



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

B+

**Υ Π Ο Μ Ν Η Μ Α**

Προς: κ. Π. Τσόπελας, Αναπληρωτής Καθηγητής  
Από: Σ. Ακριτίδης  
Θέμα: Εργαστηριακό τεστ ενός αλουμινένιου δοχείου αναψυκτικού  
Ημερ/νία: 13/11/2012

**Εισαγωγή**

Στο παρόν υπόμνημα παρουσιάζεται το πείραμα πάνω σε ένα αλουμινένιο δοχείο αναψυκτικού με σκοπό τον υπολογισμό της εσωτερικής πίεσης όταν αυτό είναι κλειστό. Συγκεκριμένα, περιγράφεται η διαδικασία του πειράματος, η μεθοδολογία επεξεργασίας των μετρήσεων με βάση τη θεωρία της Μηχανικής του Παραμορφώσιμου Σώματος και τα αποτελέσματα της επεξεργασίας αυτής. ✓

Παρά?

**Περιγραφή του πειράματος**

Χρησιμοποιήθηκε ένα κυλινδρικό αλουμινένιο δοχείο της ΕΨΑ το οποίο περιείχε σόδα και ήταν αρχικά σφραγισμένο. Έπρεπε να τοποθετηθούν δύο strain gages στην επιφάνειά του. Ένα κατά μήκος αυτού και ένα άλλο κάθετα στο προηγούμενο. Με το σκεπτικό να επηρεαστούν όσο το δυνατόν λιγότερο οι μετρήσεις από τα 2 άκρα του κυλίνδρου επιλέχθηκε να τοποθετηθούν στο κέντρο του.

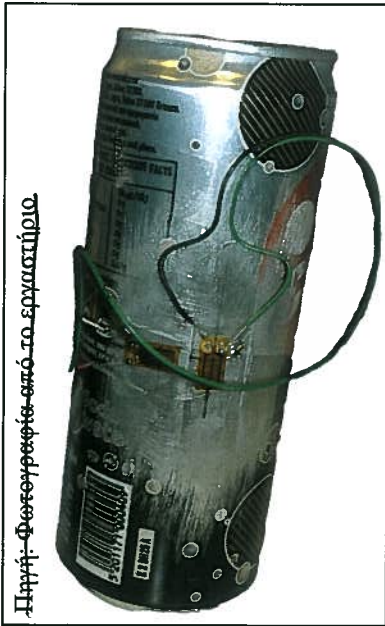
Αφού τοποθετήθηκαν τα strain gages, συγκολλήθηκαν τα καλώδια τα οποία στη συνέχεια συνδέθηκαν διαδοχικά στο μετρητή τροπών (strain gage indicator). Ελήφθησαν οι τιμές για την αρχική κατάσταση (δοχείο σφραγισμένο) και από τα δύο strain gages. Έπειτα το δοχείο ανοίχθηκε και λήφθηκαν ομοίως μετρήσεις από τα strain gages.

Τέλος, έπρεπε να μετρηθούν κάποια γεωμετρικά χαρακτηριστικά του κυλινδρικού δοχείου, και συγκεκριμένα η διάμετρος του και το πάχος του τοιχώματος. Αυτά μετρήθηκαν με ένα ηλεκτρονικό παχύμετρο με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

**Εγκατάσταση των strain gages**

*Υλικά*

- Δοχείο αλουμινίου αναψυκτικού
- 2 Strain Gages
- Strain Gage Indicator
- Υγρό καθαριστικό για λύπη Antigrease
- Όξινο και βασικό διάλυμα
- Κόλλα Logo
- Καλώδια
- Καλάι και κολλητήρι



Εικόνα 1: Αλουμινένιο κυλινδρικό δοχείο με επικολημένα 2 strain gages

Πρώτα, επιλέχθηκε η θέση που θα τοποθετούνταν τα strain gages. Έπρεπε να τοποθετηθούν στο κέντρο του κυλινδρικού δοχείου ώστε να περιορισθεί όσο το δυνατόν περισσότερο η επιρροή από τις βάσεις του κυλίνδρου.

Στη συνέχεια, τρίφτηκε η περιοχή που θα τοποθετούνταν τα strain gages με γυαλόχαρτο, ώστε να φύγει το χρώμα και να μείνει γυμνό το αλουμίνιο. Έπρεπε να προσεχθεί να μην τριφτεί πολύ η επιφάνεια γιατί τα τοιχώματα του κυλίνδρου ήταν ήδη πολύ λεπτά και θα επηρεαζόταν η ομοιογένεια του φαινομένου στην περιοχή που θα λέπταινε κι άλλο.

Έπειτα, η περιοχή ψεκάστηκε με το καθαριστικό υγρό Antigrease ώστε να καθαρίσει. Ακόμα, έπρεπε να πλυθεί με όξινο διάλυμα και τέλος με βασικό διάλυμα ώστε να έχουμε ουδέτερο στην επιφάνεια.

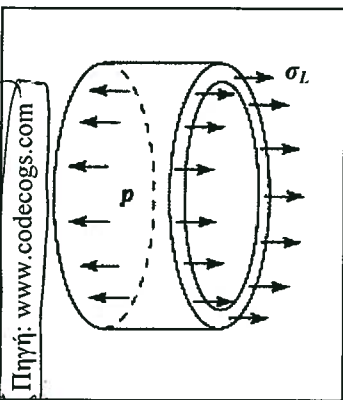
Αφού στέγνωσε καλά η περιοχή, τοποθετήθηκαν τα strain gages και κολλήθηκαν με κόλλα Logo. Το ένα τοποθετήθηκε κατά το διαμήκη άξονα και το άλλο κάθετα σ' αυτό.

Τέλος, με το καλάι και το κολλητήρι κολλήθηκαν τα καλώδια στα strain gages και πλέον ήμασταν έτοιμοι να προχωρήσουμε στο πείραμα (εικόνα 1).

### Μεθοδολογία Επεξεργασίας των δεδομένων

Το αλουμινένιο δοχείο μπορεί να αναλυθεί ως ένας λεπτότοιχος λέβητας κυλινδρικού σχήματος με επίπεδες βάσεις. Ένας λεπτότοιχος κύλινδρος, οποίος καταπονείται από εσωτερική πίεση, κυριαρχούν 2 είδη τάσεων: η διαμήκης τάση (longitudinal stress) και η περιφερειακή τάση (hoop stress). Η διαμήκης τάση (longitudinal stress) είναι αποτέλεσμα της εσωτερικής πίεσης που δρα στις βάσεις του κλειστού κυλίνδρου. Η περιφερειακή τάση (hoop stress) είναι το αποτέλεσμα της εσωτερικής πίεσης που δρα ακτινικά στην περιφέρεια του κυλίνδρου.

### Υπολογισμός διαμήκους τάσης (longitudinal stress), $\sigma_L$



Εικόνα 2: Εγκάρσια τομή σε λεπτότοιχο κύλινδρο

Από ισορροπία των τάσεων και των πιέσεων σε μια εγκάρσια τομή του λεπτότοιχου κυλίνδρου (εικόνα 2) έχουμε

$$p \cdot \left( \pi \frac{d^2}{4} \right) = \sigma_L \cdot (\pi d \cdot t) \Rightarrow \sigma_L = \frac{pd}{4t} \quad (1)$$

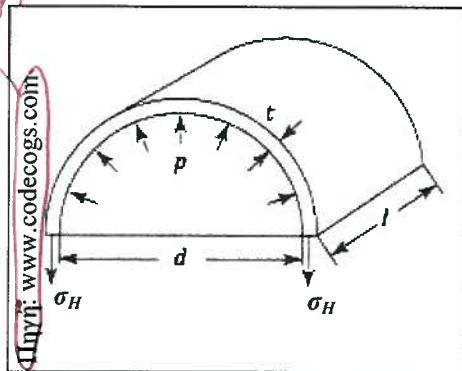
όπου

p: η εσωτερική πίεση στο κλειστό δοχείο

d: η διάμετρος του κυλινδρικού δοχείου

t: το πάχος του τοιχώματος του δοχείου

### Υπολογισμός περιφερειακής τάσης (hoop stress), $\sigma_H$



Από ισορροπία των τάσεων και των πιέσεων σε μια διαμήκη τομή του λεπτότοιχου κυλίνδρου (εικόνα 3) έχουμε

$$p \cdot (d \cdot l) = \sigma_H \cdot (2 \cdot t \cdot l) \Rightarrow \sigma_H = \frac{pd}{2t} \quad (2)$$

όπου  $l$  το μήκος της διαμήκης τομής.

Εικόνα 3: Διαμήκης τομή σε λεπτότοιχο κύλινδρο

Παρατηρούμε ότι  $\sigma_H = 2\sigma_L$  (3)

### Νόμος του Hooke για διαζωνική ένταση

Σύμφωνα με το νόμο του Hooke οι ανηγμένες παραμορφώσεις στις δυο διαστάσεις δίνονται από τις σχέσεις

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E} (\sigma_L - \nu \sigma_H) \quad \checkmark \quad (4)$$

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E} (\sigma_H - \nu \sigma_L) \quad \checkmark \quad (5)$$

όπου

E: το μέτρο ελαστικότητας του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένο το δοχείο.

$\nu$ : ο λόγος του Poisson ✓

### Συνδυασμός των παραπάνω σχέσεων

Η σχέση (4), από το νόμο του Hooke, χρησιμοποιώντας τη σχέση (3) γίνεται

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E} (\sigma_L - \nu \sigma_H) = \frac{1}{E} \left( \frac{1}{2} \sigma_H - \nu \sigma_H \right) = \frac{(1-2\nu)}{2E} \sigma_H \quad \checkmark$$

Χρησιμοποιώντας και τη σχέση (2), που προήλθε από την ισορροπία, έχουμε την παρακάτω εξίσωση:

$$\varepsilon_L = \frac{(1-2\nu)}{2E} \cdot \frac{pd}{2t} \Rightarrow \varepsilon_L = \frac{pd(1-2\nu)}{4tE} \quad \checkmark \quad (6)$$

Ομοίως, η σχέση (5) χρησιμοποιώντας τη σχέση (3) γίνεται

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E} (\sigma_H - \nu \sigma_L) = \frac{1}{E} (2\sigma_L - \nu \sigma_L) = \frac{(2-\nu)}{E} \sigma_L \quad \checkmark$$

Επομένως, από τη σχέση (1) έχουμε την εξίσωση:

$$\varepsilon_H = \frac{(2-\nu)}{E} \cdot \frac{pd}{4t} \Rightarrow \varepsilon_H = \frac{pd(2-\nu)}{4tE} \quad \checkmark \quad (7)$$



Το αλουμίνιο έχει μέτρο ελαστικότητας περίπου ίσο με  $E=70\text{GPa}$  και λόγο του Poisson περίπου ίσο με  $\nu=0.33$ . Αν αντικαταστήσουμε αυτές τις τιμές στις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε τις εξής εκτιμήσεις για την εσωτερική πίεση. ✓

Από την παραμόρφωση κατά μήκος του κυλίνδρου  $\varepsilon_L$  η εσωτερική πίεση υπολογίζεται ίση με ✓

$$p = \frac{4 \cdot (0.06\text{mm}) \cdot (70\text{GPa})}{(54.49\text{mm}) \cdot (1 - 2 \cdot 0.33)} (-253 \times 10^{-6}) = -229\text{KPa}$$

Από την παραμόρφωση στην περιφέρεια του κυλίνδρου  $\varepsilon_H$  η εσωτερική πίεση υπολογίζεται ίση με

$$p = \frac{4 \cdot (0.06\text{mm}) \cdot (70\text{GPa})}{(54.49\text{mm}) \cdot (2 - 0.33)} (-1788 \times 10^{-6}) = -330\text{KPa}$$

Από τη σχέση (10) μπορούμε να εκτιμήσουμε το λόγο του Poisson από τις πειραματικές μετρήσεις. Πράγματι,

$$\nu = \frac{\varepsilon_H - 2\varepsilon_L}{2\varepsilon_H - \varepsilon_L} = \frac{(-1788) - 2(-253)}{2(-1788) - (-253)} \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-6}} = 0.386$$

Εάν χρησιμοποιούσαμε αυτό το λόγο Poisson αντί για την τιμή 0.33 η εσωτερική πίεση που θα υπολογίζαμε από τις σχέσεις (8) και (9) θα ήταν η ίδια. ✓

### Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων – Συμπεράσματα

Με το παραπάνω πείραμα καταλήγουμε ότι η εσωτερική πίεση μέσα στο αλουμινένιο δοχείο είναι μεταξύ 230KPa και 330KPa. Παρατηρήθηκε ότι η πίεση που υπολογίζεται με βάση τη μέτρηση της ανηγμένης παραμόρφωσης στο διαμήκη άξονα είναι 30% μικρότερη της πίεσης που υπολογίζεται από την παραμόρφωση στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι που εξηγούν αυτή τη διαφορά μεταξύ των δυο τιμών της εσωτερικής πίεσης που υπολογίζουμε.

Πρώτα απ' όλα, κατά την ανάλυση με βάση τη θεωρία της μηχανικής του παραμορφώσιμου σώματος, έχει γίνει η παραδοχή ότι έχουμε ένα κύλινδρο απείρου μήκους και σταθερού πάχους, όπως επίσης, ότι το υλικό είναι ομογενές και ισότροπο. Οι παραδοχές αυτές οδηγούν σε προσεγγιστικά αποτελέσματα.

Επιπροσθέτως, λόγω του τριψίματος που έγινε στην επιφάνεια του κυλίνδρου πριν από την τοποθέτηση των strain gages οδήγησε σε μείωση του πάχους του τοιχώματος σ' αυτή την περιοχή. Επομένως, καταστρατηγείται η παραδοχή του σταθερού πάχους που αναφέραμε παραπάνω.

Τέλος, δεν πρέπει παραβλέψουμε την πιθανότητα να μην έχει τοποθετηθεί κάποιο strain gage σωστά. Αυτό οδηγεί σε σφάλμα στις μετρήσεις και επομένως, είναι ένας λόγος που μας εμποδίζει να αποφασίσουμε αν κάποια από τις δυο μετρήσεις είναι ορθότερη.

Μήπως το  $\nu=0.33$  (Εκτίμηση) πηρεάζει το  $P$   
για το  $\varepsilon_L$  μια σχέση  $\sigma = E \cdot \varepsilon_L \cdot (1 - 2\nu)$   
και  $\varepsilon_H = \frac{\sigma}{E} \cdot (2 - \nu)$  ? 5

## Αναφορές

### Βιβλίο

Τσαμασφύρος Γ., 1990. *Μηχανική Παραμορφώσιμου Σώματος Ι*. Εκδόσεις Συμμετρία

### Ιστοσελίδες

- David Roylance, 2001. *Pressure Vessels*. MIT ✓  
<http://ocw.mit.edu/courses/materials-science-and-engineering/3-11-mechanics-of-materials-fall-1999/modules/pv.pdf> ✓
- Philpot, 2005. Online Papers ✓  
[http://www.ijee.ie/OnlinePapers/Interactive/Philpot/hookes\\_law.htm](http://www.ijee.ie/OnlinePapers/Interactive/Philpot/hookes_law.htm) ✓

1