες του Πίν. 2 αν αντικατασταθούν οι τιμές των ϕ_1 και ϕ_2 και δίνεται στο Σχ. 2.

Σχ. 2. Ολικό, ενεργό και ελλειμματικό υετογράφημα, με θεώρηση δύο διακεκριμένων γεγονότων με διαφορετικές τιμές του δείκτη ϕ .



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Λύση:

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

(δ) Υιοθετούμε ενιαία τιμή του δείκτη $\phi = 7.15 \text{ mm/h}$, όπως αυτή υπολογίστηκε στο ερώτημα (γ) για το δεύτερο επεισόδιο, και αναζητούμε την τιμή του αρχικού ελλείμματος h_{a0} σε τρόπο ώστε στο τέλος της βροχής (ώρα 18:00) να είναι $h_e = 63.0 \text{ mm}$.

Αρχικά υποθέτουμε ότι $h_{a0} = 0$, οπότε προκύπτουν οι επιμέρους εντάσεις i_e και τα αθροιστικά ύψη h_e που φαίνονται στην τέταρτη και πέμπτη στήλη του Πίν. 3, αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι το τελικό ενεργό ύψος σε αυτή την περίπτωση φτάνει τα 77.6 mm. Για να γίνει το ύψος αυτό 63.0 mm χρειάζεται ένα πρόσθετο έλλειμμα $77.6 - 63.0 = 14.6 \text{ mm}$. Στην πέμπτη στήλη του Πίν. 3 εντοπίζουμε ότι το αθροιστικό ύψος γίνεται 14.6 mm μεταξύ των ωρών 11:30 και 12:00. Με γραμμική παρεμβολή βρίσκουμε ότι αυτό γίνεται σε χρονικό διάστημα: $0.5 \times (14.60 - 8.58) / (15.50 - 8.58) = 0.44 \text{ h}$ μετά τις 11:30, ή 1.94 h από την αρχή της βροχής. Το διάστημα αυτό ορίζει την περίοδο κατά την οποία το σύνολο της βροχής μετατρέπεται σε αρχικό έλλειμμα. Κατά συνέπεια, το αρχικό έλλειμμα μπορεί να βρεθεί αν προσμετρηθεί το σύνολο των ελλειμμάτων στις 1.94 h από την έναρξη της βροχής. Συγκεκριμένα, το σύνολο των ελλειμμάτων αυτών περιλαμβάνει 14.6 mm πάνω από τη γραμμή του ϕ , 3 ακέραια διαστήματα διάρκειας 0.5 h κάτω από τη γραμμή του ϕ και ένα υποδιάστημα διάρκειας 0.44 h κάτω από τη γραμμή του ϕ :

$$h_{a0} = 14.6 + 0.5 \times 3 \times 7.15 + 0.44 \times 7.15 = 28.47 \text{ mm}$$

Με αυτή την τιμή προκύπτει το υετογράφημα που φαίνεται στην τελευταία στήλη του Πίν. 3 και στο Σχ. 3. Διευκρινίζεται ότι η έκτη στήλη του Πίν. 3 προκύπτει άμεσα από την πέμπτη, αφαιρώντας σε κάθε όρο την παραπάνω διαφορά των 14.6 mm (και θέτοντας 0 σε όσους όρους εξαχθούν αρνητικοί).



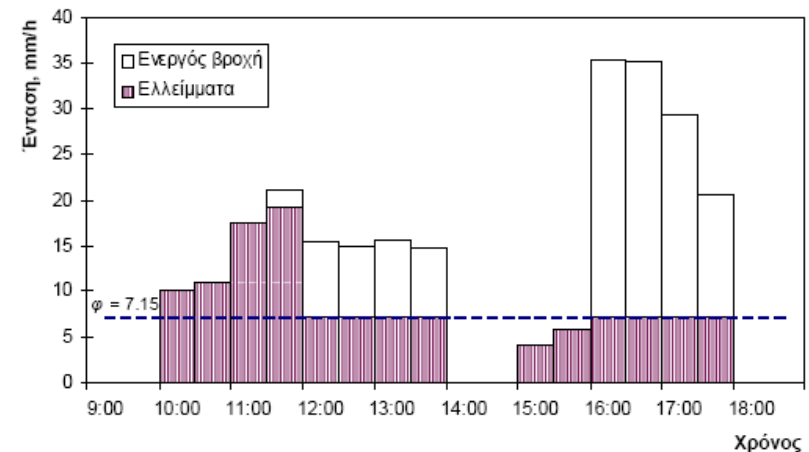
ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος του Δείκτη ϕ

Πίν. 3. Υπολογισμοί του αρχικού ελλείμματος και του αντίστοιχου ενεργού υετογραφήματος (ερώτημα (δ)).

t (h)	h (mm)	i (mm/h)	Για $h_{a0} = 0.0$ mm		Για $h_{a0} = 28.47$ mm	
			i_e (mm/h)	h_e (mm)	h_e (mm)	i_e (mm/h)
10:00	0.0			0.00	0.00	
10:30	5.0	10.0	2.85	1.43	0.00	0.00
11:00	10.5	11.0	3.85	3.35	0.00	0.00
11:30	19.3	17.6	10.45	8.58	0.00	0.00
12:00	29.8	21.0	13.85	15.50	0.90	1.80
12:30	37.5	15.4	8.25	19.63	5.03	8.25
13:00	45.0	15.0	7.85	23.55	8.95	7.85
13:30	52.8	15.6	8.45	27.78	13.18	8.45
14:00	60.2	14.8	7.65	31.60	17.00	7.65
14:30	60.2	0.0	0.00	31.60	17.00	0.00
15:00	60.2	0.0	0.00	31.60	17.00	0.00
15:30	62.3	4.2	0.00	31.60	17.00	0.00
16:00	65.2	5.8	0.00	31.60	17.00	0.00
16:30	82.9	35.4	28.25	45.72	31.12	28.25
17:00	100.5	35.2	28.05	59.75	45.15	28.05
17:30	115.2	29.4	22.25	70.88	56.28	22.25
18:00	125.5	20.6	13.45	77.60	63.00	13.45

Σχ. 3. Ολικό, ενεργό και ελλειμματικό υετογράφημα, με θεώρηση αρχικού ελλείμματος και ενιαίας τιμής του δείκτη ϕ



Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

Η μέθοδος της Soil Conservation Service (SCS)

$$h_e = \begin{cases} 0 & h \leq 0.2 S \\ \frac{(h - 0.2 S)^2}{h + 0.8 S} & h > 0.2 S \end{cases} \quad (1)$$

Σε περίπτωση που είναι γνωστό το τελικό ενεργό ύψος h_e (από μέτρηση της απορροής, τότε από αυτό και το τελικό ολικό ύψος h , μπορεί να υπολογιστεί η παράμετρος S . Πράγματι, η Σχέση (1) για $h_e > 0$ γράφεται

$$0.04 S^2 - (0.4 h + 0.8 h_e) S + h (h - h_e) = 0 \quad (2)$$

και επιλύεται ως προς S δίνοντας

$$S = 5 h + 10 h_e - 10 [h_e (h_e + 1.25 h)]^{0.5} \quad (3)$$

***Παράδειγμα:** Να υπολογιστεί το ενεργό υετογράφημα με τη μέθοδο SCS με τα δεδομένα του Παραδείγματος του δείκτη φ (Πίν. 1).

Όπως έχει βρεθεί από το προηγούμενο παράδειγμα, για τελικό ολικό ύψος βροχής $h = 125.5$ mm, το αντίστοιχο ενεργό ύψος είναι $h_e = 63.0$ mm. Από τη Σχέση (3) βρίσκουμε άμεσα ότι

$$S = 5 \times 125.5 + 10 \times 63.0 - 10 [63.0 \times (63.0 + 1.25 \times 125.5)]^{0.5} = 80.55 \text{ mm}$$

Εφαρμόζοντας τη Σχέση (1) υπολογίζουμε εύκολα στον Πίν. 1 το αθροιστικό ενεργό ύψος βροχής h_e και την αντίστοιχη ενεργή ένταση i_e σε όλα τα ενδιάμεσα χρονικά διαστήματα. Για παράδειγμα, στις 13:00 όπου $h = 45.0$ mm > 16.1 mm $= 0.2 S$, η (1) δίνει:

$$h_e = (h - 0.2 S)^2 / (h + 0.8 S) = (45.0 - 0.2 \times 80.55)^2 / (45.0 + 0.8 \times 80.55) = 7.6 \text{ mm}$$

(*) Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.



ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ (συν.)

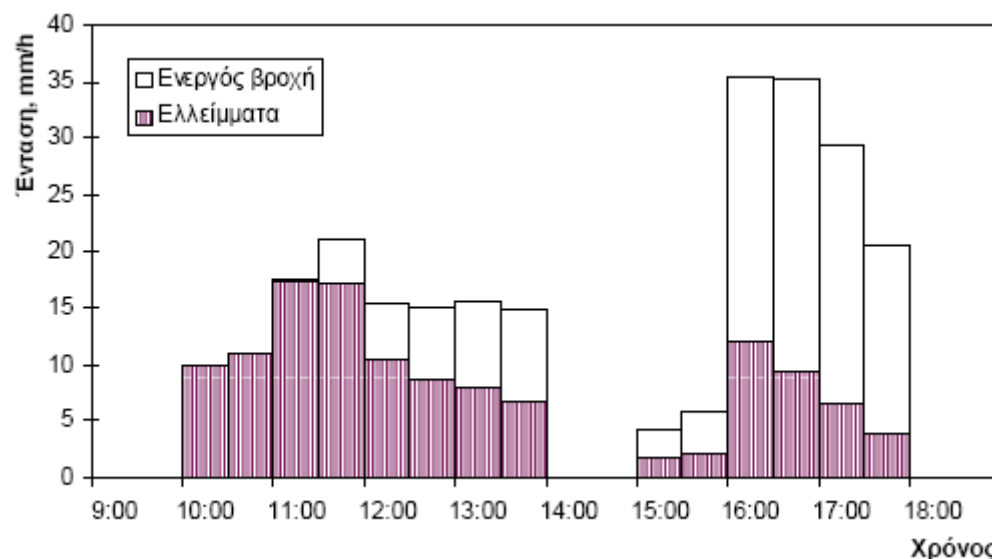
Η μέθοδος της Soil Conservation Service (SCS)

Πίν. 1. Υπολογισμοί του ενεργού υετογραφήματος με τη μέθοδο SCS

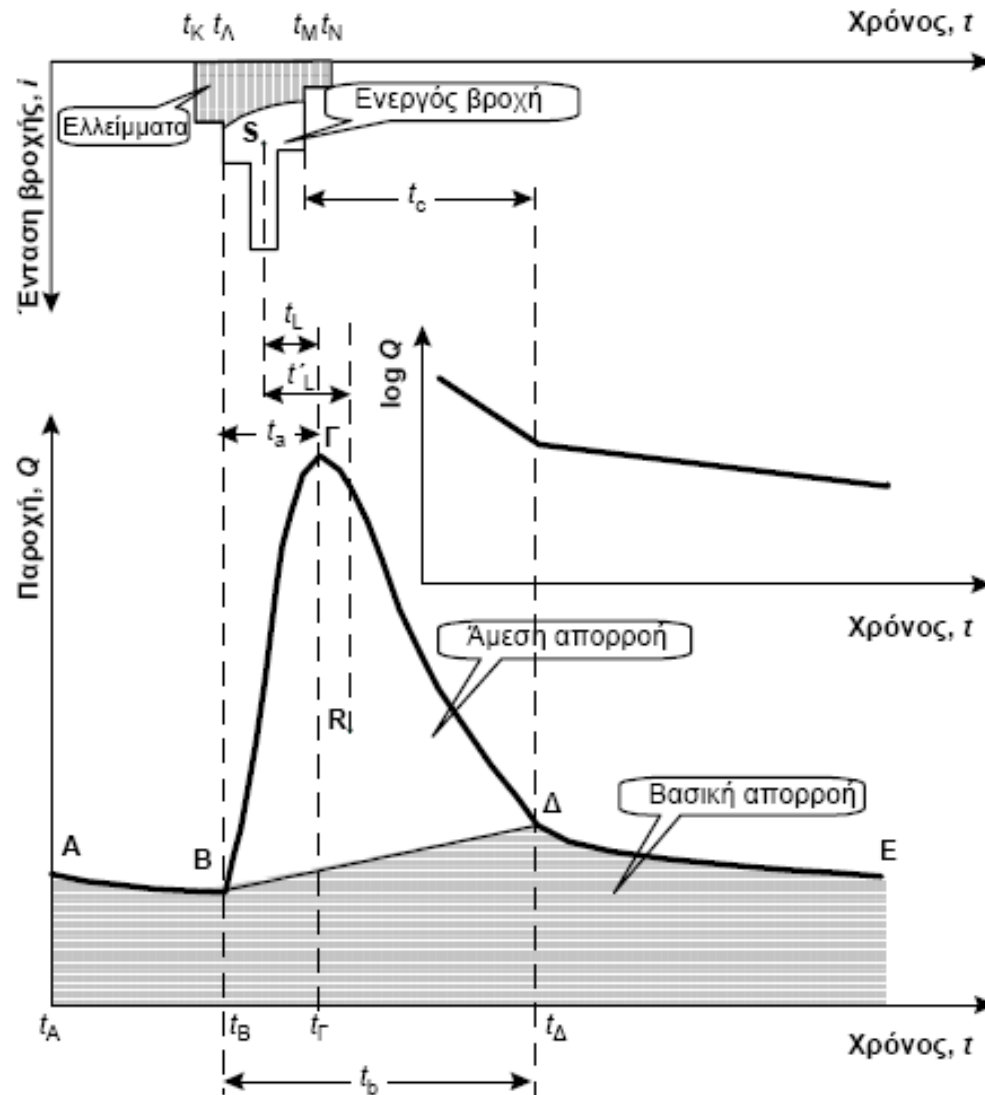
t (h)	h (mm)	i (mm/h)	h_e (mm)	i_e (mm/h)
10:00	0.0		0.0	
10:30	5.0	10.0	0.0	0.0
11:00	10.5	11.0	0.0	0.0
11:30	19.3	17.6	0.1	0.2
12:00	29.8	21.0	2.0	3.7
12:30	37.5	15.4	4.5	5.0
13:00	45.0	15.0	7.6	6.2
13:30	52.8	15.6	11.5	7.7
14:00	60.2	14.8	15.6	8.2
14:30	60.2	0.0	15.6	0.0
15:00	60.2	0.0	15.6	0.0
15:30	62.3	4.2	16.8	2.5
16:00	65.2	5.8	18.6	3.5
16:30	82.9	35.4	30.3	23.4
17:00	100.5	35.2	43.2	25.8
17:30	115.2	29.4	54.7	23.0
18:00	125.5	20.6	63.0	16.7

Δεδομένου ότι στο αμέσως προηγούμενο διάστημα ήταν $h_e = 4.5$ mm, η ενεργή ένταση βροχής θα είναι

$$i_e = (7.6 - 4.5) / 0.5 = 6.2 \text{ mm/h}$$



ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ & ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΥΔΡΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ



Σκαρίφημα τυπικού πλημμυρικού υδρογραφήματος με το αντίστοιχο υετογράφημα. Διαχωρισμός των συνιστωσών του υδρογραφήματος και χαρακτηριστικοί χρόνοι.

Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999



ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ & ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΥΔΡΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

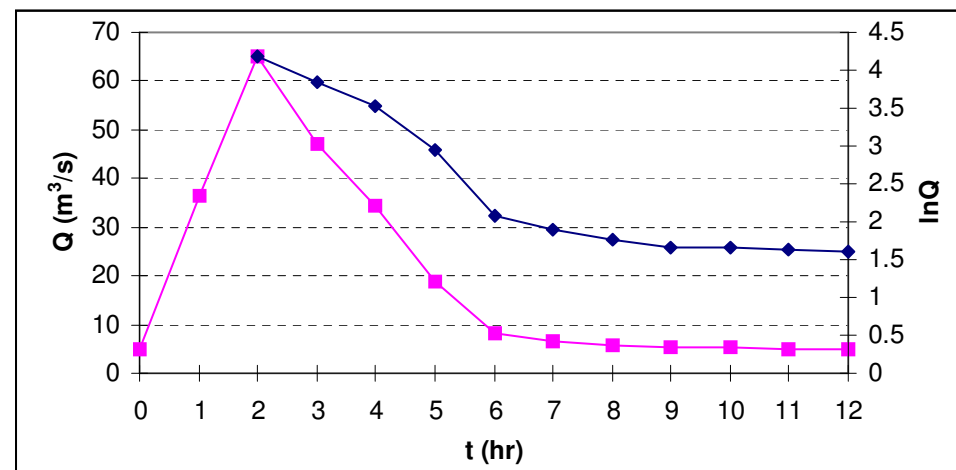
Παράδειγμα 1: Για ένα επεισόδιο βροχής με ένταση $I=12.5 \text{ mm/h}$ σε λεκάνη απορροής έκτασης 85.7 km^2 μετρήθηκαν στην έξοδο της λεκάνης οι παρακάτω τιμές παροχών:

t (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Q (m ³ /s)	5.0	36.4	65.2	47.1	34.2	18.9	8.0	6.7	5.9	5.3	5.2	5.1	5.0

Ζητούνται:

- Να σχεδιαστεί το υδρογράφημα και το πλημμυρογράφημα
- Να γίνει διαχωρισμός της βασικής από την πλημμυρική απορροή
- Να υπολογιστεί ο συνολικός πλημμυρικός όγκος στην έξοδο της λεκάνης απορροής
- Να υπολογιστεί ο καθαρός πλημμυρικός όγκος στην έξοδο της λεκάνης απορροής

t (h)	Q (m ³ /s)	lnQ	Q _b	Q _d
0	5.00	1.61	5.00	0.00
1	36.40	3.59	5.50	30.90
2	65.20	4.18	6.00	59.20
3	47.10	3.85	6.50	40.60
4	34.20	3.53	7.00	27.20
5	18.90	2.94	7.50	11.40
6	8.00	2.08	8.00	0.00
7	6.70	1.90	6.70	0.00
8	5.90	1.77	5.90	0.00
9	5.30	1.67	5.30	0.00
10	5.20	1.65	5.20	0.00
11	5.10	1.63	5.10	0.00
12	5.00	1.61	5.00	0.00



ΣQ	243.00	73.70	169.30
V (m ³)	874800	265320	609480



ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ & ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΥΔΡΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Παράδειγμα 2*: Στον Πίνακα δίνονται οι τεταγμένες του υδρογραφήματος της πλημμύρας μιας λεκάνης απρροής, που καταγράφηκε στον παροχομετρικό σταθμό στις 27-28/11/1985, και τα απαραίτητα δεδομένα του αντίστοιχου επιφανειακού υετογραφήματος της βροχής που προκάλεσε την πλημμύρα. Η έκταση της λεκάνης απορροής είναι 870 km². Ζητούνται:

(α) Η γραφική απεικόνιση του υδρογραφήματος και του υετογραφήματος.

(β) Ο διαχωρισμός της βασικής απορροής και οι τεταγμένες του υδρογραφήματος άμεσης απορροής.

(γ) Ο προσδιορισμός του ενεργού υετογραφήματος με τη μέθοδο του δείκτη φ με αρχικό έλλειμμα.

t^{\dagger} (h)	Δh^{\ddagger} (mm)	Q^{\S} (m ³ /s)	t (h)	Δh (mm)	Q (m ³ /s)	t (h)	Δh (mm)	Q (m ³ /s)
0		44.8	14	8.0	169.0	28	0	312.3
1	0	44.5	15	5.3	252.8	29	0	281.5
2	1.0	44.3	16	4.1	338.7	30	0	251.1
3	3.9	44.0	17	2.8	533.3	31	0	222.4
4	0.3	43.7	18	5.1	755.2	32	0	191.7
5	0.8	43.5	19	4.2	1001.4	33	0	181.7
6	1.8	43.2	20	0.4	818.0	34	0	172.1
7	2.3	43.0	21	0.8	735.4	35	0	163.4
8	1.5	42.7	22	0.2	657.9	36	0	155.0
9	2.8	42.5	23	0.1	581.3	37	0	143.7
10	1.2	46.0	24	0.6	507.9	38	0	134.6
11	2.4	49.9	25	1.0	440.7	39	0	126.3
12	6.3	54.0	26	0	374.3	40	0	118.8
13	8.0	102.0	27	0	342.3			

(*) Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.

[†] Ο χρόνος $t = 0$ αντιστοιχεί στις 27/11/1985 ώρα 08:00.

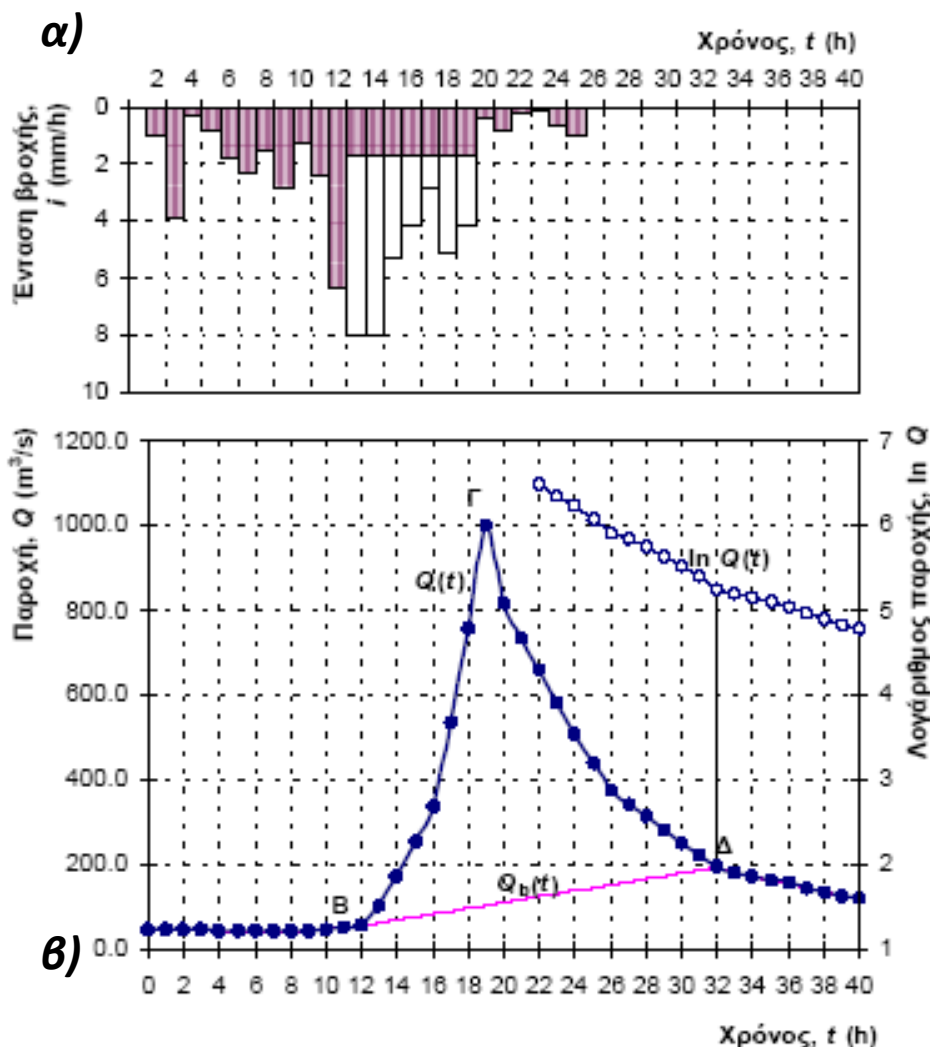
[‡] Η τιμή του μερικού ύψους βροχής Δh που σημειώνεται στο χρόνο t έχει πραγματοποιηθεί στο διάστημα $(t - 1 \text{ h}, t)$.

[§] Η τιμή της παροχής Q που σημειώνεται στο χρόνο t αποτελεί στιγμιαία τιμή για το χρόνο αυτό.



ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ & ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΥΔΡΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Επίλυση του Παραδείγματος 2



β) Παρατηρούμε ότι στο χρόνο $t = 32$ h εμφανίζεται αλλαγή κλίσης στο γράφημα του $\ln Q$ και γι' αυτό τοποθετούμε το σημείο λήξης της άμεσης απορροής Δ σε αυτό το χρόνο. Ο χρόνος έναρξης της άμεσης απορροής (σημείο B) τοποθετείται στο χρόνο $t = 12$ h, οπότε και ξεκινά η έντονα αυξητική μεταβολή της παροχής.

Αφού έχει οριστεί η ευθεία διαχωρισμού ΒΔ, μπορεί εύκολα να υπολογιστούν οι τεταγμένες του υδρογραφήματος άμεσης απορροής $Q_d(t)$. Υπολογίζουμε πρώτα τις τεταγμένες της βασικής απορροής $Q_b(t)$, οι οποίες στα διαστήματα (0 h, 12 h) και (32 h, 40 h) ταυτίζονται με τις τεταγμένες του ολικού υδρογραφήματος, ενώ στο μεσοδιάστημα προκύπτουν με γραμμική παρεμβολή πάνω στην ευθεία ΒΔ. Η κλίση της ευθείας αυτής είναι:

$$(191.7-54.0) / (32-12) = 6.89 \text{ m}^3/\text{s}/\text{h}$$

Οι τεταγμένες της άμεσης απορροής προκύπτουν από την προφανή σχέση

$$Q_d(t) = Q(t) - Q_b(t)$$



ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΒΑΣΙΚΗΣ ΡΟΗΣ & ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΥΔΡΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Επίλυση του Παραδείγματος 2

(γ) Περαιτέρω, θεωρούμε ότι το αρχικό έλλειμμα της βροχής φτάνει μέχρι το χρόνο $t = 12$ h, οπότε και ξεκινά η άμεση απορροή. Έτσι, για να υπολογίσουμε το δείκτη ϕ και την ενεργό βροχόπτωση αμελούμε τελείως τη βροχόπτωση των 12 πρώτων ωρών, θεωρώντας τη ως αρχική απώλεια. Με εφαρμογή της μεθόδου του Δείκτη Φ προκύπτει ότι $\phi = 1.61$ mm/h. Επαλήθευση αυτής της τιμής παρέχεται στον διπλανό Πίνακα, όπου γίνεται ο διαχωρισμός του ολικού υετογραφήματος σε ενεργό και ελλειμματικό.

$t,$ h	$i,$ mm/h	$i_z,$ mm/h	$i_e,$ mm/h
0			
1	0	0	0
2	1.0	1	0
3	3.9	3.9	0
4	0.3	0.3	0
5	0.8	0.8	0
6	1.8	1.8	0
7	2.3	2.3	0
8	1.5	1.5	0
9	2.8	2.8	0
10	1.2	1.2	0
11	2.4	2.4	0
12	6.3	6.3	0
13	8.0	1.61	6.39
14	8.0	1.61	6.39
15	5.3	1.61	3.69
16	4.1	1.61	2.49
17	2.8	1.61	1.19
18	5.1	1.61	3.49
19	4.2	1.61	2.59
20	0.4	0.4	0
21	0.8	0.8	0
22	0.2	0.2	0
23	0.1	0.1	0
24	0.6	0.6	0
25	1.0	1	0
26	0	0	0
$\Sigma =$			26.23



Βιβλιογραφία

- Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.
- Μιμίκου, Μ.Α. και Ε.Α. Μπαλτάς. «Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 5^η Έκδοση, 2012.
- Παπαμιχαήλ, Δ.Μ. «Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων», Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούδη, 2001.
- Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

