Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

Ενότητα 4: Όμβριες Καμπύλες - Ασκήσεις

Καθ. Αθανάσιος Λουκάς
Εργαστήριο Υδρολογίας και Ανάλυσης Υδατικών Συστημάτων
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Πολυτεχνική Σχολή

Βιβλιογραφία Ασκήσεων

Οι ασκήσεις που παρουσιάζονται από τη Διαφάνεια Νο 3 μέχρι και τη Διαφάνεια Νο 11 προέρχονται από το βιβλίο "Στατιστική Υδρολογία" (Κουτσογιάννης, 1997) ενώ οι ασκήσεις που παρουσιάζονται στις Διαφάνειες 12 και 13 προέρχονται από το βιβλίο "Τεχνική Υδρολογία" (Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999).

Κουτσογιάννης, Δ. «Στατιστική Υδρολογία», Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.

Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Στον Πίνακα δίνονται οι τιμές των ετήσιων μέγιστων εντάσεων βροχής στο σταθμό Ελληνικό (αεροδρόμιο Αθήνας) της Εθνικής Μετεωρολογικής Υπηρεσίας, όπως έχουν προκύψει μετά από επεξεργασία βροχογραφημάτων 30 ετών, για διάρκειες βροχής από 5 min μέχρι 24 h (με ορισμένες ελλείψεις σε μερικές διάρκειες).

Υδρολ.	Μέγιστη ένταση βροχής i (mm/h) για διάρκεια d =							
Έτος	5 min	10 min	30 min	1 h	2 h	6 h	12 h	24 h
1957-58	81.600	66.000	53.200	35.000	26.900	8.967	6.267	
1958-59	58.800	48.000	33.000	21.500	11.200	6.750	3.983	
1959-60	39.600	34.800	20.000	11.600	6.850	2.400	1.817	
1960-61	54.000	34.800	18.400	11.000	6.650	3.617	2.275	
1961-62	120.000	85.800	41.800	24.800	19.300	7.317	3.733	
1962-63	67.200	60.000	23.600	13.800	7.200	3.033	1.942	
1963-64	78.000	48.000	27.800	14.300	8.500	3.517	2.717	
1964-65	96.000	63.000	28.000	15.500	10.650	4.283	2.167	
1965-66	38.400	36.000	23.000	12.000	6.550	2.450	1.692	
1966-67	74.400	63.600	28.400	15.100	7.550	4.883	2.458	
1967-68	36.000	24.600	16.600	10.200	6.650	3.650	2.750	1.583
1968-69	126.000	69.000	43.200	26.800	15.150	5.933	2.967	1.483
1969-70	82.800	64.200	41.600	24.500	12.450	5.450	2.750	1.763
1970-71	42.000	42.000	25.200	17.700	8.950	3.700	3.092	1.546
1971-72	117.600	85.200	65.200	35.900	19.750	10.017	5.008	2.925
1972-73	68.400	49.800	39.400	33.500	17.750	6.783	5.267	2.679
1973-74	60.000	42.000	28.600	15.200	9.850	4.200	3.467	2.004
1974-75	48.000	48.000	30.600	15.900	8.300	4.267	2.600	1.300
1975-76	120.000	120.000	74.000	40.900	21.500	7.383	4.542	2.271
1976-77	115.200	87.600	41.400	23.200	14.900	6.117	3.300	1.650
1977-78	56.400	46.200	38.600	32.700	20.150	6.733	3.367	1.683
1978-79	78.000	66.600	47.600	30.000	19.550	11.933	6.117	3.371
1979-80	67.200	40.800	17.200	13.300	8.600	4.217	2.808	1.621
1980-81	58.800	56.400	30.400	19.400	11.100	5.583	3.267	1.950
1981-82	67.200	64.800	40.600	24.700	13.050	4.350	2.275	1.138
1982-83	141.600	79.800	49.600	36.200	22.900	7.633	4.517	2.292
1983-84	102.000	69.000	50.400	29.000	17.700	7.033	3.633	1.817
1984-85	40.800	31.800	16.400	12.900	12.150	9.867	6.000	3.400
1985-86	74.400	66.000	29.200	15.600	9.400	3.133	1.567	0.833
1986-87			32.200	29.100	18.550	9.500	7.242	3.846

Ζητείται ο υπολογισμός των όμβριων καμπυλών για περιόδους επαναφοράς T = 5 και T = 50.

ΛΥΣΗ

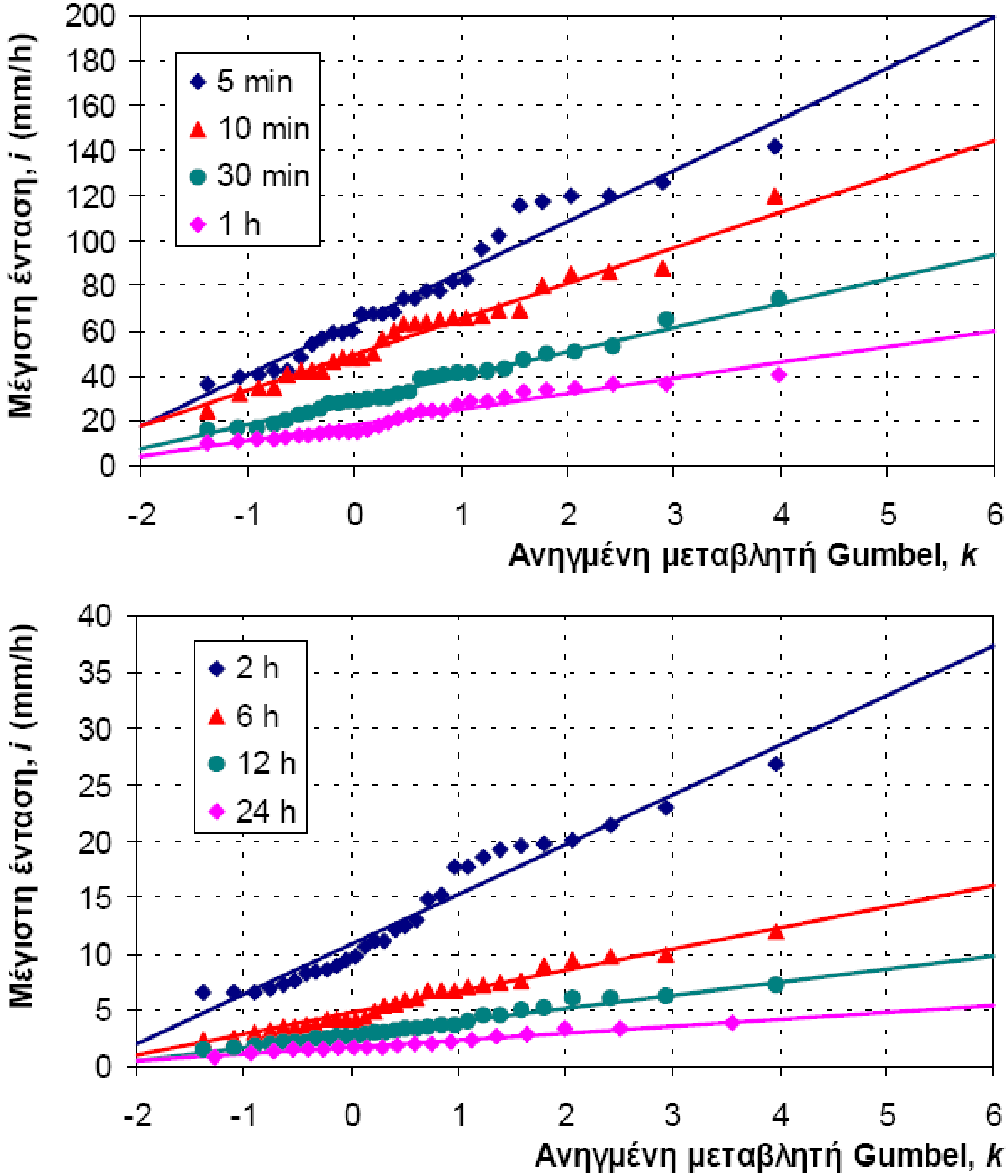
Θεωρούμε ότι η κατανομή μεγίστων Gumbel αποτελεί κατάλληλο μοντέλο για τις μέγιστες εντάσεις βροχής

Πίνακας 1. Στατιστικά χαρακτηριστικά και παράμετροι κατανομής Gumbel των μέγιστων εντάσεων βροχής στο σταθμό Ελληνικό.

Παρά-	Διάρκεια d =							
μετρος	5 min	10 min	30 min	1 h	2 h	6 h	12 h	24 h
n	29	29	30	30	30	30	30	20
$\bar{x}$	76.221	58.407	35.173	22.043	13.325	5.823	3.520	2.058
s_X	29.144	20.318	13.877	8.889	5.660	2.433	1.464	0.786
λ	0.0440	0.0631	0.0924	0.1442	0.2265	0.5270	0.8758	1.6310
c	63.104	49.263	28.928	18.043	10.778	4.728	2.861	1.704
$\psi = \lambda c$	2.776	3.108	2.672	2.602	2.441	2.492	2.505	2.779

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

Εμπειρικές και θεωρητικές (Gumbel) συναρτήσεις κατανομής των μέγιστων εντάσεων βροχής στο Ελληνικό για διάρκειες βροχής από 5 min μέχρι 24 h



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

Έχοντας εκτιμήσει τις παραμέτρους των κατανομών Gumbel μπορούμε να υπολογίσουμε για καθεμιά από τις δεδομένες διάρκειες την μέγιστη ένταση που αντιστοιχεί σε κάποια περίοδο επαναφοράς *T*. Για το σκοπό αυτό εφαρμόζουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$i = c - \ln[-\ln(1 - 1/T)] / \lambda = (1 / \lambda) \{\psi - \ln[-\ln(1 - 1/T)]\}$$

Για παράδειγμα, για d = 5 min και T = 5 έχουμε

$$i = (1 / 0.0440) \{2.776 - \ln[-\ln(1-1/5)]\} = 97.180 \text{ mm/h}$$

Με τον ίδιο τρόπο έχουν υπολογιστεί και δίνονται στον παρακάτω Πίνακα οι τιμές της μέγιστης έντασης βροχής για όλες τις δεδομένες διάρκειες και για T = 5 και 50.

Πίνακας 2. Μέγιστες εντάσεις βροχής κατά Gumbel στο σταθμό Ελληνικό για περιόδους επαναφοράς *T* = 5 και 50.

Περίοδος	Διάρκεια d =							
επαναφ.	5 min	10 min	30 min	1 h	2 h	6 h	12 h	24 h
5	97.180	73.026	45.151	28.446	17.399	7.575	4.573	2.624
50	151.771	111.093	71.147	45.104	28.004	12.133	7.316	4.096

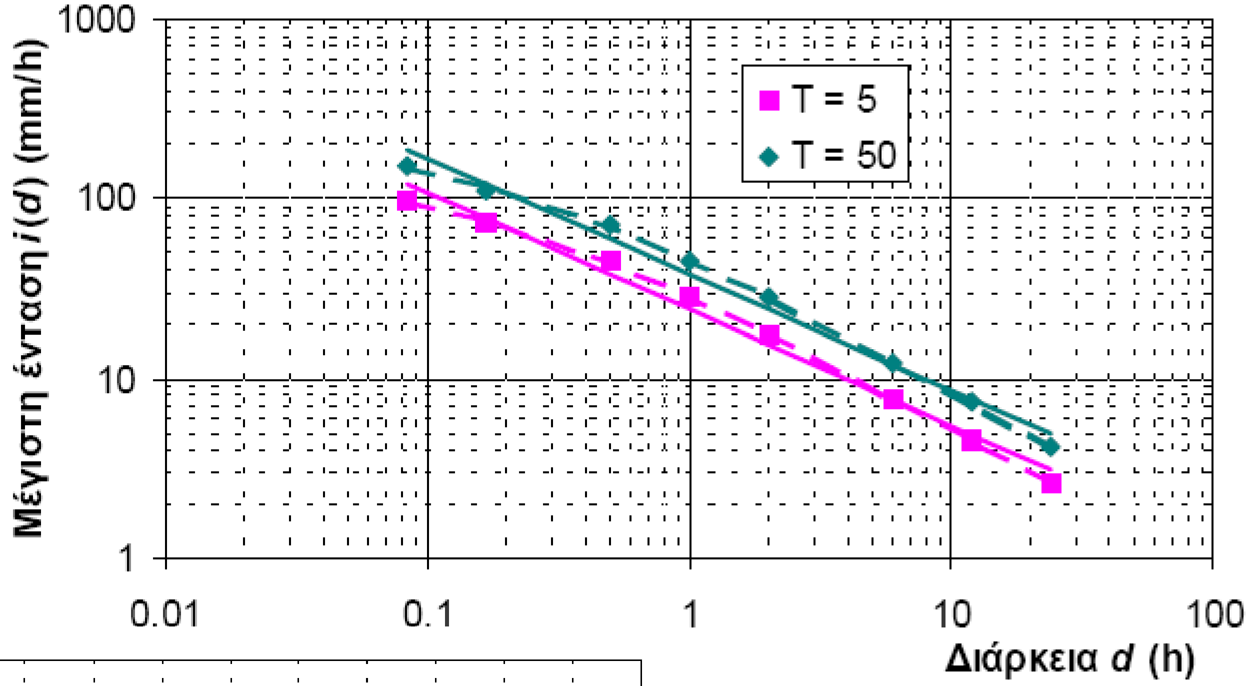
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

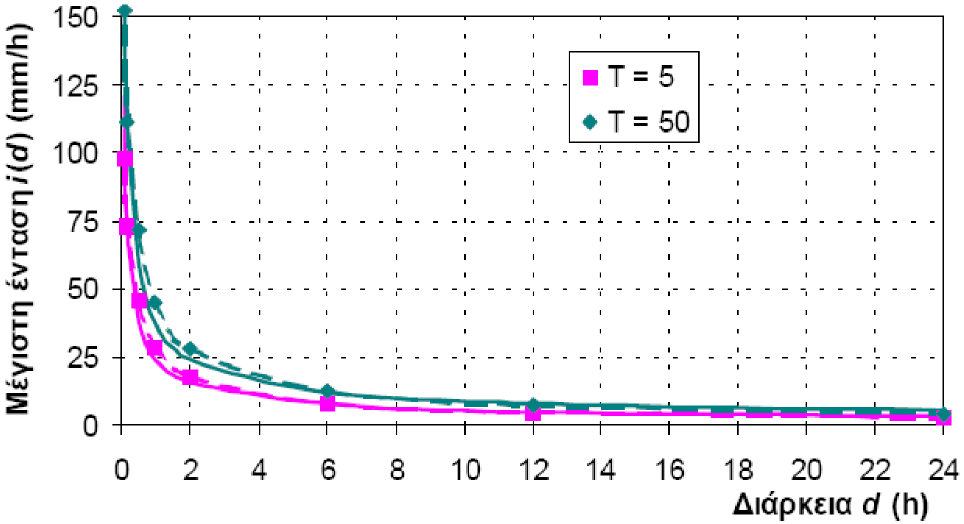
Μεμονωμένες καμπύλες για κάθε διάρκεια

a) $$i = \frac{\omega}{(d+\theta)^{\eta}}$$

b) $$i = \frac{\omega}{d^{\eta}}$$

c) $$i = \frac{\omega}{d+\theta}$$





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

a) $i = \dfrac{\omega}{(d+\theta)^{\eta}}$

b) $i = \dfrac{\omega}{d^{\eta}}$

c) $i = \dfrac{\omega}{d+\theta}$

Παρατηρούμε ότι και οι δύο σημειοσειρές διατάσσονται σχεδόν ευθύγραμμα στο λογαριθμικό διάγραμμα, πράγμα που μας επιτρέπει να προσεγγίσουμε τη συνάρτηση *i*(*d*) με μια εξίσωση δύναμης, δηλαδή να υιοθετήσουμε την δεύτερη εξίσωση (b). Η εξίσωση δύναμης απεικονίζεται ως ευθεία σε λογαριθμικό διάγραμμα. Λογαριθμίζοντας τις τιμές της διάρκειας και έντασης του Πίν. 2 για $T = 5$ βρίσκουμε

$\ln i = 3.182 - 0.649 \ln d$ (r =-0.9938) ➔

$$i = 24.09 \,/\, d^{0.649} \quad (i \text{ σε mm/h}, d \text{ σε h}), \quad T = 5 \qquad (\alpha)$$

Αντίστοιχα, για $T = 50$ βρίσκουμε την εξίσωση $\ln i = 3.635 - 0.644 \ln d$, με συντελεστή συσχέτισης $r = -0.9931$. Απολογαριθμίζοντας, βρίσκουμε την τελική όμβρια καμπύλη

$$i = 37.91 \,/\, d^{0.644} \quad (i \text{ σε mm/h}, d \text{ σε h}), \quad T = 50 \qquad (\beta)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

Είναι εμφανές ότι η προσαρμογή των ευθειών στα σημεία δίνει κάποιες αποκλίσεις που δεν είναι αμελητέες. Πράγματι, η παραπάνω εξίσωση όμβριας καμπύλης (β) για *T* = 50 και για *d* = 5 min δίνει ένταση *i* = 188.00 mm/h ενώ η αντίστοιχη τιμή του Πίν. 2 είναι 151.77 mm/h. Για να αποφύγουμε αυτές τις αποκλίσεις είναι προτιμότερο να υιοθετήσουμε για την περιγραφή των όμβριων καμπυλών την γενικότερη πρώτη εξίσωση (a) αντί της δεύτερης (b), δεδομένου ότι η πρώτη επιτρέπει την καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα, αφού περιέχει μια επιπλέον παράμετρο. Βεβαίως, αυτό ενέχει κάπως μεγαλύτερη υπολογιστική δυσκολία, επειδή η Εξ. (a) δεν γραμμικοποιείται και ως προς τις τρεις παραμέτρους της. Η μέθοδος που προτείνουμε εδώ για την εκτίμηση των παραμέτρων της είναι η μερική γραμμικοποίηση με λογαρίθμησή της, που δίνει:

$$\ln i = \ln \omega - \eta \ln (d + \theta) \qquad (\gamma)$$

a) $i = \dfrac{\omega}{(d+\theta)^{\eta}}$

b) $i = \dfrac{\omega}{d^{\eta}}$

c) $i = \dfrac{\omega}{d+\theta}$

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, οι τελικές όμβριες καμπύλες της πρώτης μορφής που μεγιστοποιούν το συντελεστή συσχέτισης είναι οι ακόλουθες:

$$i = 32.03 \,/\, (d + 0.166)^{0.785} \quad (i \text{ σε mm/h}, \ d \text{ σε h}), \quad T = 5 \qquad (\delta)$$

$$i = 51.68 \,/\, (d + 0.185)^{0.791} \quad (i \text{ σε mm/h}, \ d \text{ σε h}), \quad T = 50 \qquad (\varepsilon)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

Ενιαία ημιεμπειρική έκφραση όμβριων καμπυλών

d) $$i = \frac{\lambda T^{\kappa}}{(d+\theta)^{\eta}}$$

Όπως και στην περίπτωση των μεμονωμένων καμπυλών για κάθε διάρκεια, και εδώ η μέθοδος περιλαμβάνει δύο ξεχωριστά στάδια. Το πρώτο στάδιο αντιστοιχεί στην προσαρμογή μιας συνάρτησης κατανομής και το δεύτερο στην εκτίμηση των παραμέτρων της σχέσης.

$$\ln i = \ln \lambda + \kappa \ln T - \eta \ln(d + \vartheta)$$

Παράδειγμα: *Να καταρτιστεί ενιαία έκφραση όμβριων καμπυλών της μορφής (d) με βάση τα δεδομένα του σταθμού Ελληνικό.*

Παρά-	Διάρκεια d =							
μετρος	5 min	10 min	30 min	1 h	2 h	6 h	12 h	24 h
n	29	29	30	30	30	30	30	20
$\overline{x}$	76.221	58.407	35.173	22.043	13.325	5.823	3.520	2.058
s_X	29.144	20.318	13.877	8.889	5.660	2.433	1.464	0.786
λ	0.0440	0.0631	0.0924	0.1442	0.2265	0.5270	0.8758	1.6310
c	63.104	49.263	28.928	18.043	10.778	4.728	2.861	1.704
$\psi = \lambda\ c$	2.776	3.108	2.672	2.602	2.441	2.492	2.505	2.779

Έστω το διάστημα διακύμανσης της περιόδου επαναφοράς από 2 μέχρι 50 χρόνια. Διαλέγουμε στο διάστημα αυτό τις χαρακτηριστικές τιμές T = 2, 5, 10, 20 και 50.

$$i = c - \ln[-\ln(1 - 1/T)] / \lambda = (1 / \lambda) \{\psi - \ln[-\ln(1 - 1/T)]\}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

Ενιαία ημιεμπειρική έκφραση όμβριων καμπυλών

Βοηθητικός πίνακας υπολογισμών για την πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση των λογαρίθμων των μεγεθών T, $d + \theta$ και i με στόχο την εξαγωγή ενιαίας έκφρασης όμβριων καμπυλών ($2 \leq T \leq 50$, $\theta = 0$).

T	d	$\ln T$	$\ln (d+\theta)$	$\ln i$	T	d	$\ln T$	$\ln (d+\theta)$	$\ln i$
2	5/60	0.693	-2.485	4.269	10	2	2.303	0.693	3.031
	1/4	0.693	-1.792	4.008		6	2.303	1.792	2.197
	1/2	0.693	-0.693	3.493		12	2.303	2.485	1.692
	1	0.693	0.000	3.025		24	2.303	3.178	1.126
	2	0.693	0.693	2.517	20	5/60	2.996	-2.485	4.872
	6	0.693	1.792	1.691		1/4	2.996	-1.792	4.568
	12	0.693	2.485	1.187		1/2	2.996	-0.693	4.112
	24	0.693	3.178	0.657		1	2.996	0.000	3.654
5	5/60	1.609	-2.485	4.577		2	2.996	0.693	3.173
	1/4	1.609	-1.792	4.291		6	2.996	1.792	2.338
	1/2	1.609	-0.693	3.810		12	2.996	2.485	1.833
	1	1.609	0.000	3.348		24	2.996	3.178	1.260
	2	1.609	0.693	2.856	50	5/60	3.912	-2.485	5.022
	6	1.609	1.792	2.025		1/4	3.912	-1.792	4.710
	12	1.609	2.485	1.520		1/2	3.912	-0.693	4.265
	24	1.609	3.178	0.965		1	3.912	0.000	3.809
10	5/60	2.303	-2.485	4.738		2	3.912	0.693	3.332
	1/4	2.303	-1.792	4.442		6	3.912	1.792	2.496
	1/2	2.303	-0.693	3.975		12	3.912	2.485	1.990
	1	2.303	0.000	3.516		24	3.912	3.178	1.410

Κάνουμε πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση ανάμεσα στα μεγέθη
$y = \ln i$, $x1 = \ln T$, $x2 = \ln (d + \vartheta)$

Προκύπτει τελικά ότι

$i = 15.755\ T^{0.237} / d^{0.648}$ **(α)**
(i σε mm/h, d σε h, $r^2 = 0.9865$)

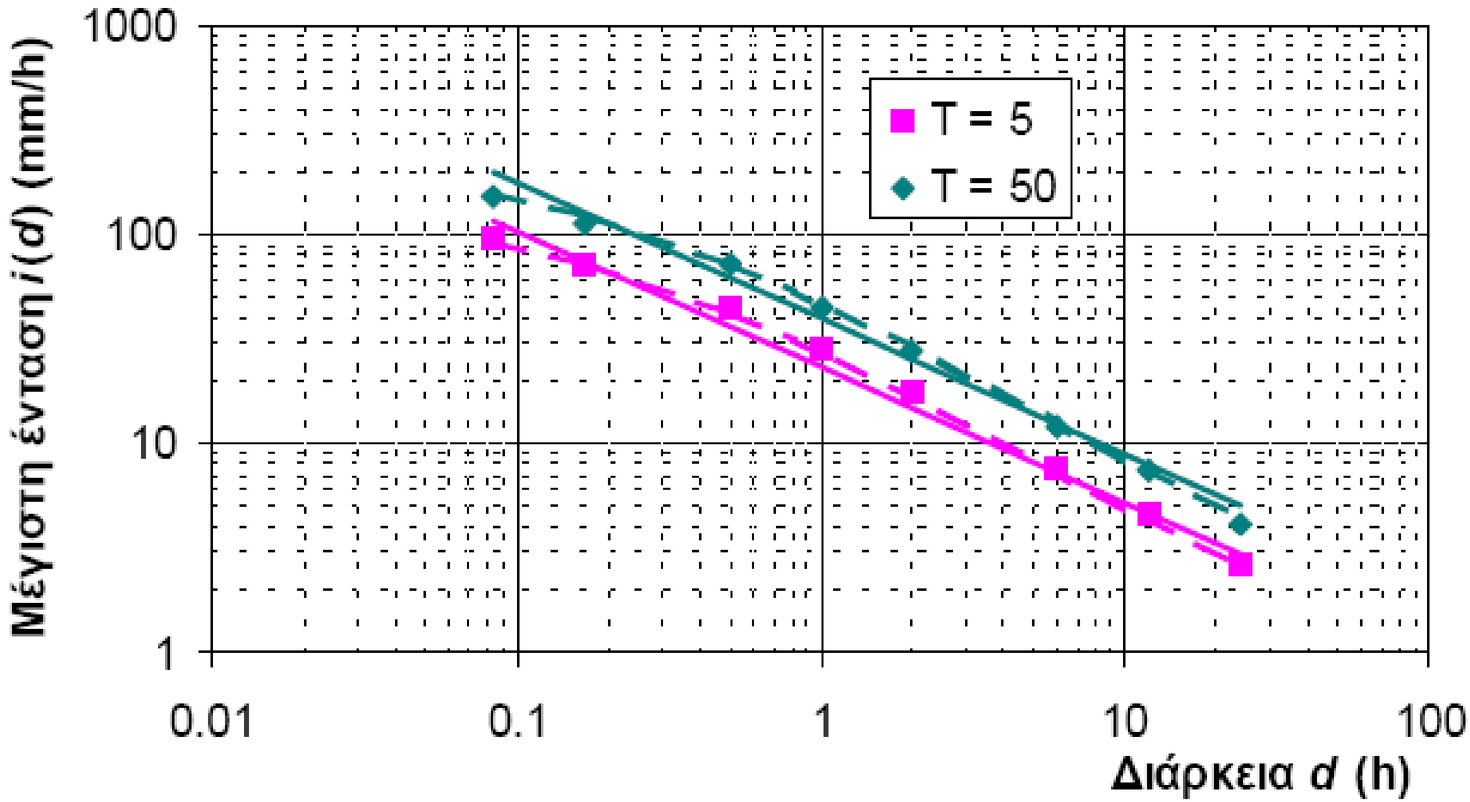
Δοκιμάζουμε για θ≠0, και παίρνουμε τελικά $\vartheta = 0.170$

$i = 21.064\ T^{0.237} / (d + 0.170)^{0.785}$
($r^2 = 0.9984$) **(β)**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΞΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (συν)

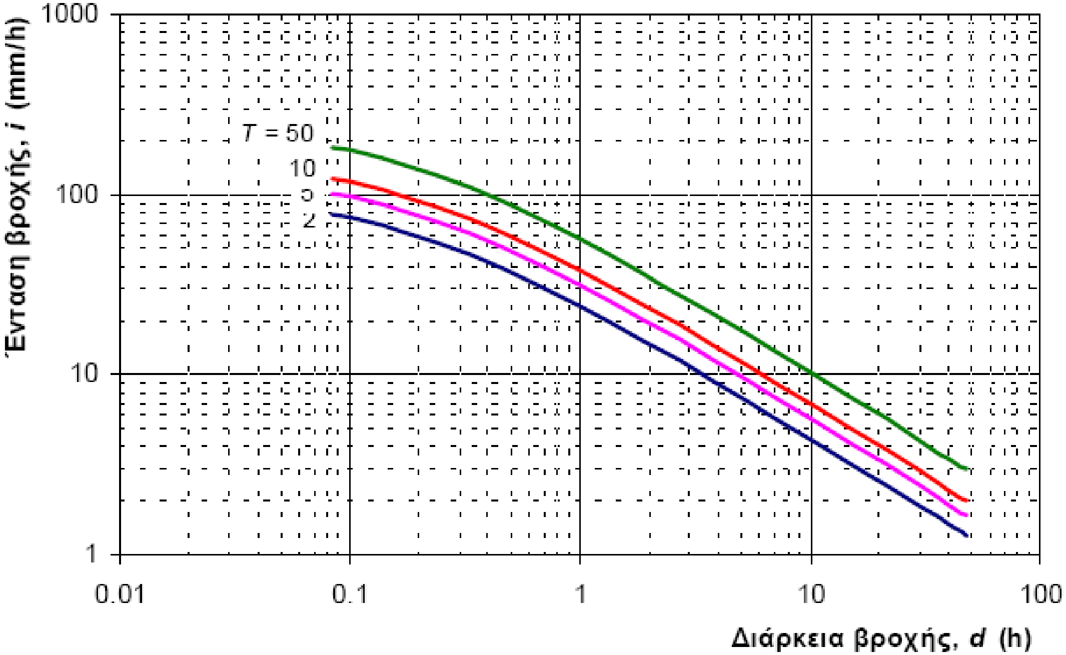
Ενιαία ημιεμπειρική έκφραση όμβριων καμπυλών

Όμβριες καμπύλες για περιόδους επαναφοράς T = 5 και 50 στο Ελληνικό, υπολογισμένες από ενιαία ημιεμπειρική έκφραση (λογαριθμικοί άξονες). Με συνεχείς και διακεκομμένες γραμμές απεικονίζονται οι καμπύλες που αντιστοιχούν σε $\vartheta = 0$ και $\vartheta \neq 0$, αντίστοιχα.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Παράδειγμα: *Από τα δεδομένα του βροχομετρικών σταθμών Λόφου Νυμφών (περιοχή Αστεροσκοπείου) και Ελληνικού (περιοχή αεροδρομίου Αθήνας) έχει καταρτιστεί (Koutsoyiannis and Baloutsos, 1999) η ακόλουθη γενικευμένη έκφραση όμβριων καμπυλών* $i = 40.6\,(T^{0.185} - 0.45)/(d + 0.189)^{0.796}$ *όπου η ένταση βροχής i εκφράζεται σε mm/h και η διάρκεια d σε h. Ζητείται η ένταση βροχής σχεδιασμού ενός αγωγού ομβρίων που κατασκευάζεται στην περιοχή, αν η διάρκεια σχεδιασμού είναι 10 min και η περίοδος επαναφοράς είναι 10 έτη. Ακόμη, ζητείται η παροχή σχεδιασμού αν η λεκάνη απορροής του αγωγού έχει έκταση 20 ha, με δεδομένο ότι το 60% της βροχόπτωσης απορρέει.*



Για d = 10 min = 0.167 h και T = 10, η ένταση σχεδιασμού θα είναι

$$i = \frac{40.6\,(10^{0.185} - 0.45)}{(0.167 + 0.189)^{0.796}} = 99.9 \text{ mm/h}$$

Θεωρώντας συντελεστή απορροής c = 0.60, και $Q = c\, i\, A$

Q = 0.60 X (99.9 X 10^{-3} m / 3600 s) X (20 X 10^4) m^2 = 3.33 m^3/s

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Παράδειγμα: *Να επανεξεταστεί το προηγούμενο παράδειγμα εφαρμογής όμβριων καμπυλών με χρήση του συντελεστή επιφανειακής αναγωγής*

Για d = 10 min = 0.167 h και A = 20 ha = 20 × 10^4 m^2 = 0.2 km^2, T=10 έτη
ο συντελεστής επιφανειακής αναγωγής προκύπτει:

$$\phi = 1 - \frac{0.048 * 0.2^{0.36 - 0.01 \ln 0.2}}{0.167^{0.35}} = 0.951 \geq 0.25$$

$$i = \frac{40.6\,(10^{0.185} - 0.45)}{(0.167 + 0.189)^{0.796}} = 99.9 \text{ mm/h}$$ * φ = 95.0 mm/h

Θεωρώντας συντελεστή απορροής c = 0.60, και $Q = c\ i\ A$

Q = 0.60 X (99.9 X 10^{-3} m / 3600 s) X (20 X 10^4) m^2 = 3.33 m^3/s * φ = 3.17 m^3/s

Η μείωση είναι πολύ μικρή (< 5%) λόγω της μικρής έκτασης της λεκάνης απορροής. Για το λόγο αυτό οι τυπικοί αγωγοί ομβρίων στην πράξη υπολογίζονται με τη σημειακή ένταση βροχής, χωρίς την εφαρμογή του συντελεστή επιφανειακής αναγωγής. Αξίζει να αναφερθεί ότι σύμφωνα με το διάγραμμα των δυτικών ΗΠΑ για εκτάσεις μικρότερες των 25 km^2 ο συντελεστής φ θεωρείται ίσος με 1.

Βιβλιογραφία

Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος. «Τεχνική Υδρολογία», Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.

Κουτσογιάννης, Δ. «Στατιστική Υδρολογία», Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.

Μιμίκου, Μ.Α. «Τεχνολογία Υδατικών Πόρων», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 3η Έκδοση, 2006.

Μιμίκου, Μ.Α. και Ε.Α. Μπαλτάς. «Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 5η Έκδοση, 2012.

Παπαμιχαήλ, Δ.Μ. «Τεχνική Υδρολογία Επιφανειακών Υδάτων», Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούδη, 2001.

Τσακίρης, Γ. «Υδατικοί Πόροι Ι. Τεχνική Υδρολογία», Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.