

## Ασκήσεις στην αναλυτική γεωμετρία του χώρου (1<sup>η</sup> εκδοχή, Ιαν. 2014)

Στις ακόλουθες ασκήσεις εργαζόμαστε εντός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων  $Oxy$  του χώρου.

**Άσκηση 1.** Δίνονται οι ευθείες  $(\varepsilon_1): (y-2=0, x+y-2z=0)$ ,  $(\varepsilon_2): \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$ .

(α) Δείξτε πως οι ευθείες είναι ασύμβατες.

(β) Βρείτε την εξίσωση της κοινής κάθετης ευθείας στις  $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$  καθώς και το μήκος του κοινού κάθετου τμήματος σε αυτές.

**Άσκηση 2.** Βρείτε το ίχνος της κάθετης ευθείας από το σημείο  $A(1,2,3)$  στην ευθεία  $(\varepsilon): \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

**Άσκηση 3.** Βρείτε το ίχνος της κάθετης ευθείας από το σημείο  $A(1,2,3)$  στο επίπεδο  $(\pi): -x+2y+z-4=0$ .

**Άσκηση 4.** Βρείτε την εξίσωση του επιπέδου  $(\pi)$  που περιέχει τις ευθείες  $(\varepsilon_1): \vec{r} = (-1,0,2) + \lambda(1,2,3)$ ,  $(\varepsilon_2): \vec{r} = (1,0,-2) + \mu(3,2,1)$  ( $\lambda, \mu$  πραγματικοί).

**Άσκηση 5.** (1) Για την ευθεία  $(\varepsilon): (\vec{r}-\vec{a}) \times \vec{n} = \vec{0}$  ερμηνεύστε γεωμετρικά τα  $\vec{a}, \vec{n}$ .

(2) Βρείτε  $\vec{a}, \vec{n}$  για την ευθεία τομής των επιπέδων  $(\pi_1): x-2y+3z-2=0, (\pi_2): 2x-y+z+1=0$ .

(3) Είναι μοναδική η απάντηση στο ερώτημα (2); Γιατί:

**Άσκηση 6.** Σχεδιάστε την καμπύλη τομής  $(c)$  του κώνου  $(F): \frac{z^2}{4} = x^2 + y^2$  με το επίπεδο  $(\pi_1): x+2y+\frac{8}{3}z=2$ .

Αναγνωρίζεται το είδος της  $(c)$ ;

**Άσκηση 7.** Έστω  $(c) = F_1 \cap F_2$ , όπου  $(F_1): x^2 + y^2 + z^2 = 16$  και  $(F_2): (x-2)^2 + y^2 = 4$ . Παραμετροποιήστε την ορθή προβολή  $(\gamma)$  της  $(c)$  επί του επιπέδου συντεταγμένων  $Oxy$ .

**Άσκηση 8.** Βρείτε την εξίσωση της κυλινδρικής επιφάνειας με οδηγό καμπύλη την  $(\gamma): (xy=1, z=0)$  και γενέτιρες παράλληλες στην ευθεία των σημείων  $A(1,2,3), B(3,1,2)$ .

**Άσκηση 9.** Ελέγξτε αν υπάρχουν ευθείες που ανήκουν στις επιφάνειες

(α)  $(F): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ .

(β)  $(F): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} + \frac{z}{16} = 0$ .

**Άσκηση 10.** Βρείτε την εξίσωση όλων των επιπέδων (αξονική δέσμη) που διέρχονται από την ευθεία  $(\varepsilon): (2x+y-z=3, 2x-y+z=3)$ .