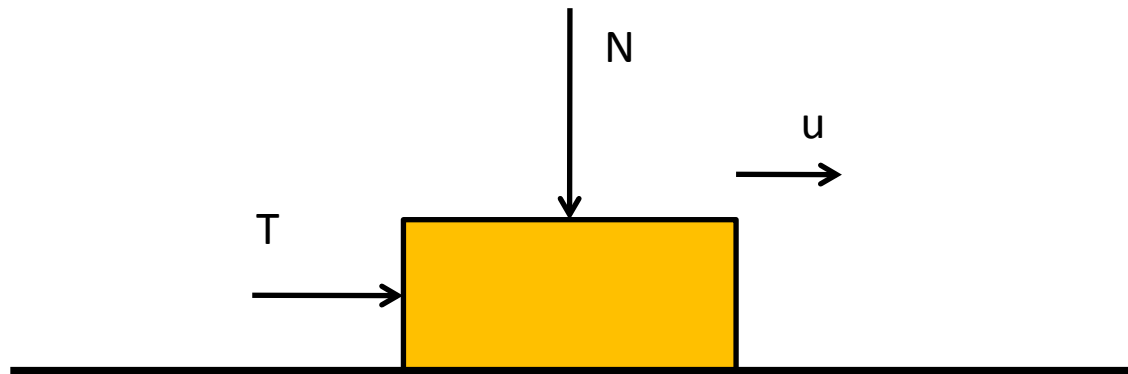


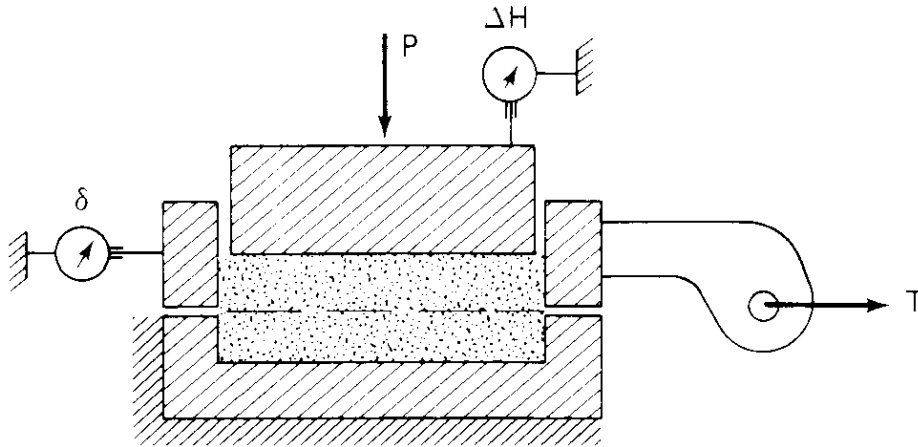
Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb



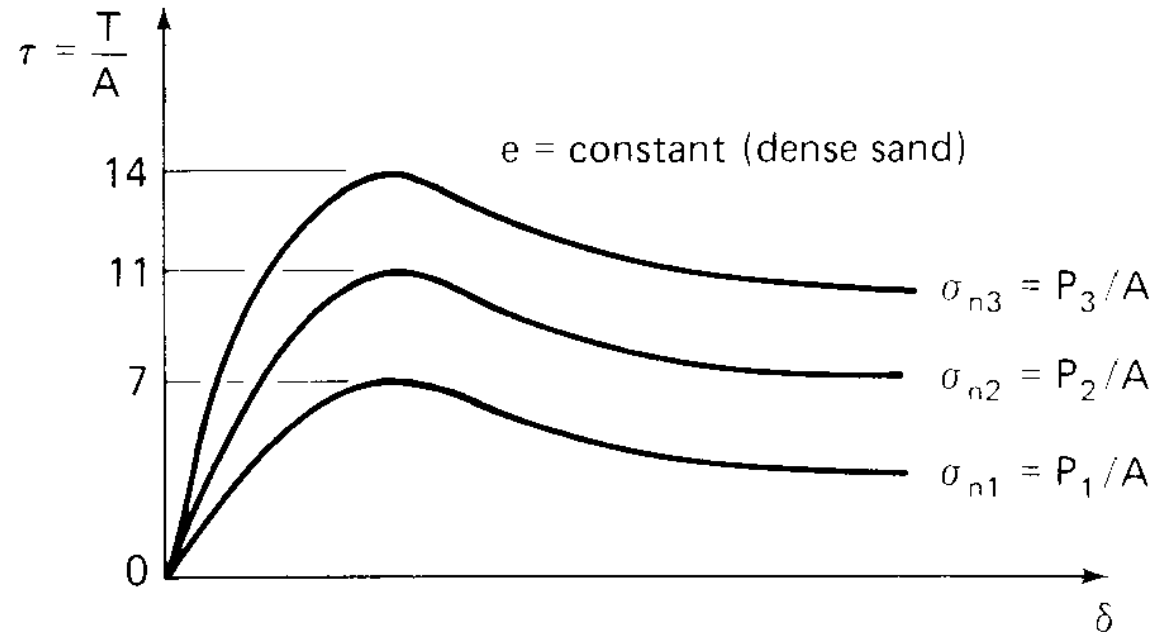
Κριτήριο ολίσθησης

$$\begin{aligned} T &\geq \mu N \\ \tau &\geq \mu \sigma_n \end{aligned}$$

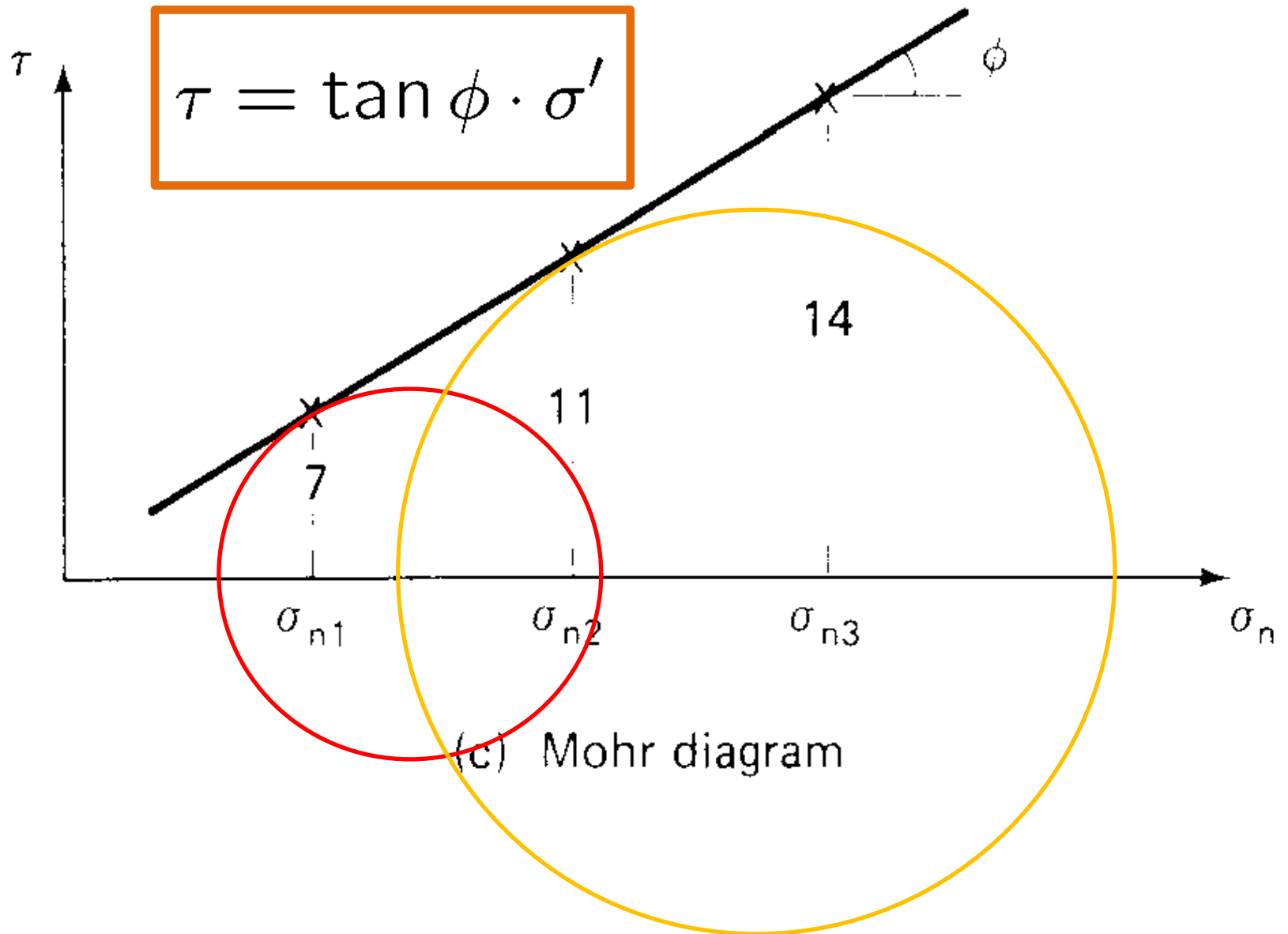
Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb



(a) Apparatus



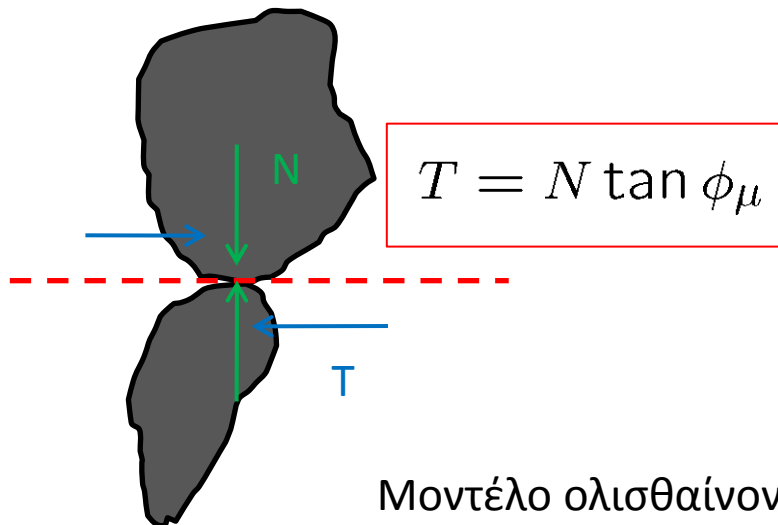
Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb



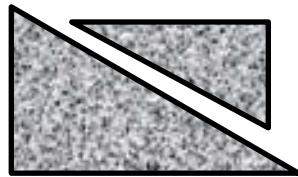
Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb

$$\tau = \tan \phi \cdot \sigma' = \tan (\phi_{\mu} + \phi_{\psi}) \cdot \sigma'$$

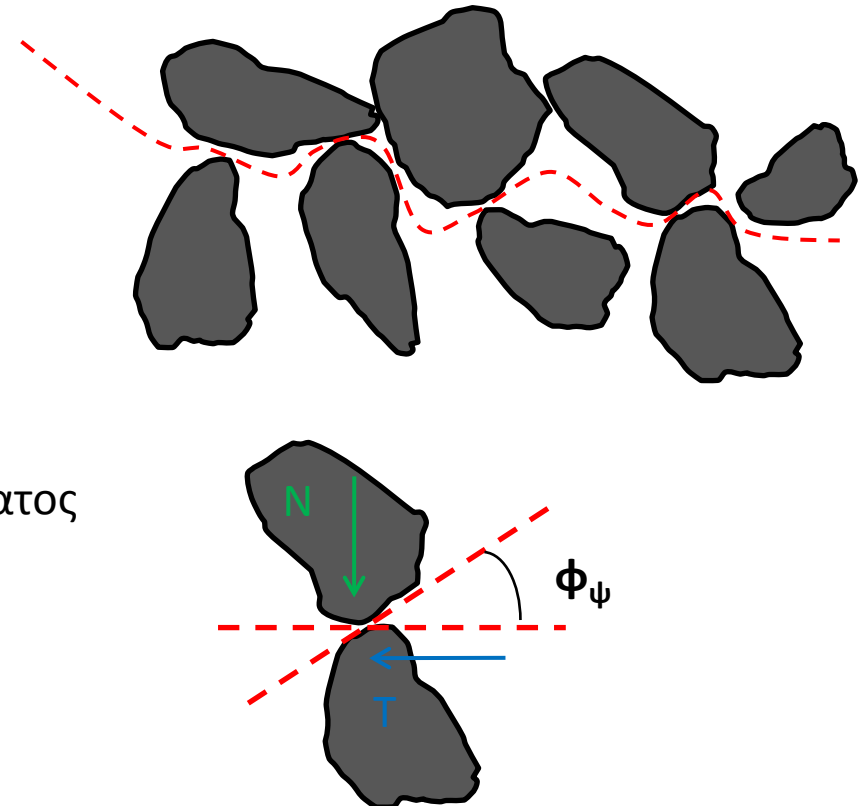
Τριβή κόκκων ϕ_{μ}



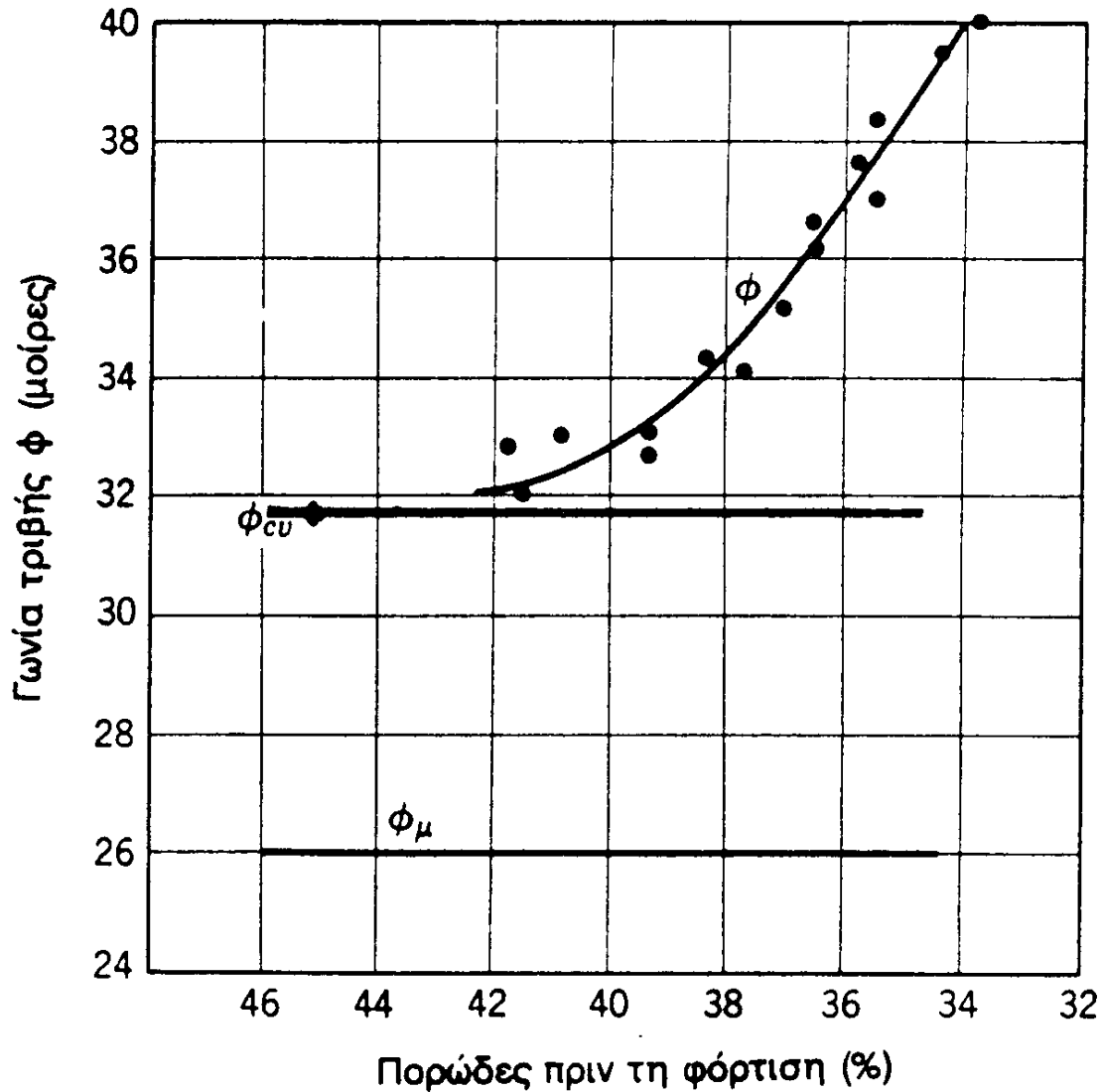
Μοντέλο ολισθαίνοντος σώματος



Αλληλεμπλοκή κόκκων ϕ_{ψ}



Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb



Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb

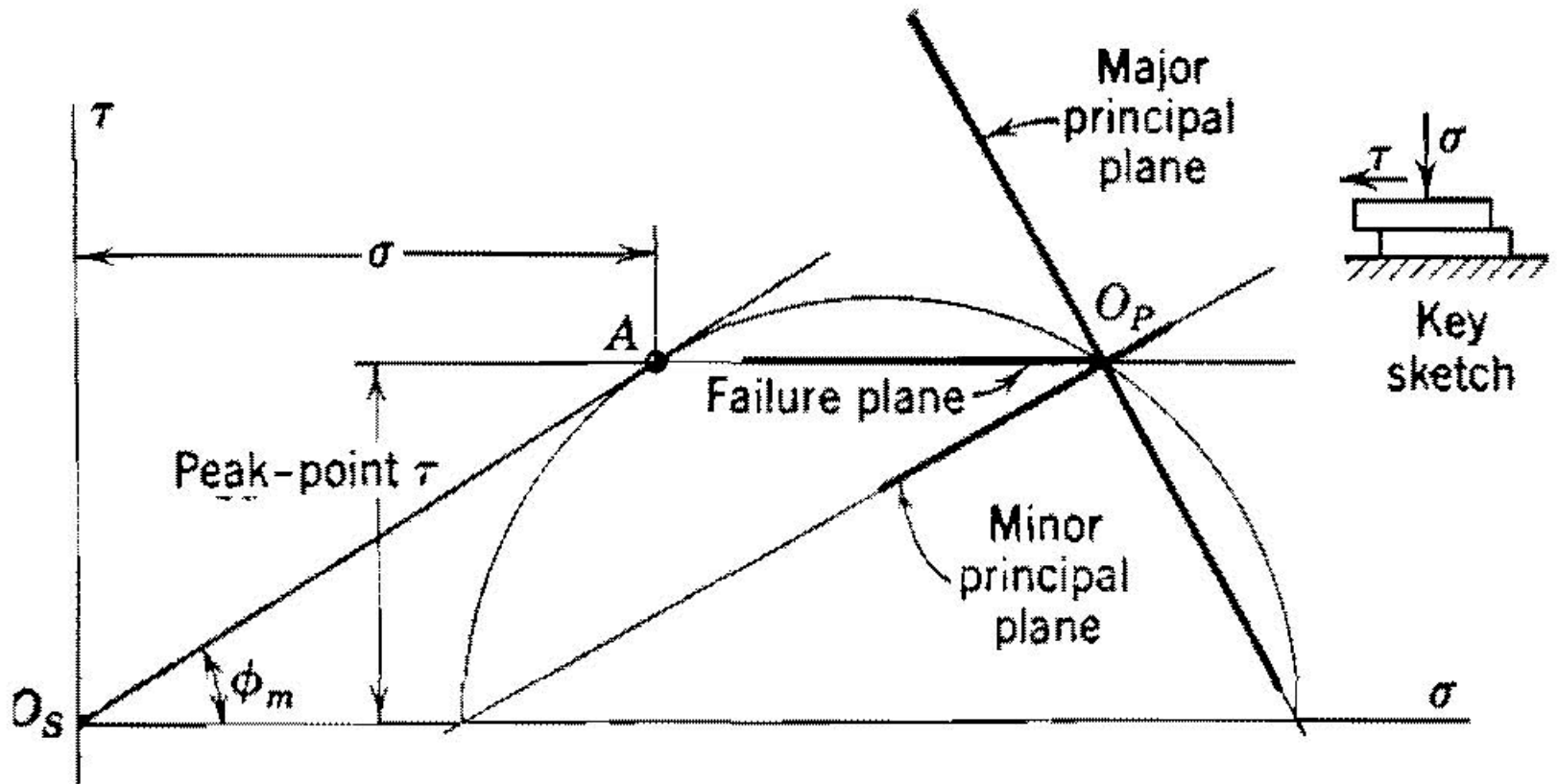


FIG. 14·8 Mohr diagram for a direct shear test at failure.

Η αστοχία στα εδαφικά υλικά – Νόμος Τριβής Coulomb

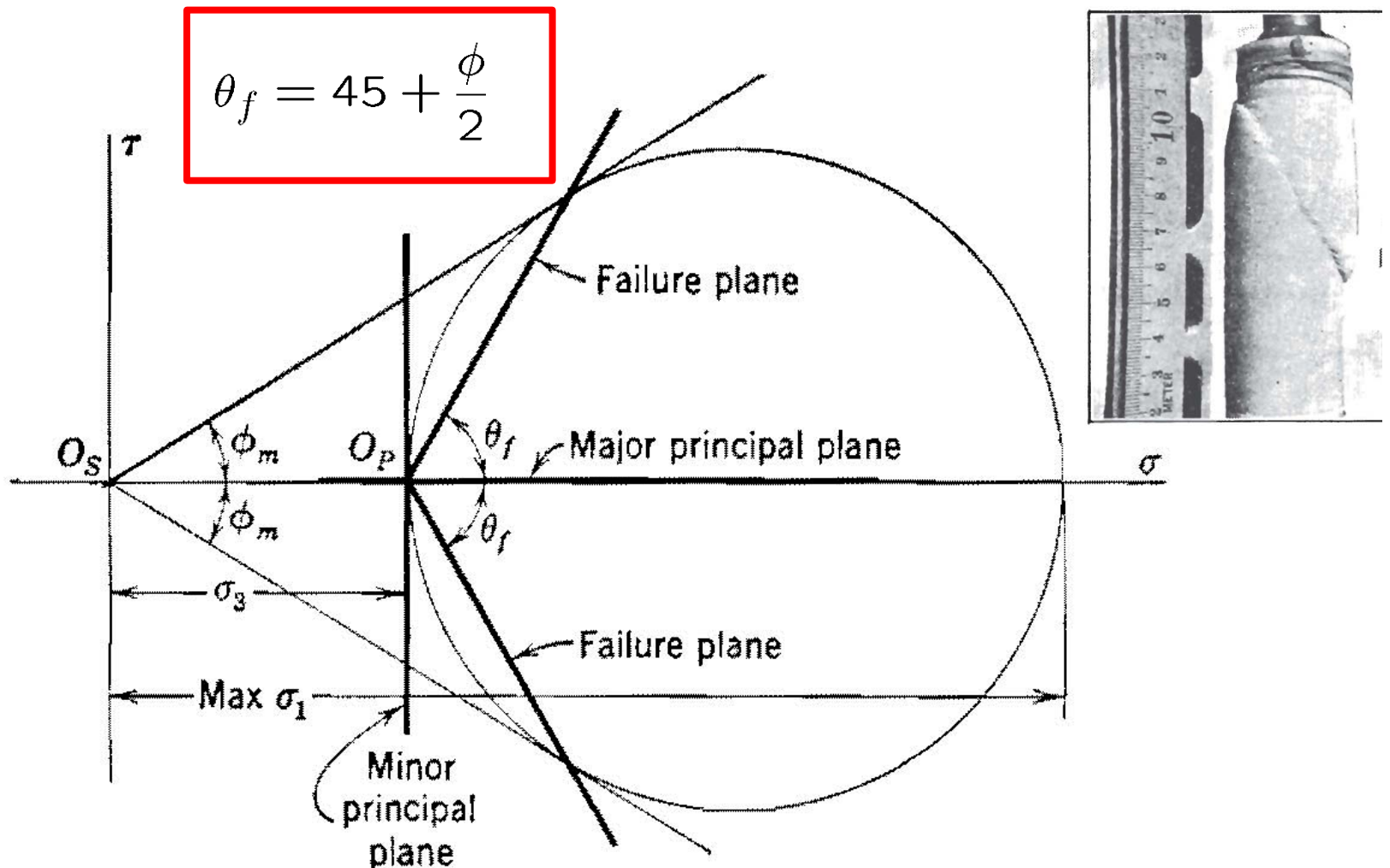


FIG. 14·7 Mohr diagram for a cylindrical compression test at failure.

Μηχανική συμπεριφορά εδαφών υπό «αστράγγιστες συνθήκες»

Αρχή των ενεργών τάσεων κατά Terzaghi

$$\sigma = \sigma' + p_w = \sigma' + u$$

Μηδενική ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων ($u=p_w=0$):

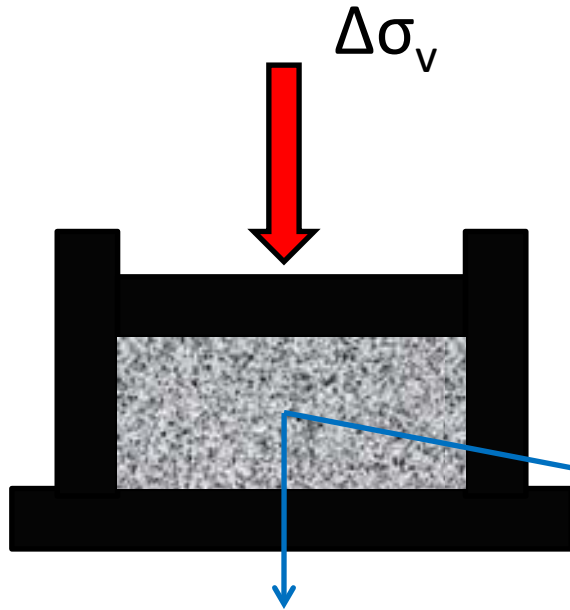
- Απουσία ασυμπίεστου ρευστού στο πορώδες.
- Δυνατότητα γρήγορης στράγγισης χωρίς ανάπτυξη υπερπιέσεων.



$$u = p_w = 0$$

$$\sigma' = \sigma$$

Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες μονοδιάστατης συμπίεσης



$$D = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \rightarrow \infty (\nu = 0.5)$$

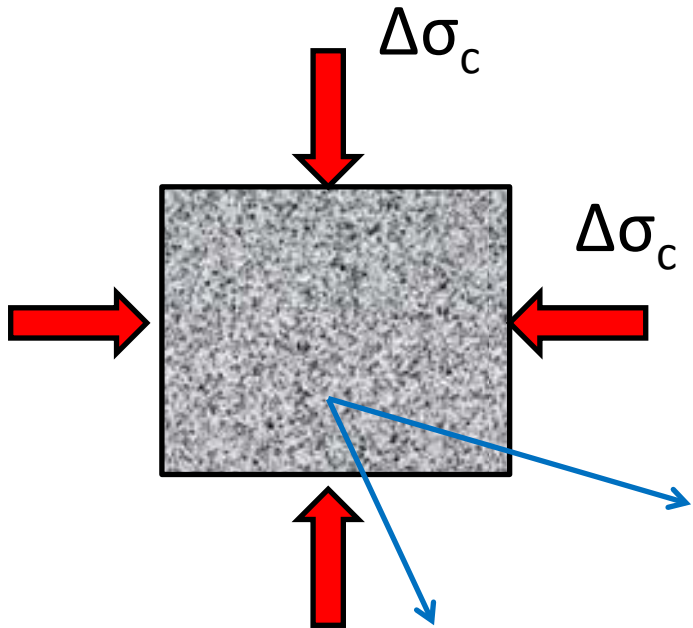
$$\Delta u = \Delta p_w = \Delta\sigma_v$$

Εδαφικό δοκίμιο πλήρως
κορεσμένο ύδατος

Συμπιεστότητα ύδατος $C_w \approx 4.93 \cdot 10^{-7} / kPa$

Συμπιεστότητα στερεάς φάσης $C_s \approx 2.75 \cdot 10^{-8} / kPa$

Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες ισότροπης συμπίεσης



$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \rightarrow \infty (\nu = 0.5)$$

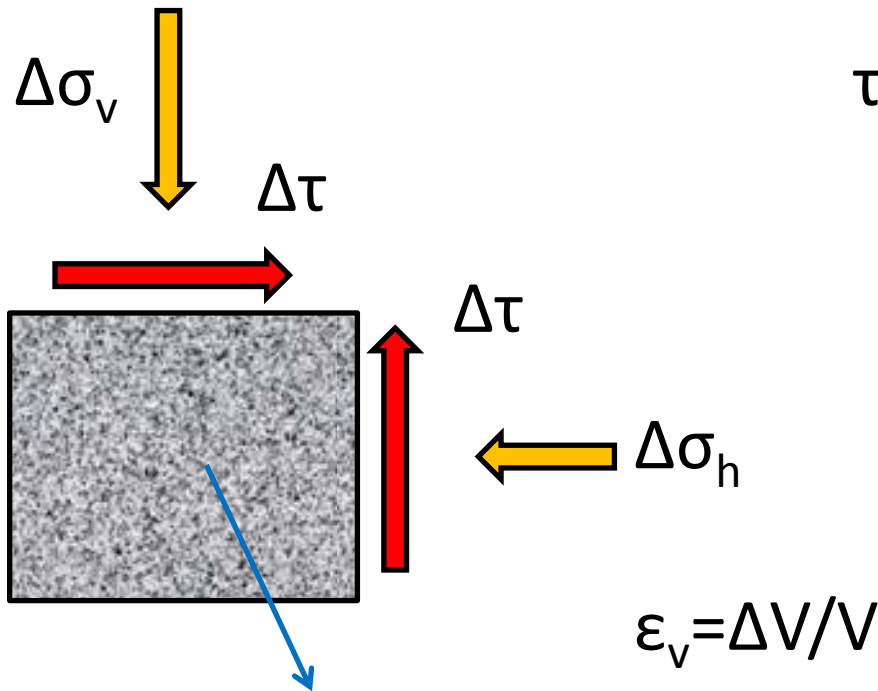
$$\Delta u = \Delta p_w = \Delta\sigma_c$$

Εδαφικό δοκίμιο πλήρως
κορεσμένο ύδατος

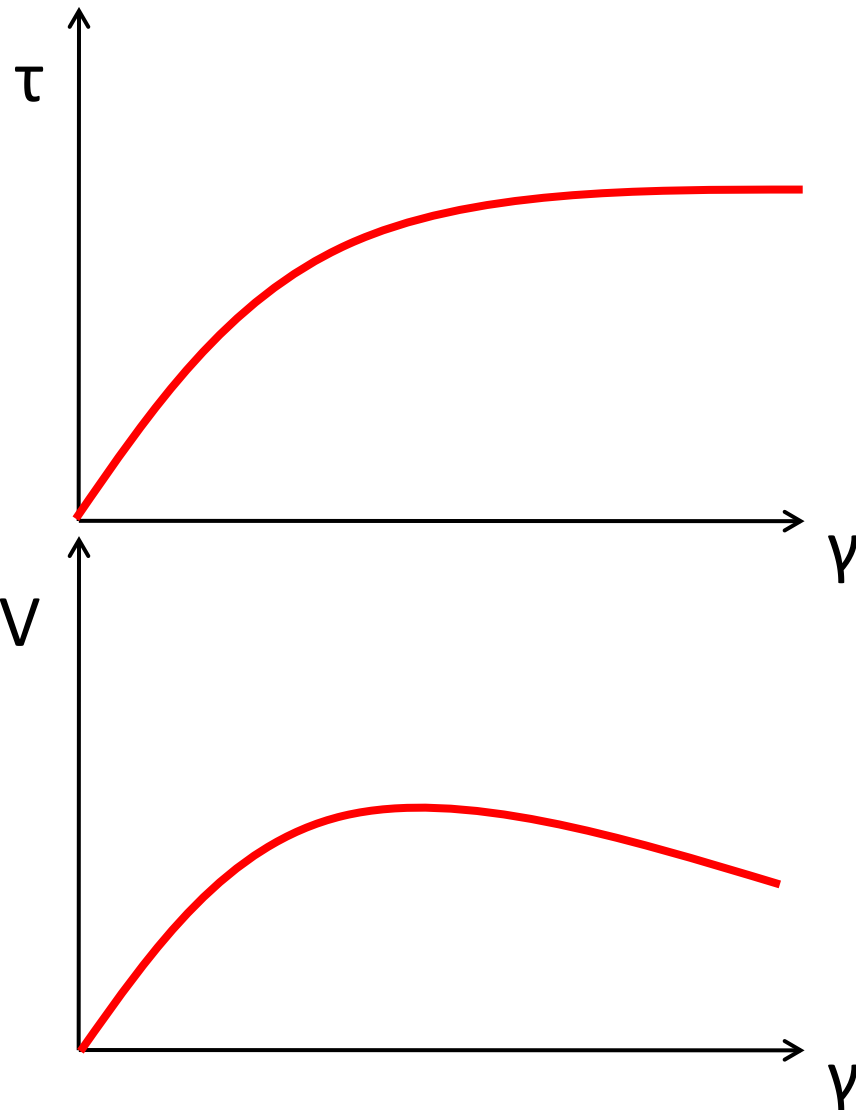
Συμπιεστότητα ύδατος $C_w \approx 4.93 \cdot 10^{-7} / kPa$

Συμπιεστότητα στερεάς φάσης $C_s \approx 2.75 \cdot 10^{-8} / kPa$

Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες απλής διάτμησης – Απροφόρτιστη άργιλος

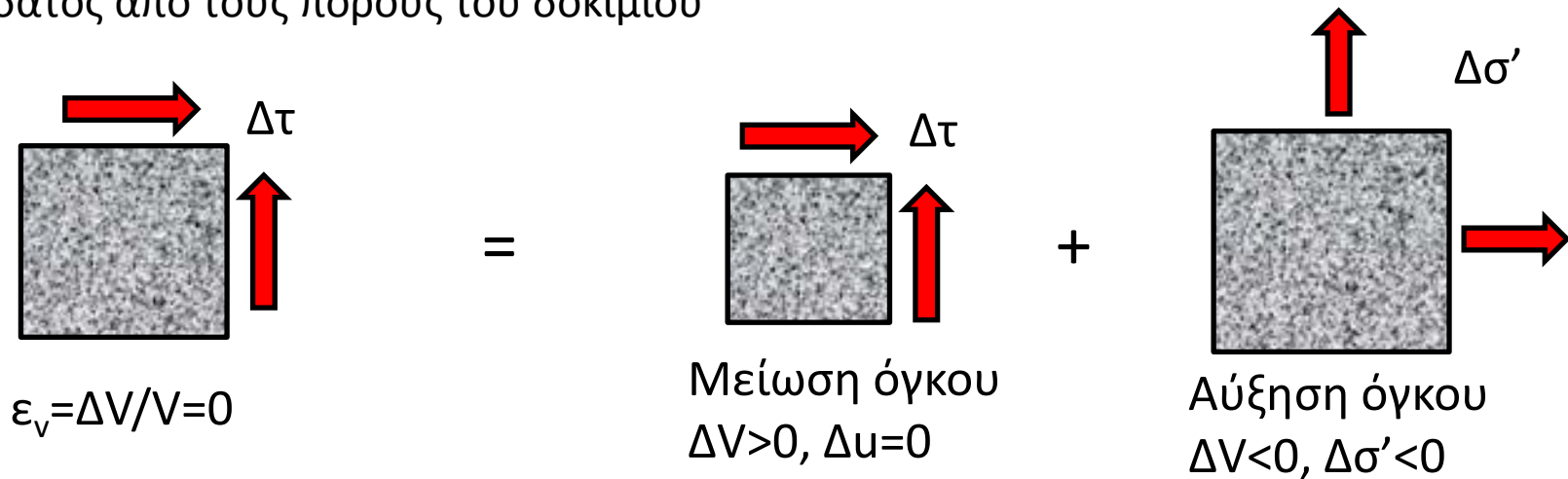


Εδαφικό δοκίμιο πλήρως κορεσμένο ύδατος – ελεύθερη διαφυγή ύδατος από τους πόρους του δοκιμίου



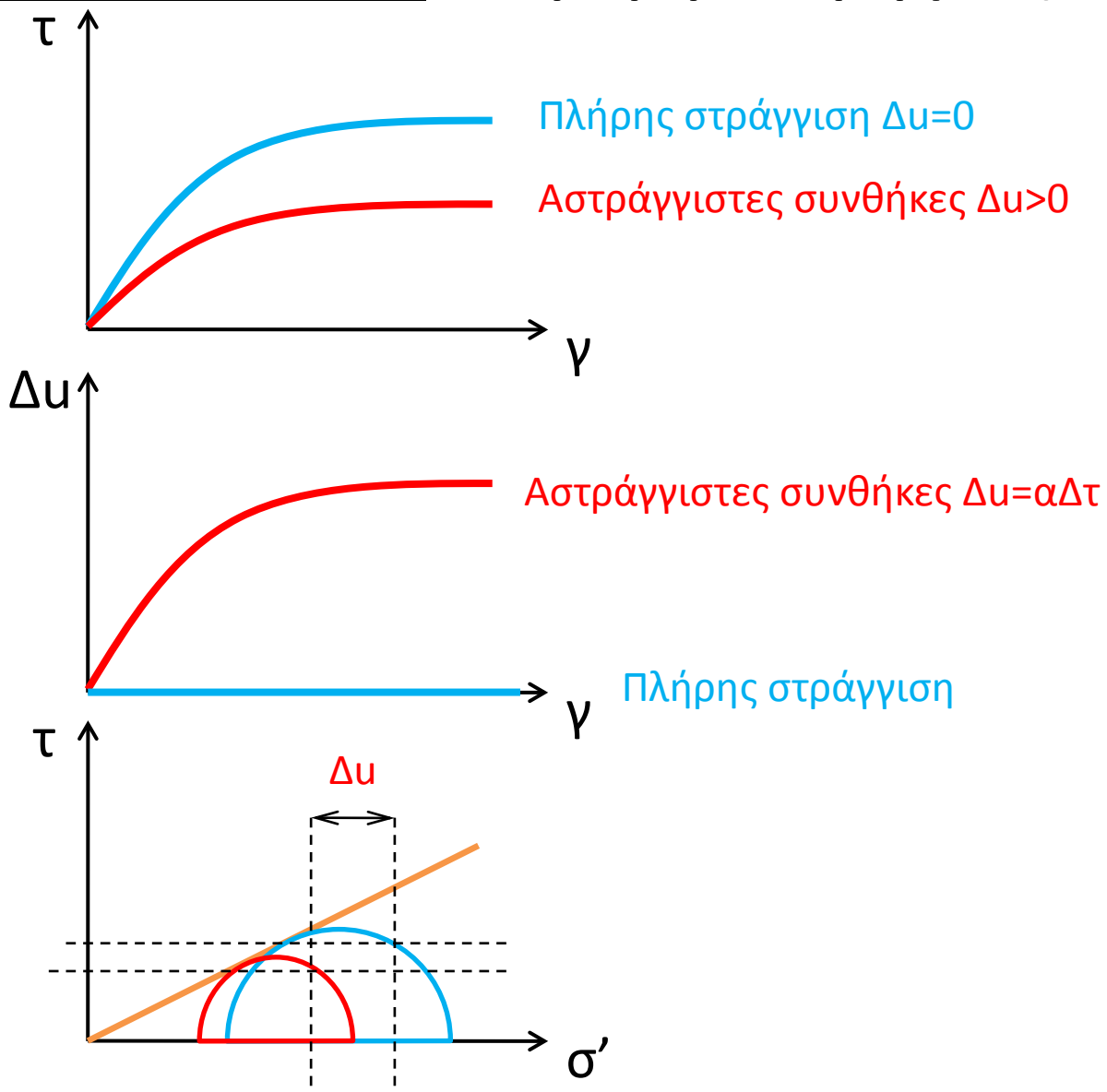
Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες απλής διάτμησης – Απροφόρτιστη άργιλος

Εδαφικό δοκίμιο πλήρως κορεσμένο ύδατος – αδύνατη η διαφυγή του ύδατος από τους πόρους του δοκιμίου

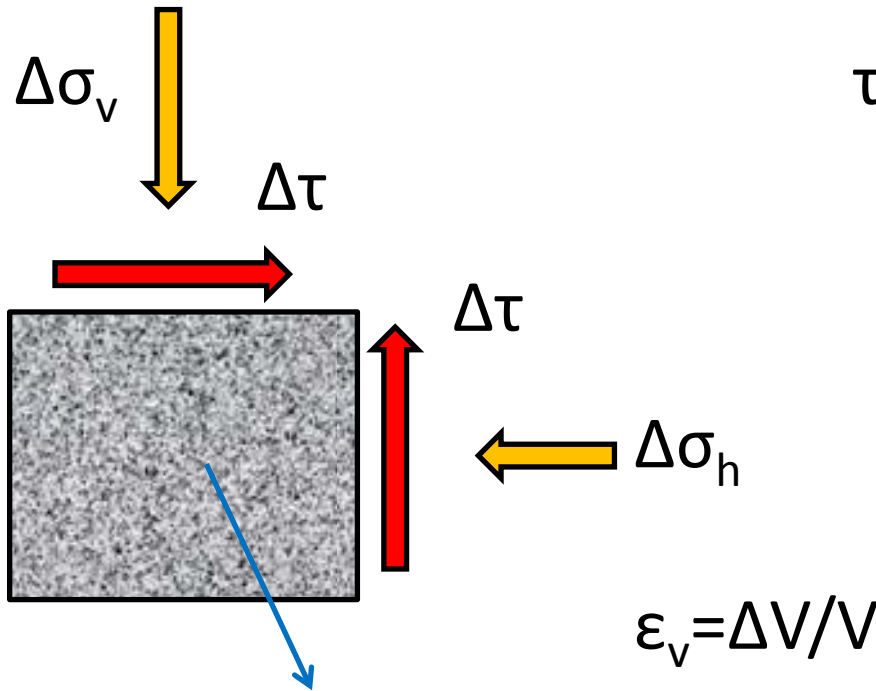


$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta u = 0 \Rightarrow \Delta u = -\Delta\sigma' > 0$$

Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες απλής διάτμησης – Απροφόρτιστη άργιλος

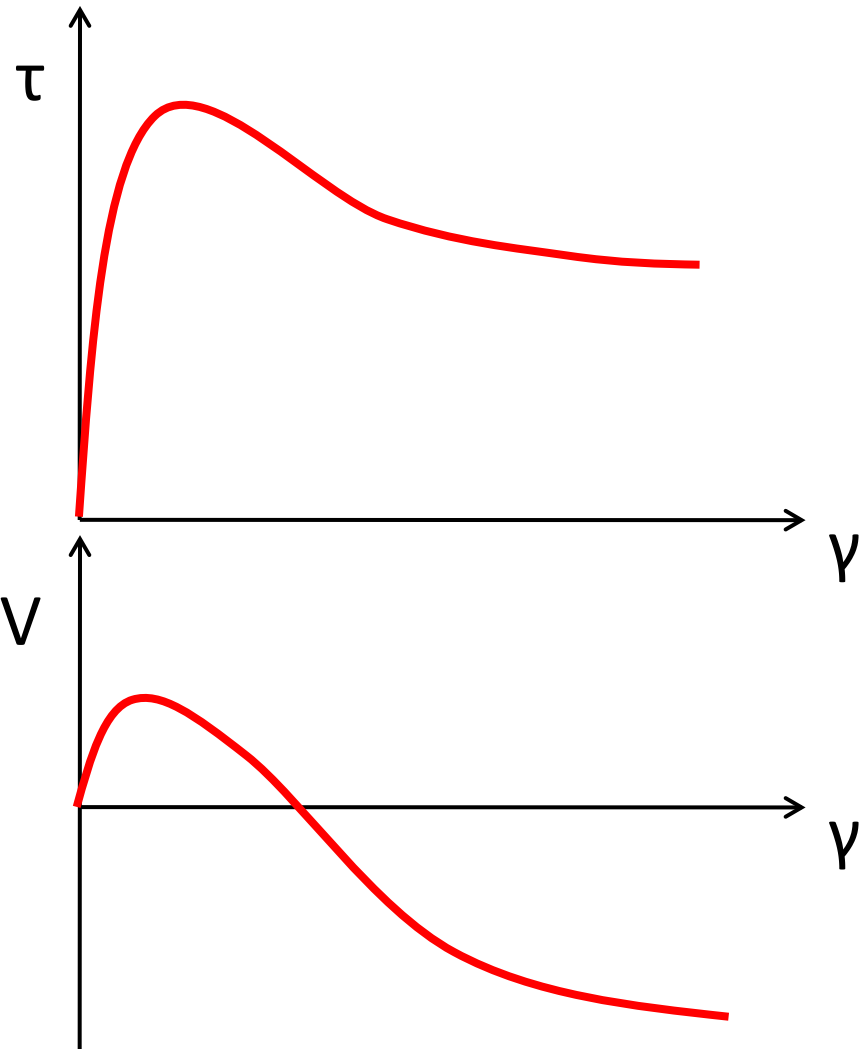


Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες απλής διάτμησης – Προφορτισμένη άργιλος



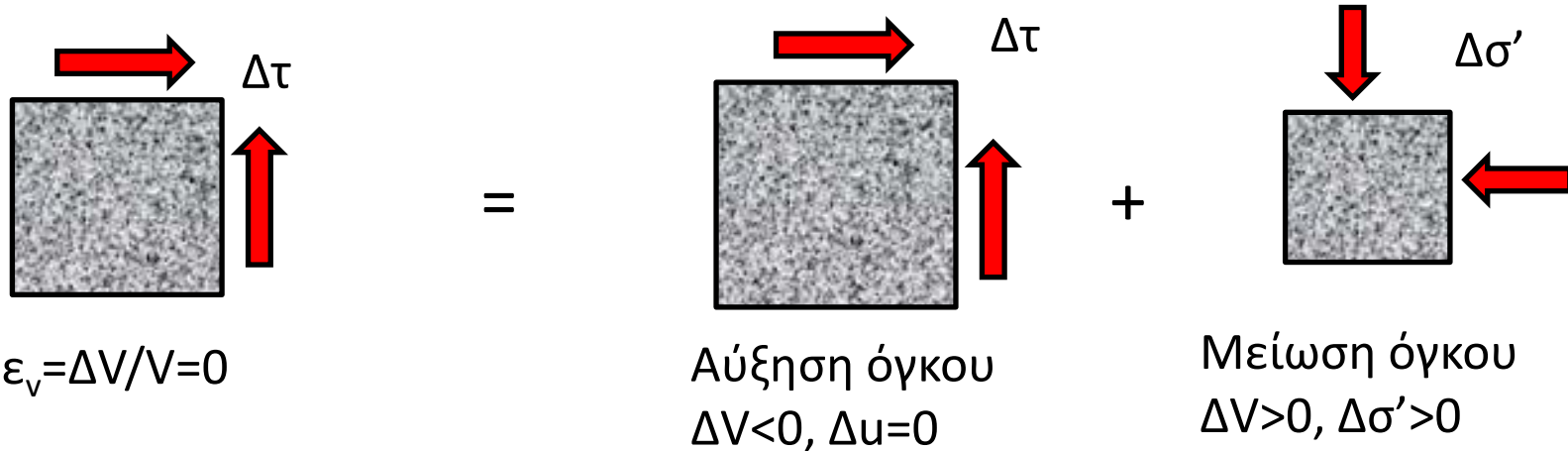
Εδαφικό δοκίμιο πλήρως κορεσμένο ύδατος – ελεύθερη διαφυγή ύδατος από τους πόρους του δοκιμίου

$$\varepsilon_v = \Delta V / V$$



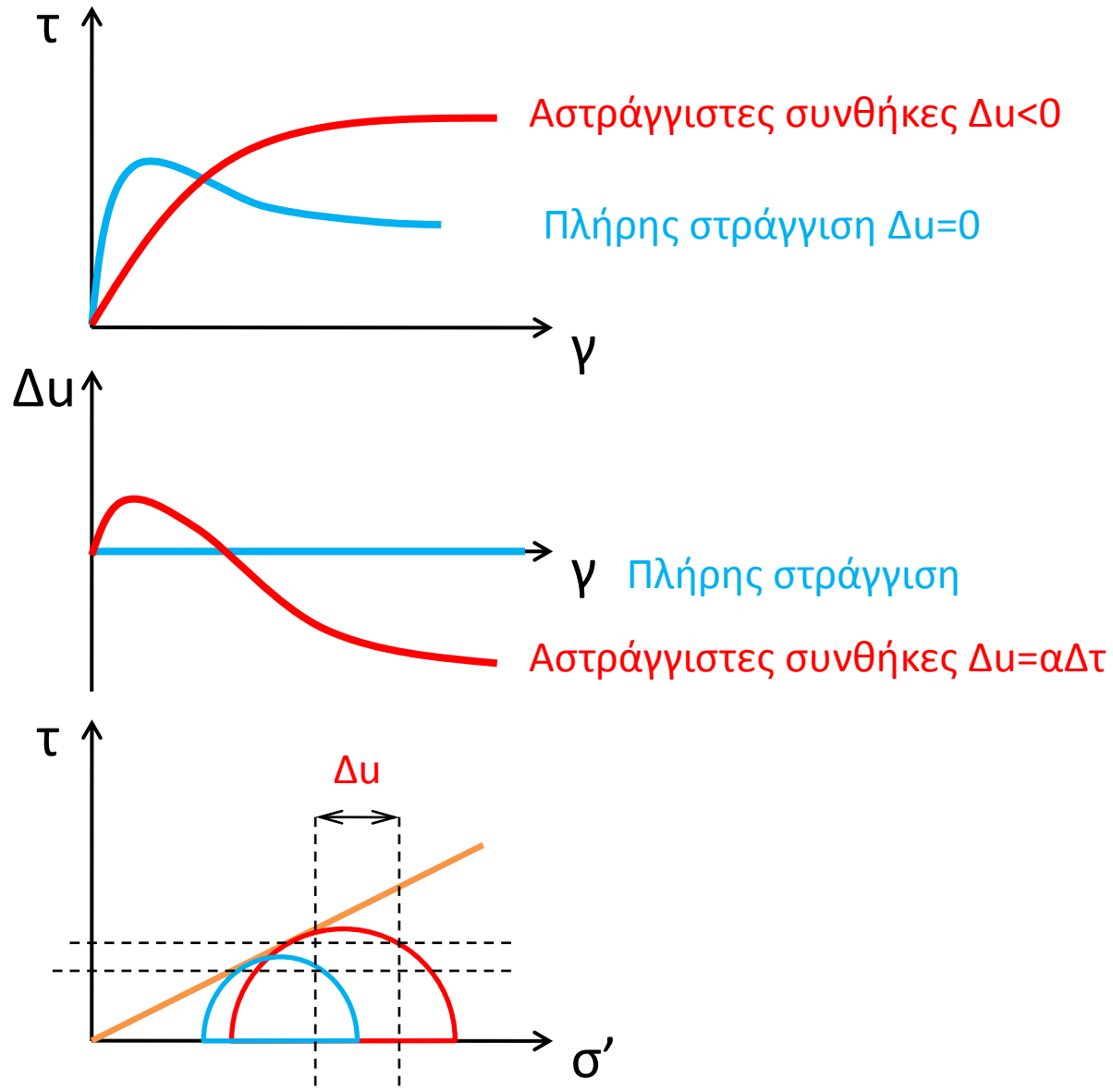
Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες απλής διάτμησης – Προφορτισμένη άργιλος

Εδαφικό δοκίμιο πλήρως κορεσμένο ύδατος – αδύνατη η διαφυγή του ύδατος από τους πόρους του δοκιμίου

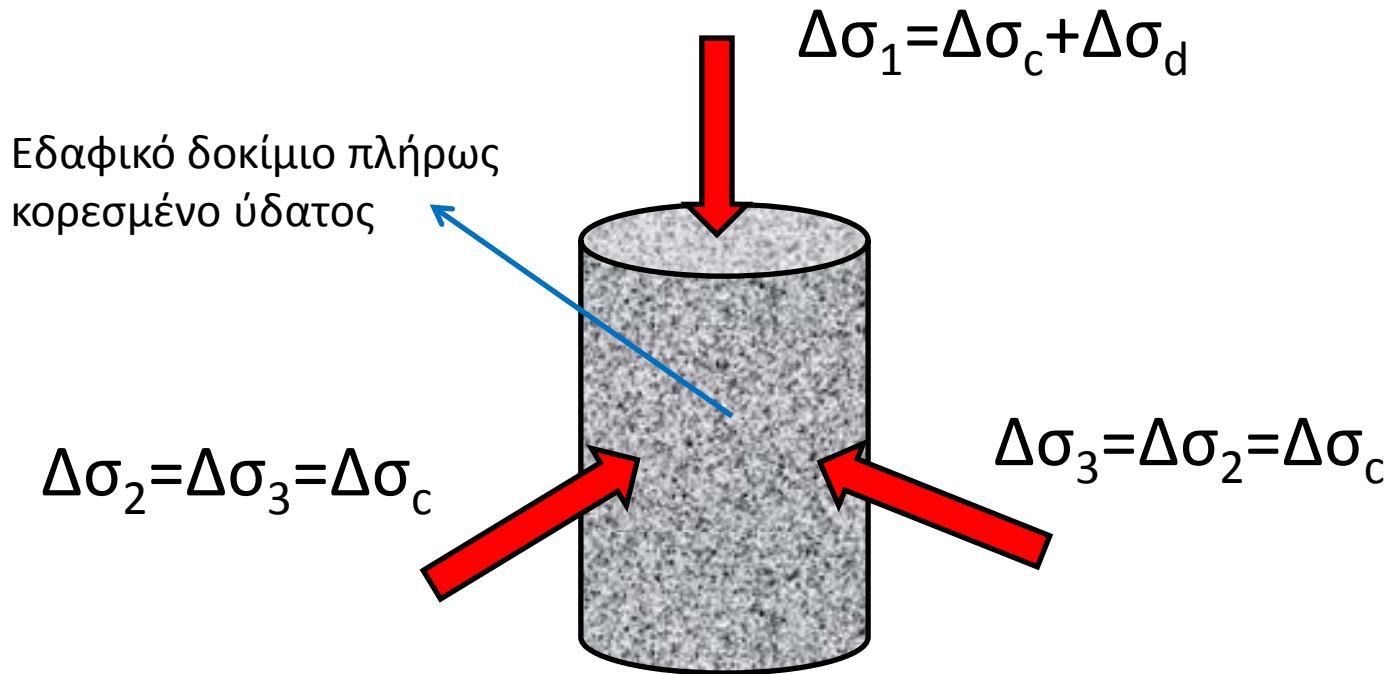


$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta u = 0 \Rightarrow \Delta u = -\Delta\sigma' < 0$$

Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες απλής διάτμησης – Προφορτισμένη άργιλος



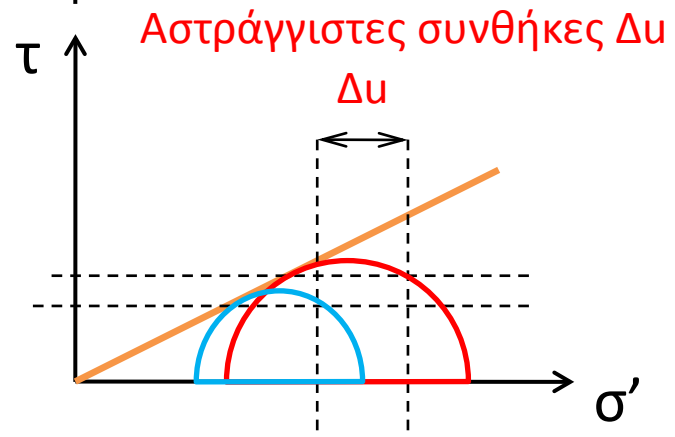
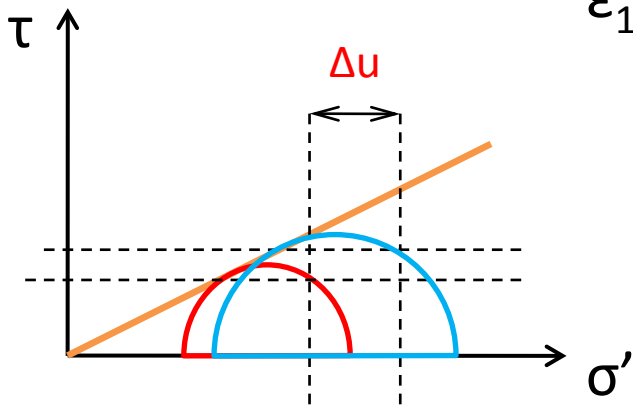
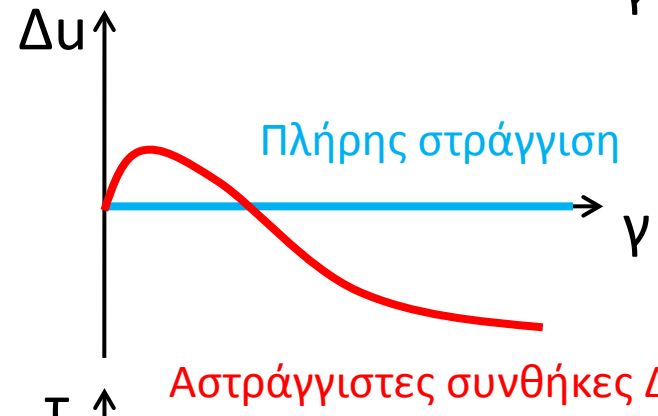
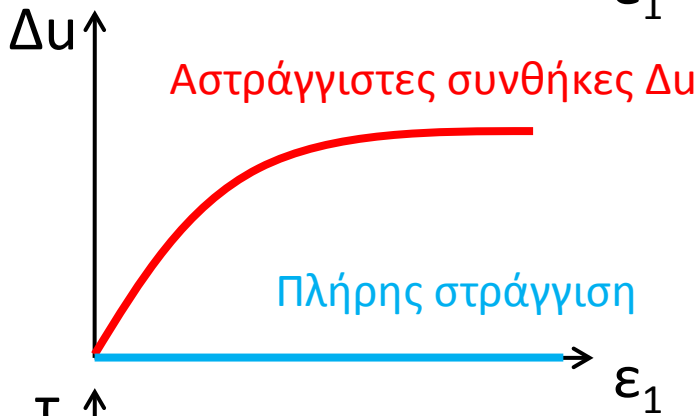
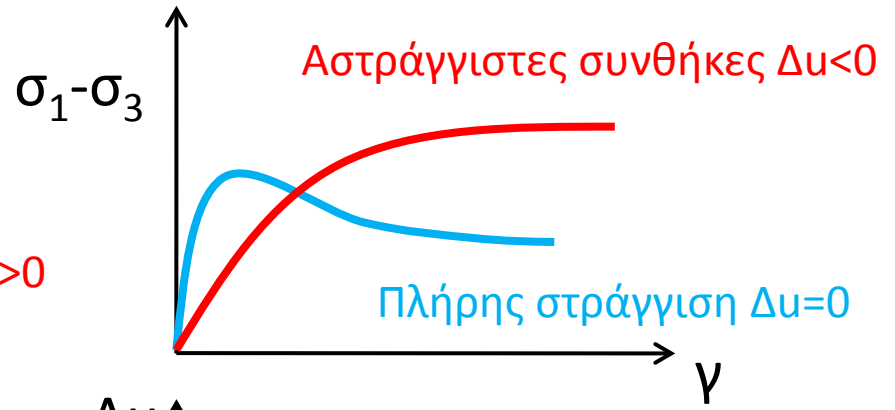
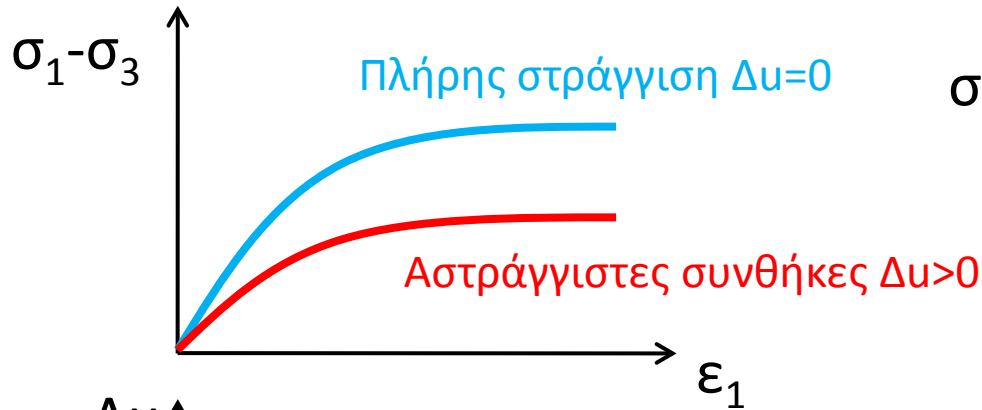
Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες τριαξονικής θλίψης



$$\Delta u = \Delta\sigma_c + A\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$A = f(\epsilon_1, OCR)$$

Ανάπτυξη υδατικών υπερπίεσεων υπό συνθήκες τριαξονικής θλίψης – Χαλαρή/Πυκνή άμμος



Ανάπτυξη υδατικών υπερπιέσεων υπό συνθήκες τριαξονικής θλίψης

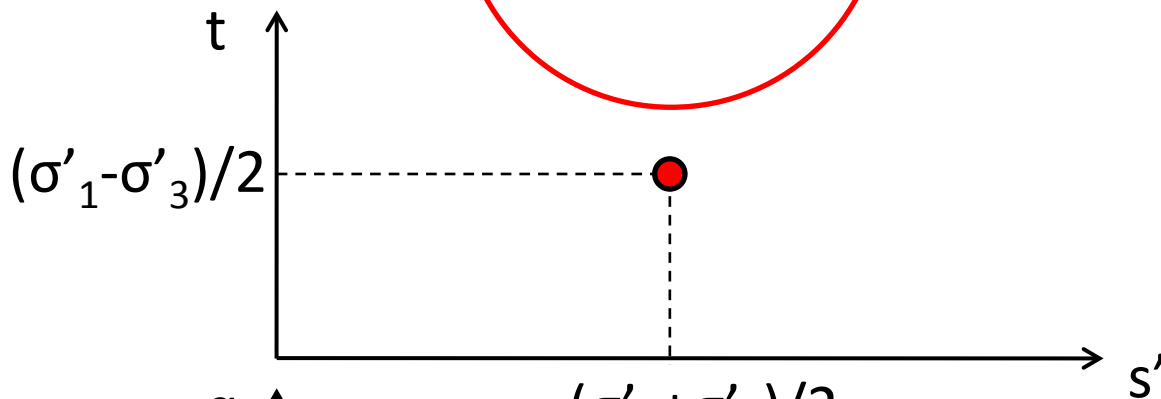
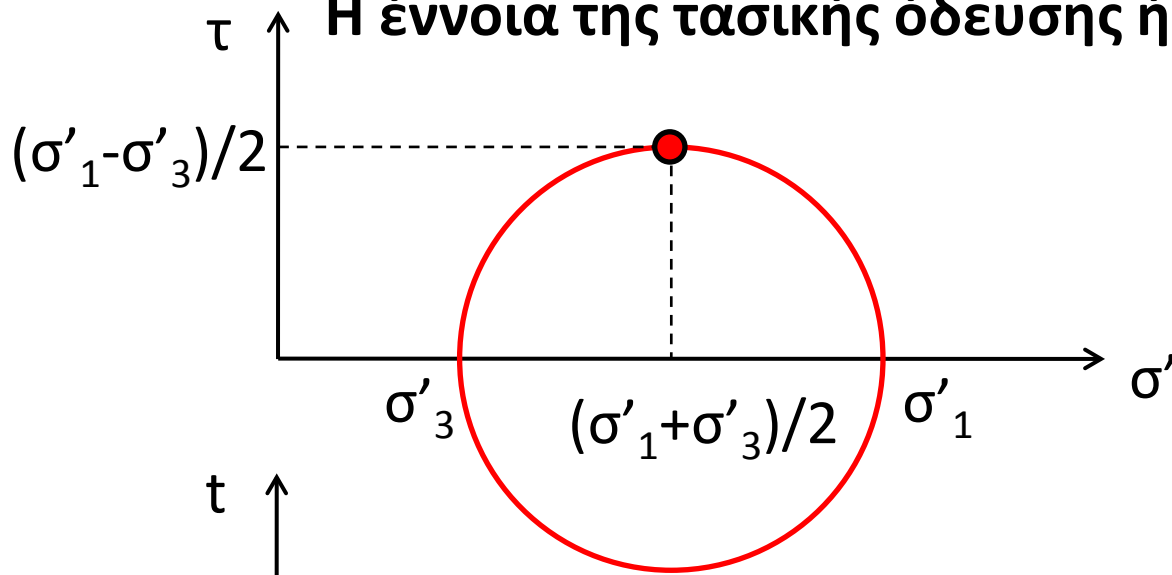
Παράμετρος A

Μικρές παραμορφώσεις, ισότροπη ελαστικότητα:

$$A = \frac{\Delta u - \Delta \sigma_3}{\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3} \approx \frac{1}{3}$$

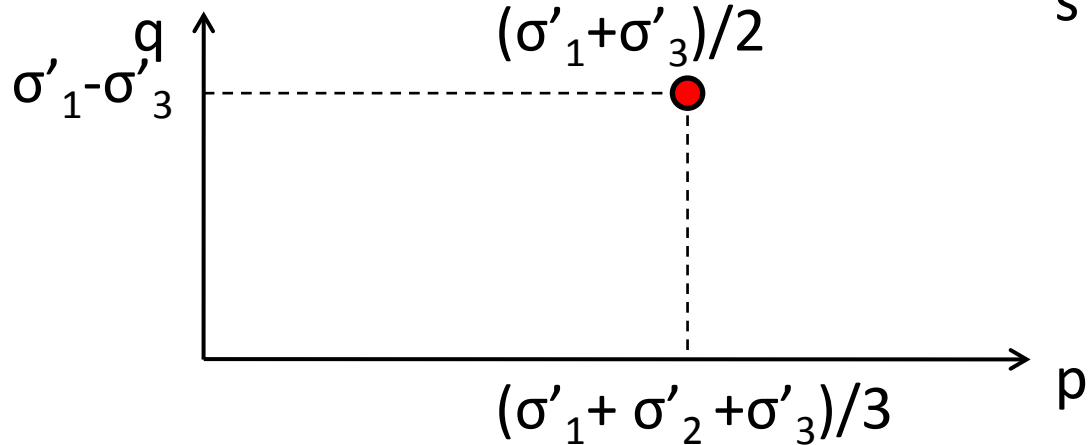
$$\Delta u = \Delta \sigma_{oct} = \frac{1}{3} (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3)$$

Η έννοια της τασικής όδευσης ή διαδρομή των τάσεων



$$t = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_2}{2}$$

$$s' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2}$$

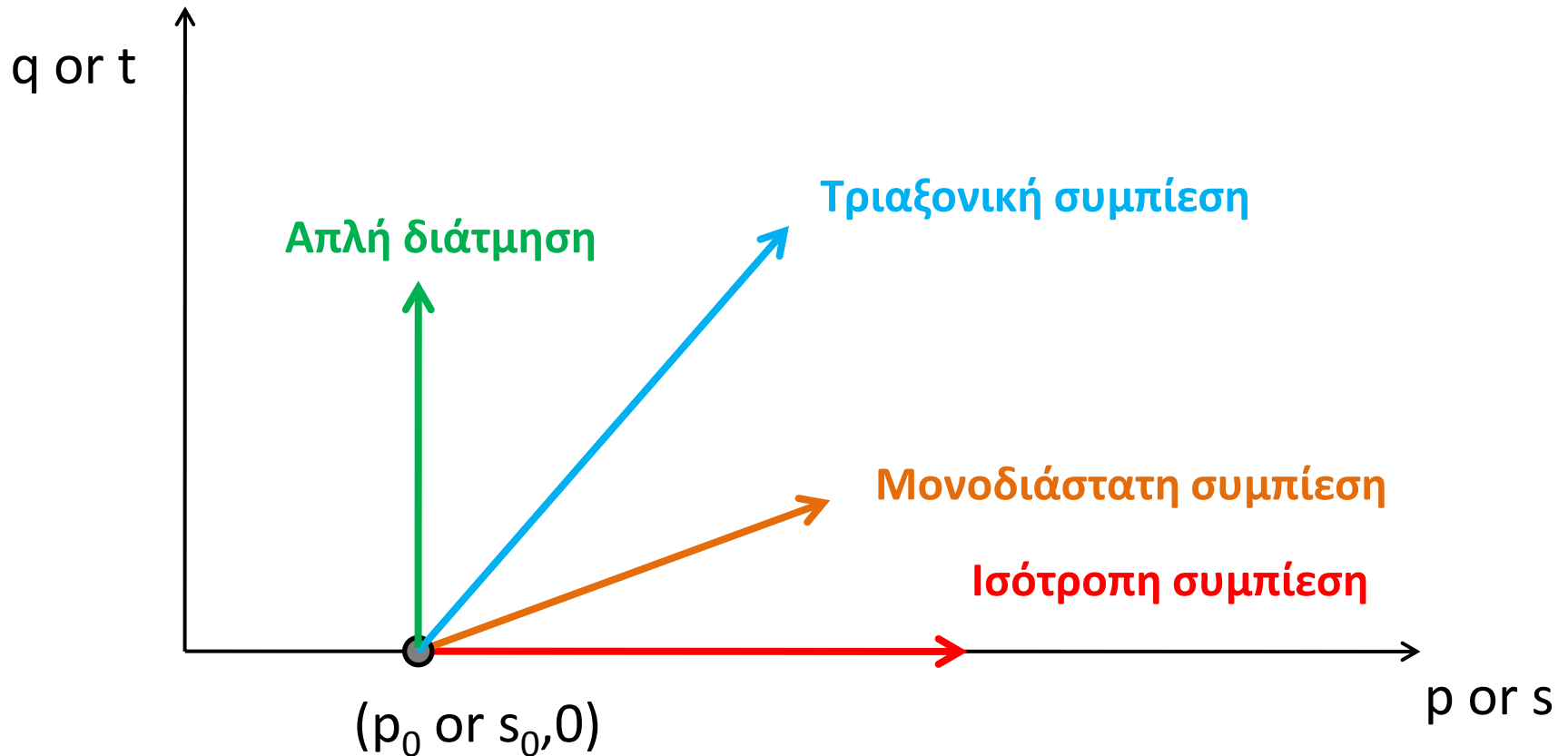


$$q = \sigma'_1 - \sigma'_2$$

$$p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3}$$

Παραδείγματα ολικών τασικών οδεύσεων

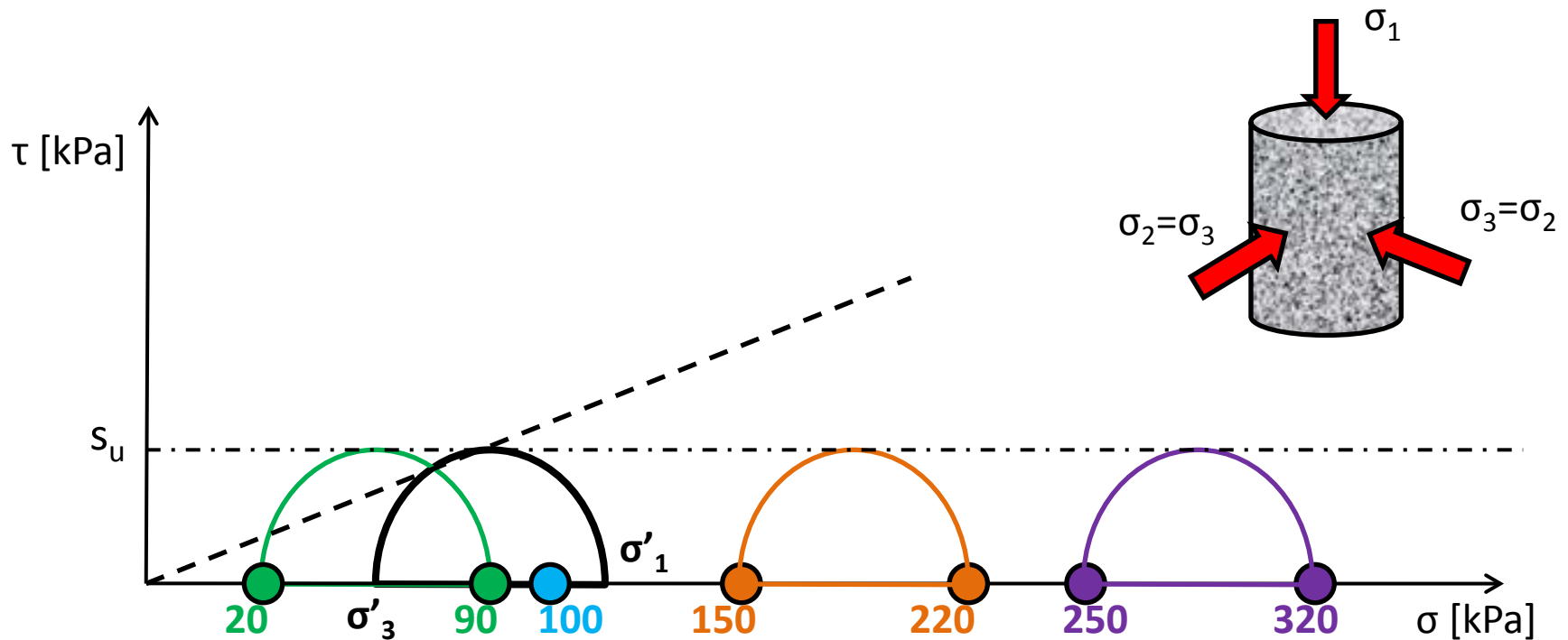
ΑΣΚΗΣΗ: Βρείτε την κλίση των ολικών (dq/dp) και ενεργών (dq/dp') τασικών οδεύσεων για τις κάτωθι εντατικές καταπονήσεις.



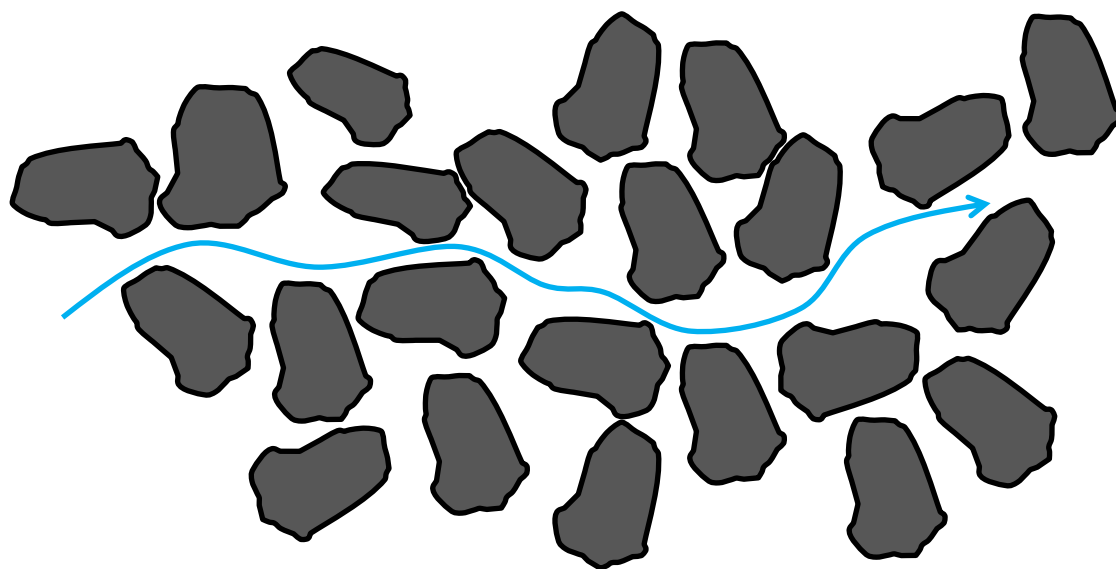
Αστράγγιστη διατμητική αντοχή – η έννοια της « $\phi=0$ »

3 εδαφικά δοκίμια πλήρως κορεσμένα ύδατος.

- **Αρχική** εντατική κατάσταση και για τα 3 δοκίμια: $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=100\text{kPa}$, $u=0\text{kPa}$.
- Επιβολή **ισότροπης συμπίεσης/εμφελκυσμού** σε αστράγγιστες συνθήκες:
 $\Delta\sigma_{c1}=-80\text{kPa}$, $\Delta\sigma_{c2}=50\text{kPa}$, $\Delta\sigma_{c3}=150\text{kPa}$.
- Επιβολή **τριαξονικής θλίψης** μέχρι αστοχία δοκιμίου. $\Delta\sigma_d=70\text{kPa}$.



Υδατική ροή διαμέσου του εδάφους

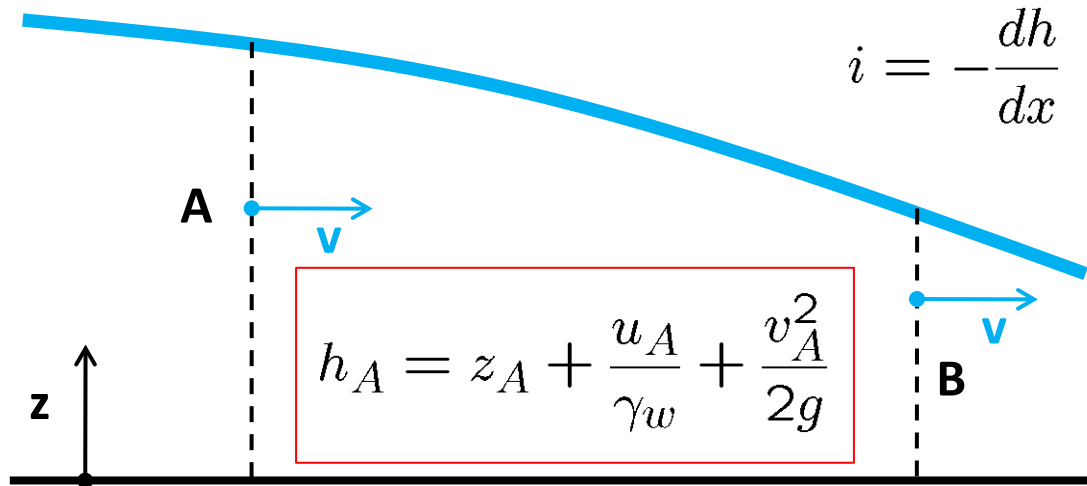


Εδάφη: **Διαπερατοί** σχηματισμοί με **ανοικτό πορώδες** το οποίο δημιουργεί **συνεχείς διόδους** ροής ρευστού.

Η μελέτη της υδατικής ροής διάμεσω εδαφών μας ενδιαφέρει στον **υπολογισμό των παροχών διαρροής**, π.χ. φράγματα, καταβιβασμό υπόγειου υδροφορέα, στον **υπολογισμό της χρονικής εξέλιξης καθιζήσεων** και στον **υπολογισμό των ενεργών τάσεων & αντοχής** σε ευστάθεια πρανών, υποσκαφές, αντίστηρίξεις.

Υπενθύμιση από τη Μηχανική των ρευστών...

υδραυλική κλίση



Παραδοχές:

(α) Μόνιμη ροή

(β) Ασυμπίεστο ρευστό

h_A : ολικό ύψος

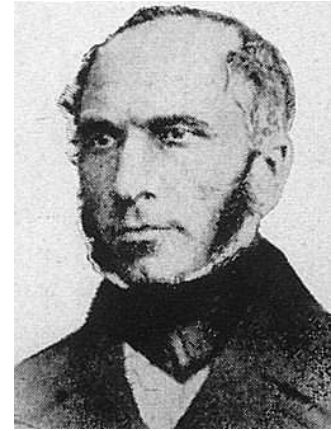
z_A : γεωμετρικό ύψος

$\frac{u_A}{\gamma_w}$: πιεζομετρικό ύψος

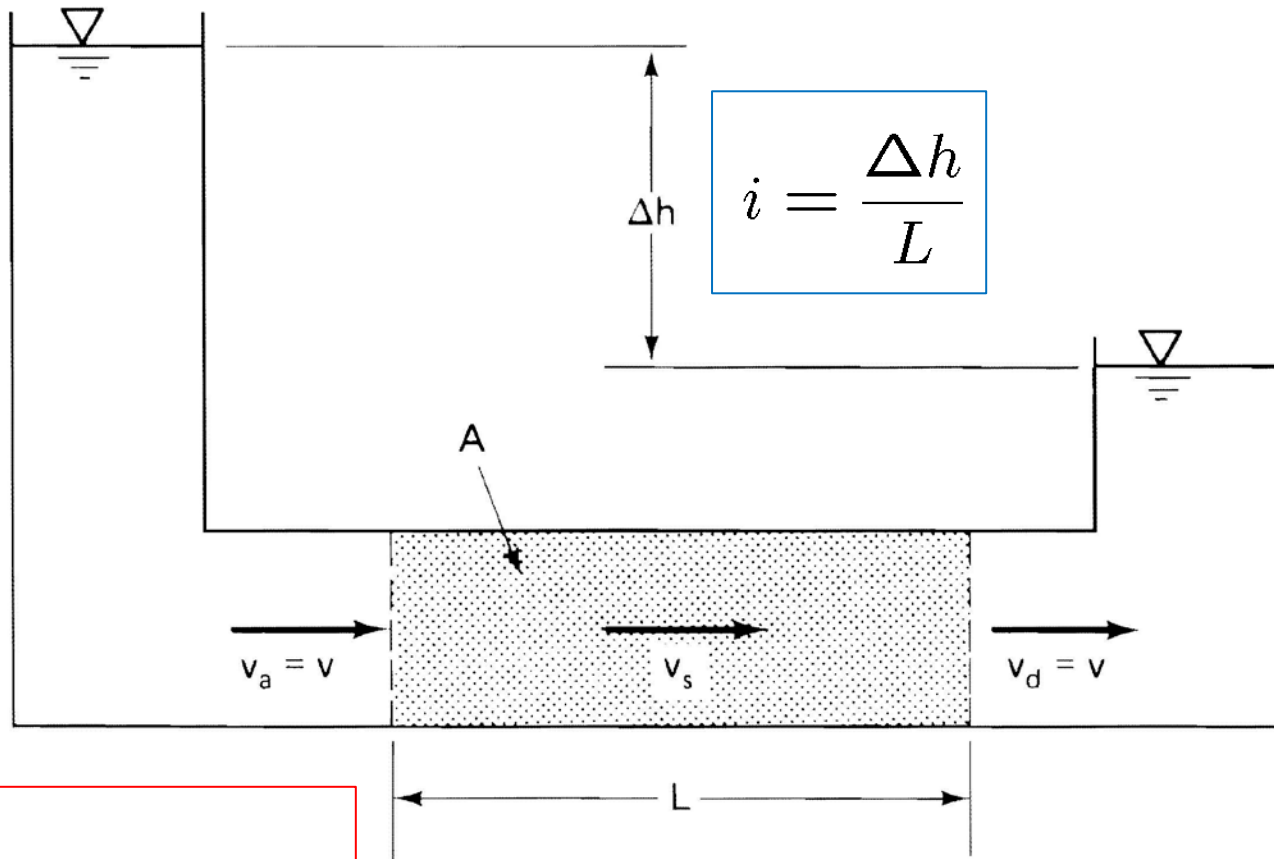
$\frac{v_A^2}{2g}$: ύψος ταχύτητας

$$h_A = h_B + h_f \Rightarrow z_A + \frac{u_A}{\gamma_w} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{u_B}{\gamma_w} + \frac{v_B^2}{2g} + h_f$$

Ο νόμος του Henry D' Arcy



Henry Darcy, 1803-1858

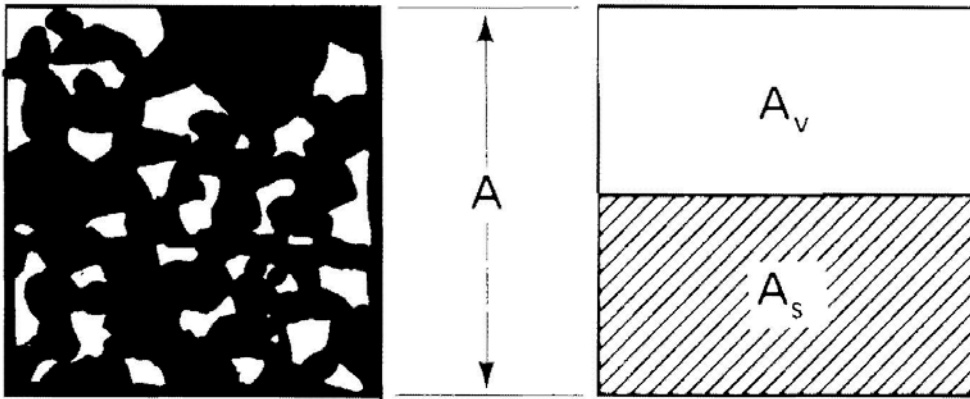


$$i = \frac{\Delta h}{L}$$

$$v = ki$$

$$q = vA = kiA = k \frac{\Delta h}{L} A$$

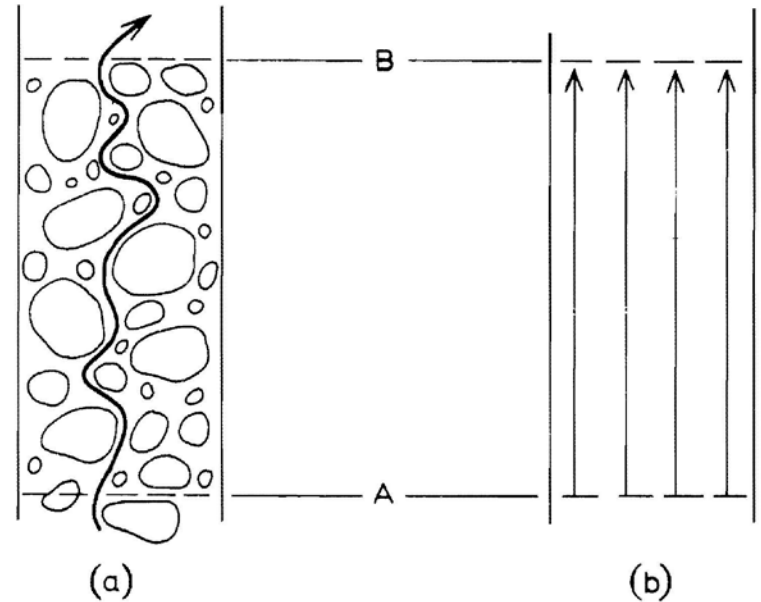
k := Συντελεστής διαπερατότητας ή
διαπερατότητα [m/sec]



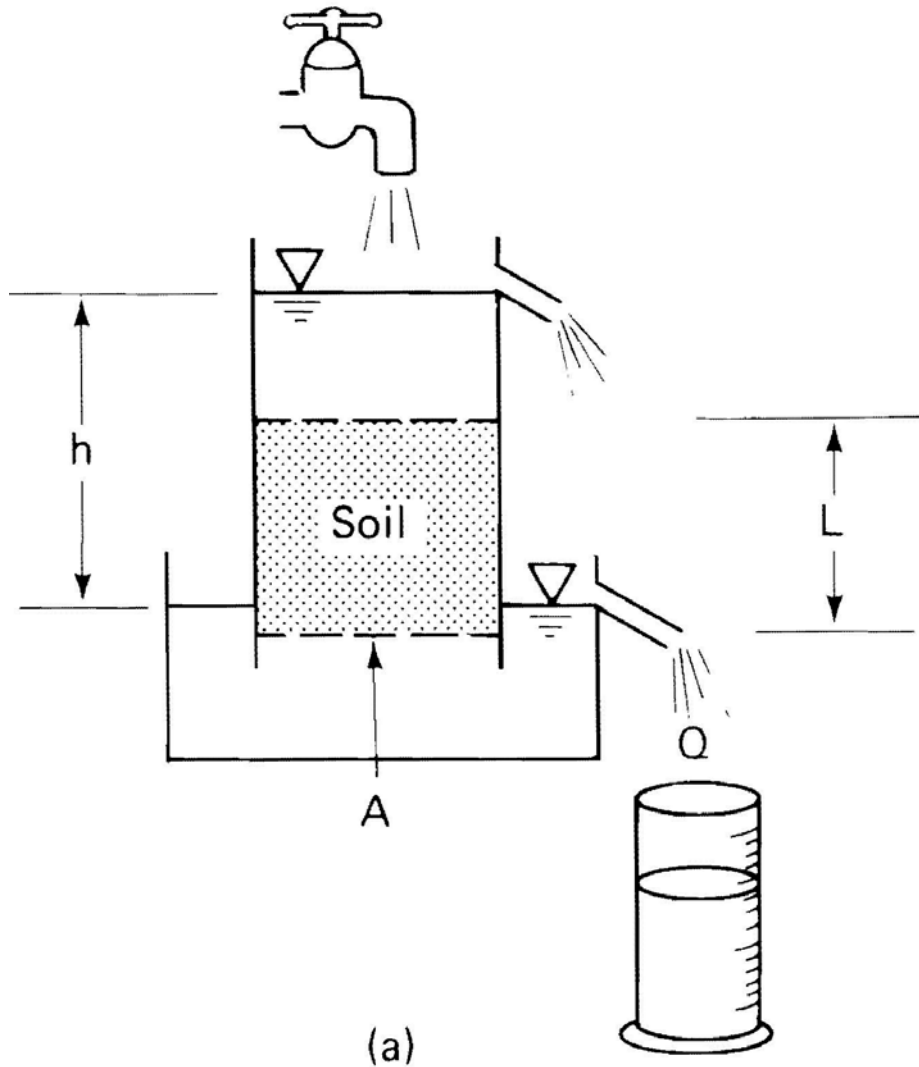
$$v = \frac{q}{A}$$

$$v_s = \frac{q}{A_v}$$

$$v_s = \frac{Q}{A_v} = \frac{Q}{nA} = \frac{v}{n} > v (n < 1)$$

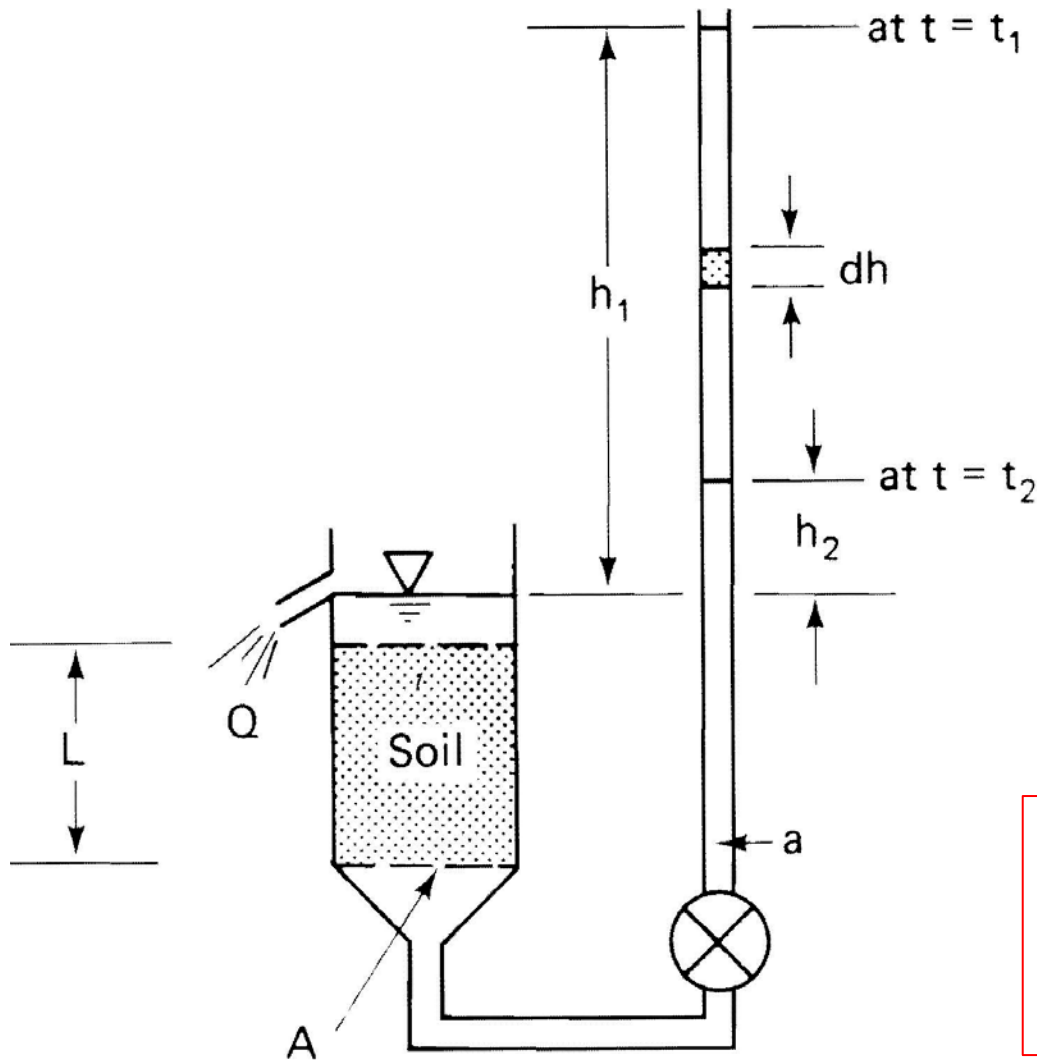


Μέτρηση διαπερατότητας μέσω δοκιμής **σταθερού** υδραυλικού φορτίου



$$k = \frac{Q \cdot L}{A \cdot h}$$

Μέτρηση διαπερατότητας μέσω δοκιμής **μεταβαλλόμενου** υδραυλικού φορτίου



$$k = \frac{a \cdot L}{A \cdot \Delta t} \ln \frac{h_1}{h_2}$$

Εμπειρικές σχέσεις υπολογισμού διαπερατότητας

Hazen (1911)

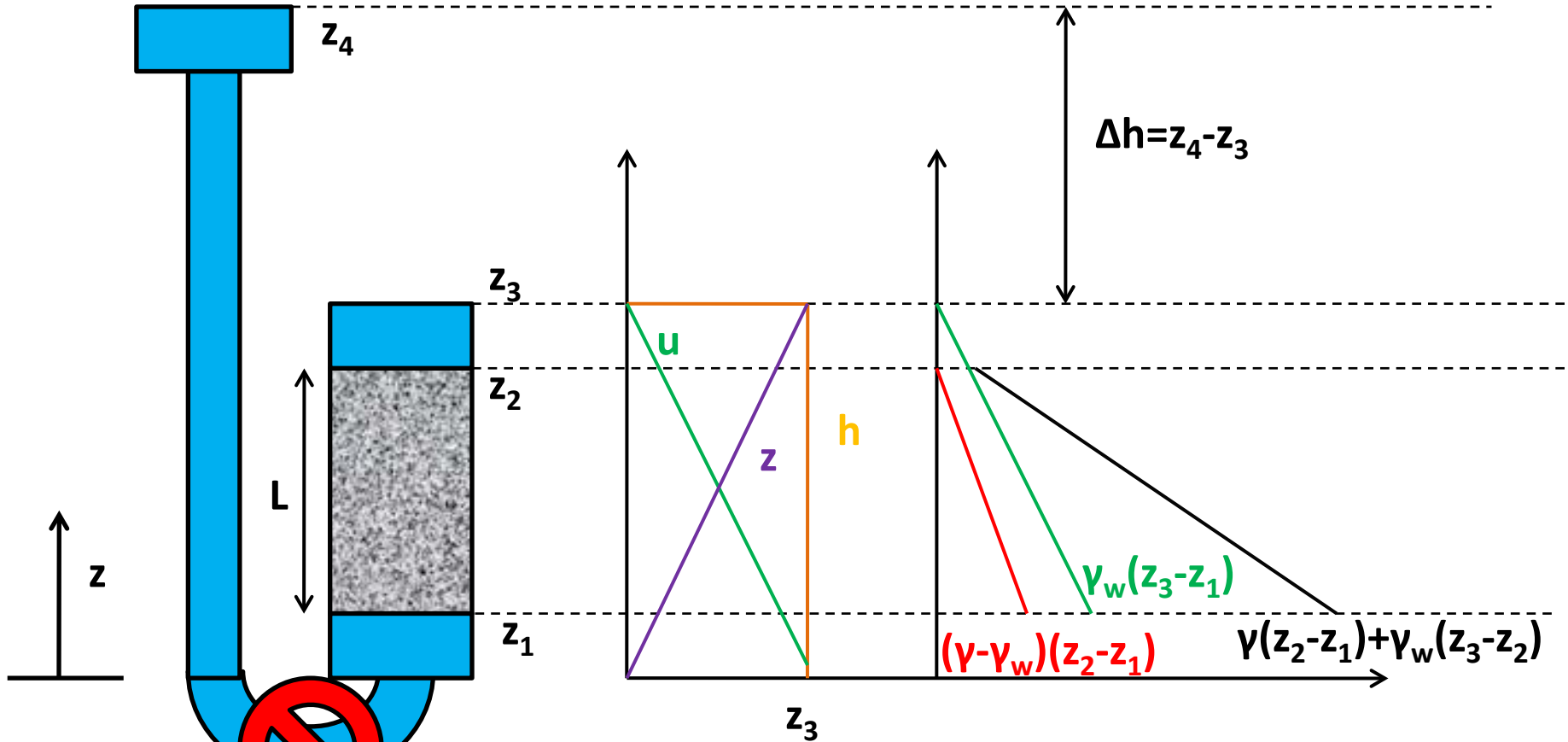
$$k[cm/s] = 100D_{10}^2 \geq 10^{-3}cm/s$$
$$0.01cm \leq D_{10} \leq 0.3cm$$

Karman-Kozeny (1927)

$$k = \frac{\rho_w \cdot g}{5f \cdot \eta_w \cdot S^2} \cdot \frac{e^3}{1 + e}$$

- ρ_w : πυκνότητα ύδατος ($\approx 1\text{gr/cm}^3$)
 g : επιτάχυνση βαρύτητας ($\approx 10\text{m/s}^2$)
 f : συντελεστής σχήματος κόκκου
 S : ειδική επιφάνεια κόκκου ($= A_s/V_s$)
 η_w : ιξώδες ύδατος ($\approx 10^{-6}\text{kPa} \cdot \text{s}$)
 e : ιξώδες ύδατος: δείκτης πόρων

Μεταβολή ενεργών τάσεων λόγω υδατικής ροής



Βαλβίδα κλειστή
Υδροστατικές συνθήκες

$$\begin{aligned} \sigma' &= \gamma(z_2 - z_1) + \gamma_w(z_3 - z_2) - \gamma_w(z_3 - z_1) = \\ &= (\gamma - \gamma_w)(z_2 - z_1) = \\ \sigma - u &= \gamma' L \end{aligned}$$

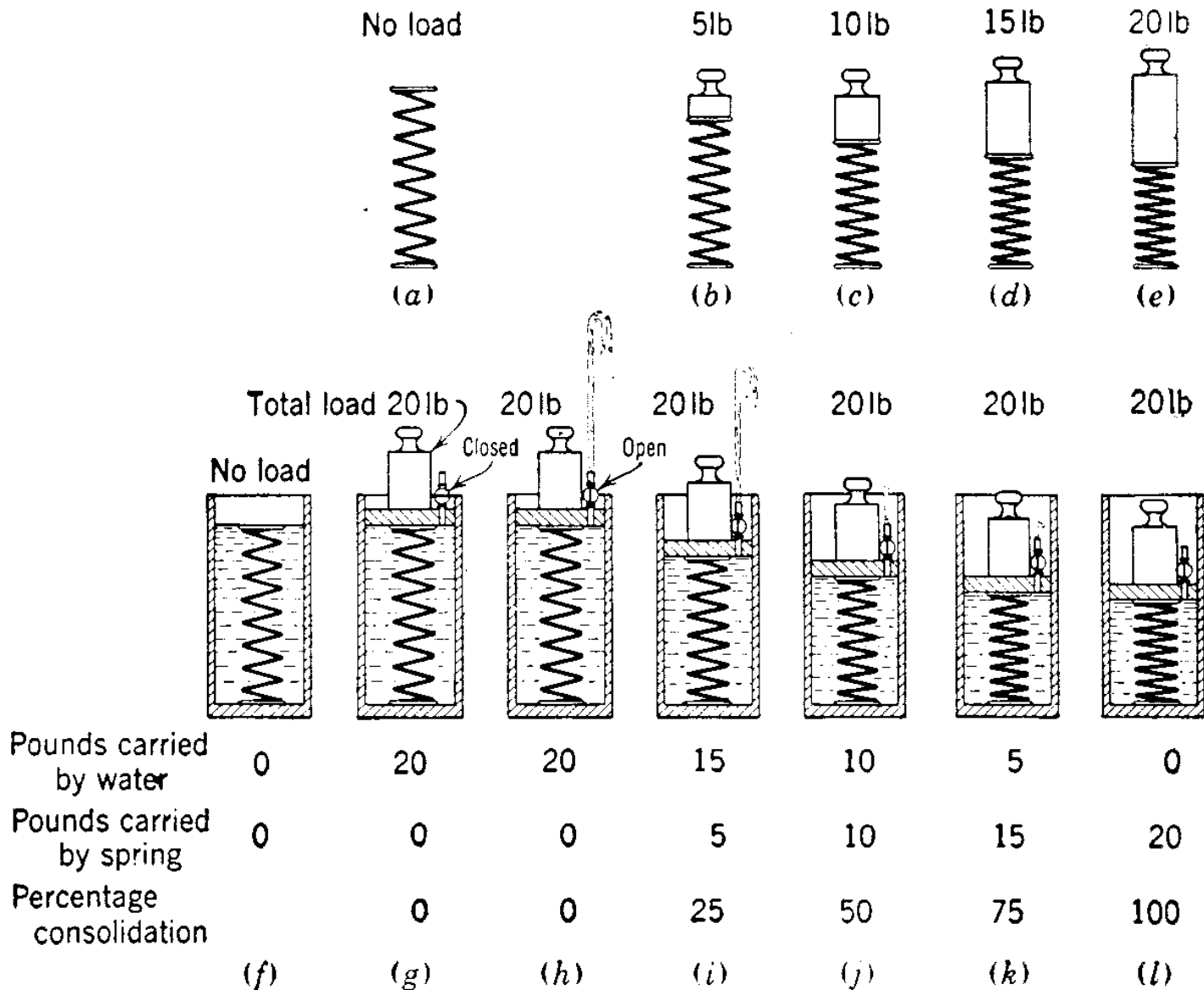
Στερεοποίηση εδαφικού στοιχείου

Διαδικασία κατά την οποία πραγματοποιείται **διαφυγή του ρευστού των πόρων** του εδάφους λόγω **εξωτερικής φόρτισης** και **αύξηση** της συνολικής **αντοχής του υλικού** με **παράλληλη μείωση των κενών του**.

Παράδειγμα από **δοκιμή μονοδιάστατης συμπίεσης**:



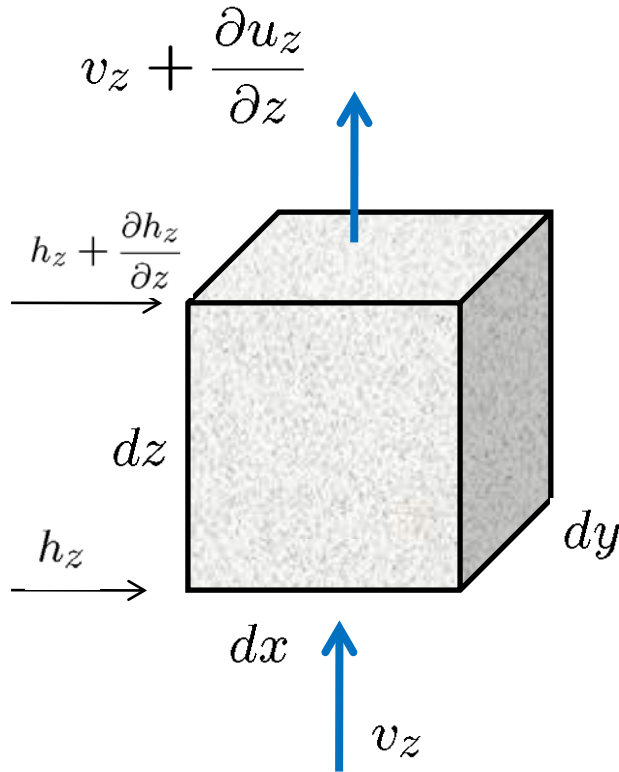
Μηχανικό ανάλογο της διαδικασίας στερεοποίησης



Βασικές παραδοχές θεωρίας μονοδιάστατης στερεοποίησης

- Ομογενές εδαφικό υλικό.
- Πλήρως κορεσμένο εδαφικό υλικό ($S_r=100\%$).
- Ασυμπιεστότητα στερεάς και ρευστής φάσεως (C_s, C_w).
- Μονοδιάστατη συμπίεση, γραμμική σχέση μεταξύ τάσεων και παραμορφώσεων, μικρές παραμορφώσεις ($\sigma_v = D\varepsilon_v$).
- Μονοδιάστατη ροή, νόμος Darcy για υδατική ροή διαμέσω εδάφους ($v = -ki$).
- Εξίσωση συνέχειας ως προς την εισροή-εκροή ρευστού των πόρων.
- Καταστατικός νόμος ενεργών τάσεων κατά Terzaghi ($\sigma = \sigma' + u$).

Εξίσωση μονοδιάστατης στερεοποίησης



$$\frac{\partial \sigma'_z}{\partial t} = \frac{\partial (\sigma_z - u)}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$v_z = -k \frac{\partial h_z}{\partial z}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \cdot dx dy = -k \frac{\partial^2 h_z}{\partial z^2} \cdot (dx dy dz)$$

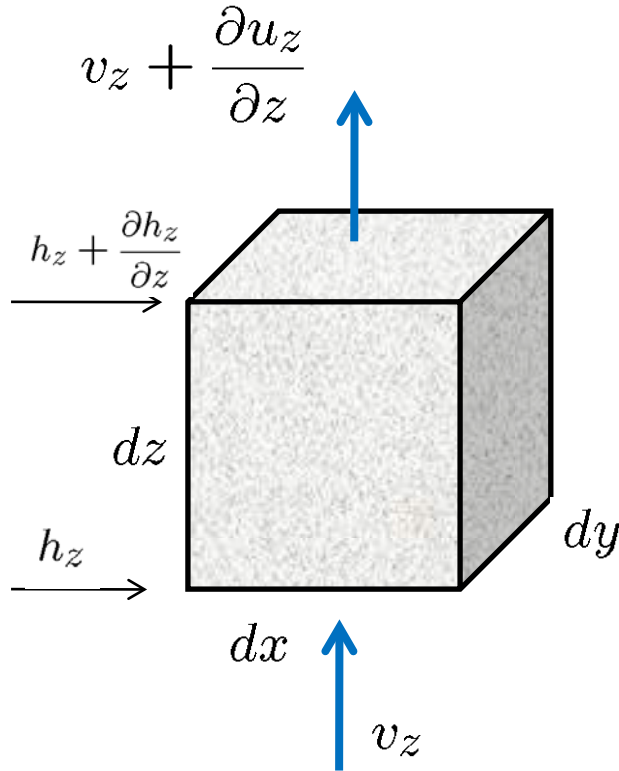
$$\epsilon_v = \frac{dV}{V} = \frac{d\sigma'_z}{D} \Rightarrow dV = \frac{d\sigma'_z}{D} \cdot (dx dy dz) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{D} \cdot \frac{\partial \sigma'_z}{\partial t} \cdot (dx dy dz)$$

$$h_z = h_{geom} + \frac{u + u_0}{\gamma_w}$$

$$\frac{\partial^2 h_z}{\partial z^2} = \frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Εξίσωση μονοδιάστατης στερεοποίησης

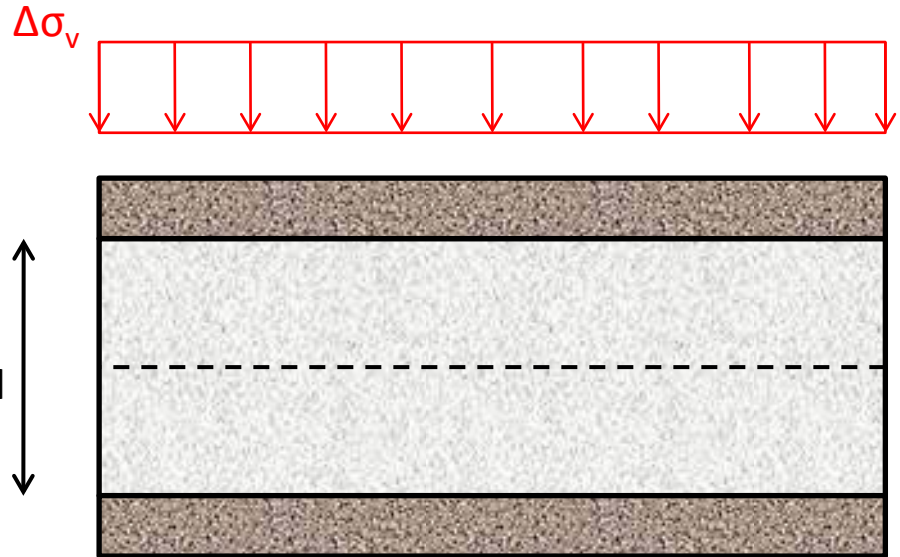


$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2}$$

Συντελεστής στερεοποίησης c_v

$$c_v = \frac{D \cdot k}{\gamma_w} = \frac{k}{m_v \cdot \gamma_w} \quad [c_v] = [m^2/s]$$

Επίλυση της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης



$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2}$$

Αναζήτηση λύσης της μορφής:
 $u(z, t) = F(z) G(t)$

Αρχικές συνθήκες ($t=0$):
 $u(z, 0) = \Delta\sigma_v$

Συνοριακές συνθήκες ($t>0$):
 $u(0, t) = u(2H, t) = 0$

Επίλυση της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2}$$

$$u(z, t) = F(z) \cdot G(t)$$

$$\frac{F''(z)}{F(z)} = \frac{1}{c_v} \cdot \frac{G'(t)}{G(t)} = -A^2 = ct$$

$$F(z) = C_1 \cos(Az) + C_2 \sin(Az)$$

$$G(t) = C_3 \exp(-A^2 c_v t)$$

$$u(z, t) = \exp(-A^2 c_v t) \cdot (C_4 \cos(Az) + C_5 \sin(Az))$$

$$u(0, t) = 0 \Rightarrow C_4 = 0$$

$$u(2H, t) = 0 \Rightarrow C_5 \cdot \sin(2AH) = 0 \Rightarrow A = \frac{n\pi}{2H}$$

Επίλυση της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2}$$

$$u(z, t) = C_5 \cdot \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 c_v t}{4H^2}\right) \cdot \sin \frac{n\pi z}{2H}$$

Η αρχική συνθήκη για $t=0$ δεν μπορεί να ισχύσει!!!

$$u(z, 0) \neq \Delta \sigma_v, n = 1, 2, 3, \dots$$

Επίλυση της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης

$$u(z, t) = \sum_1^n F_n(z)G(t)$$

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n \sin \frac{n\pi z}{2H} \exp -\frac{n^2\pi^2 c_v t}{4H^2} \right)$$

Η αρχική συνθήκη για t=0 μπορεί τώρα να ισχύσει!!!

$$u(z, 0) = \Delta\sigma_v = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n \sin \frac{n\pi z}{2H} \right) \Rightarrow$$

$$C_n = \frac{1}{H} \int_0^{2H} \Delta\sigma_v \sin \frac{n\pi z}{2H} dz = \frac{2}{n\pi} \Delta\sigma_v (1 - \cos(n\pi))$$

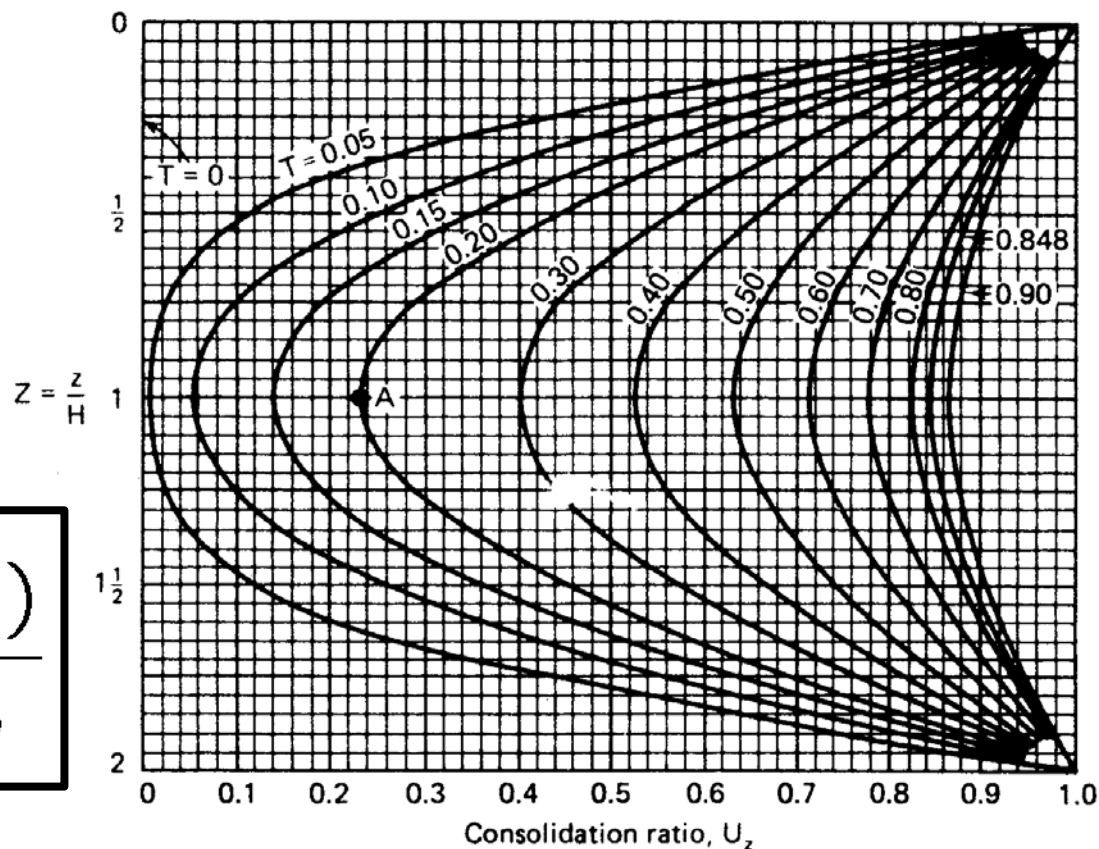
Η λύση της εξίσωσης μονοδιάστατης στερεοποίησης

$$u(z, t) = \Delta\sigma_v \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{M} \cdot \sin \frac{M \cdot z}{H} \cdot e^{-M^2 T_v} \right)$$

$$M = \frac{(2m + 1)\pi}{2}$$

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2}$$

$$U_z = 1 - \frac{u(z, t)}{\Delta\sigma_v}$$



Χρονική εξέλιξη καθίζησης στην επιφάνεια

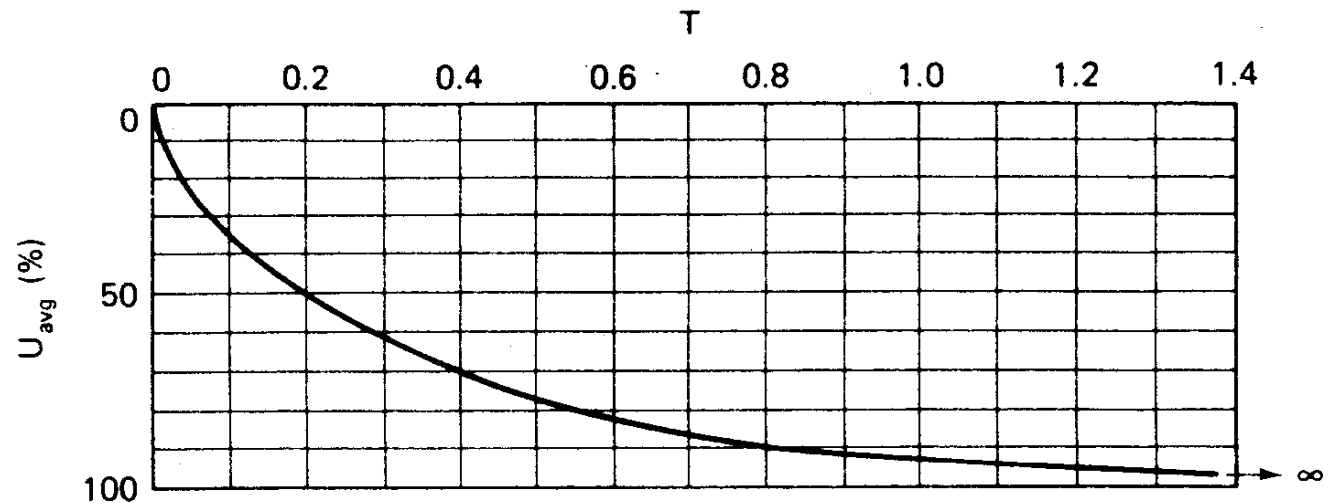
□ Καθίζηση στο τέλος της στερεοποίησης

$$\delta_{\infty} = 2H \cdot \frac{\Delta\sigma'_v}{D} = 2H \cdot \frac{\Delta\sigma_v - \Delta u}{D} = 2H \cdot \frac{\Delta\sigma_v}{D} = 2H \cdot m_v \cdot \Delta\sigma_v$$

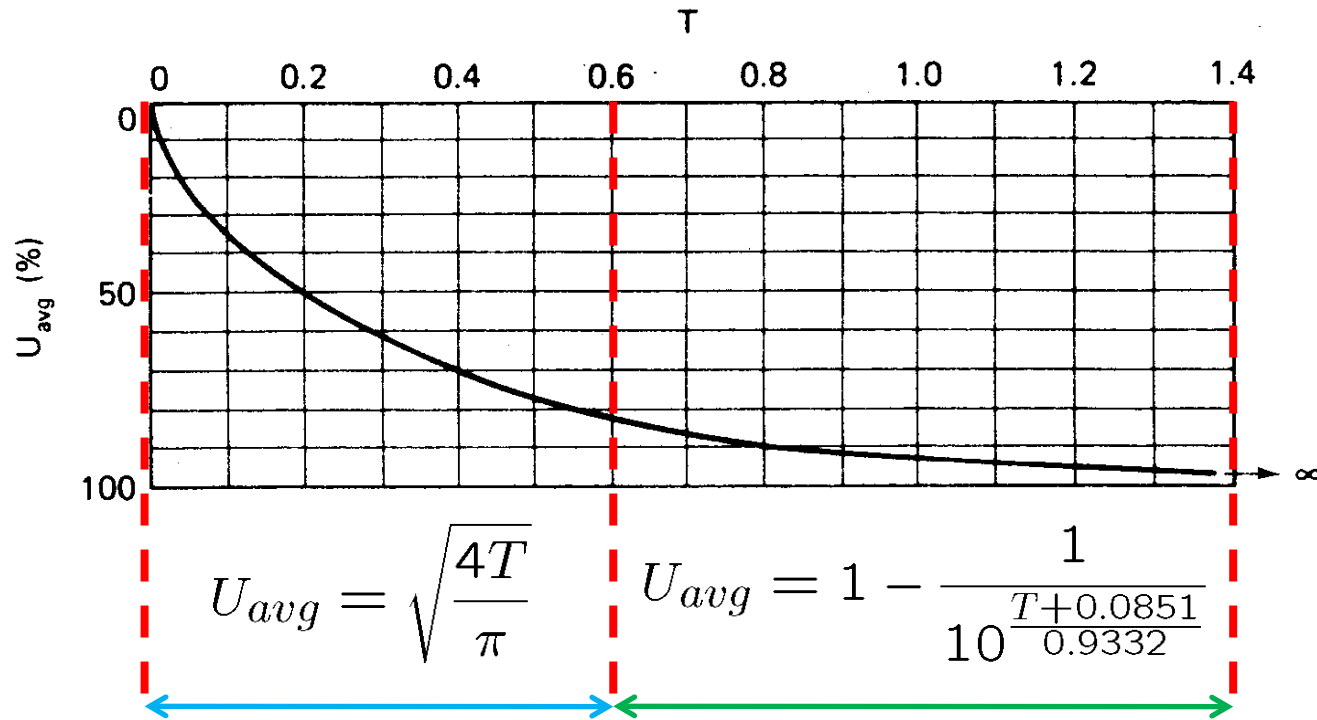
□ Καθίζηση μετά από χρόνο t από την εφαρμογή της φόρτισης

$$\delta_t = \int_0^{2H} m_v \sigma'_v dz = \int_0^{2H} m_v (\sigma_v - u) dz = \delta_{\infty} - \int_0^{2H} m_v u dz$$

$$U_{avg} = \frac{\delta_t}{\delta_{\infty}}$$



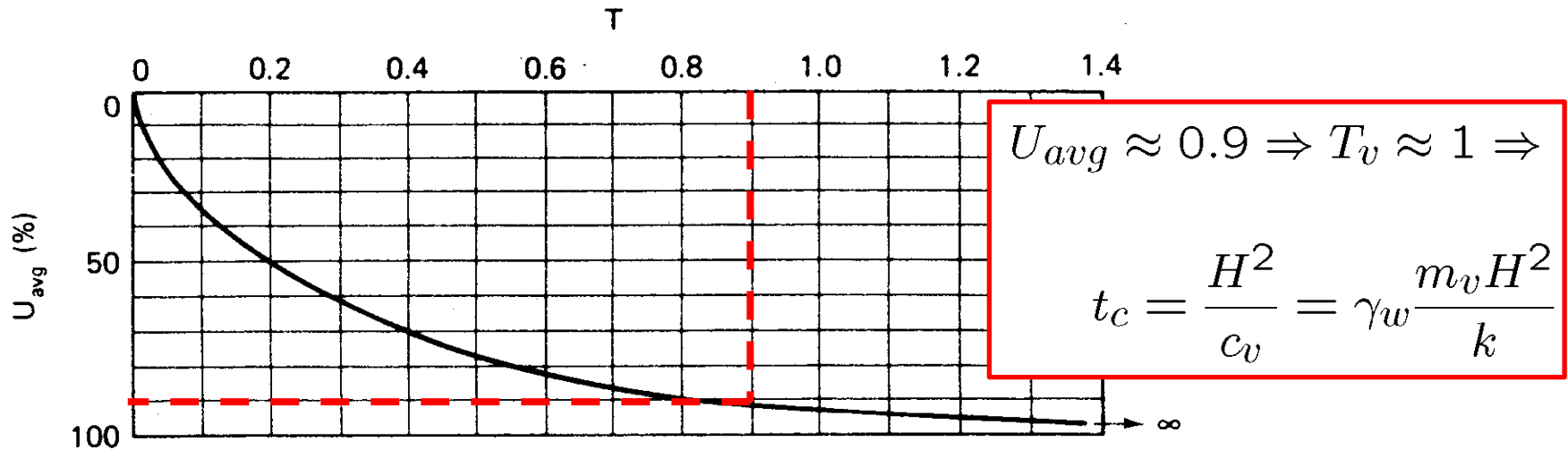
Προσεγγιστικές σχέσεις χρονικής εξέλιξης βαθμού στερεοποίησης



$$U_{avg} = \begin{cases} \sqrt{\frac{4T}{\pi}}, & T < 0.6 \\ 1 - \frac{1}{10^{\frac{T+0.0851}{0.9332}}}, & T > 0.6 \end{cases}$$

after Casagrande (1932) & Taylor (1948)

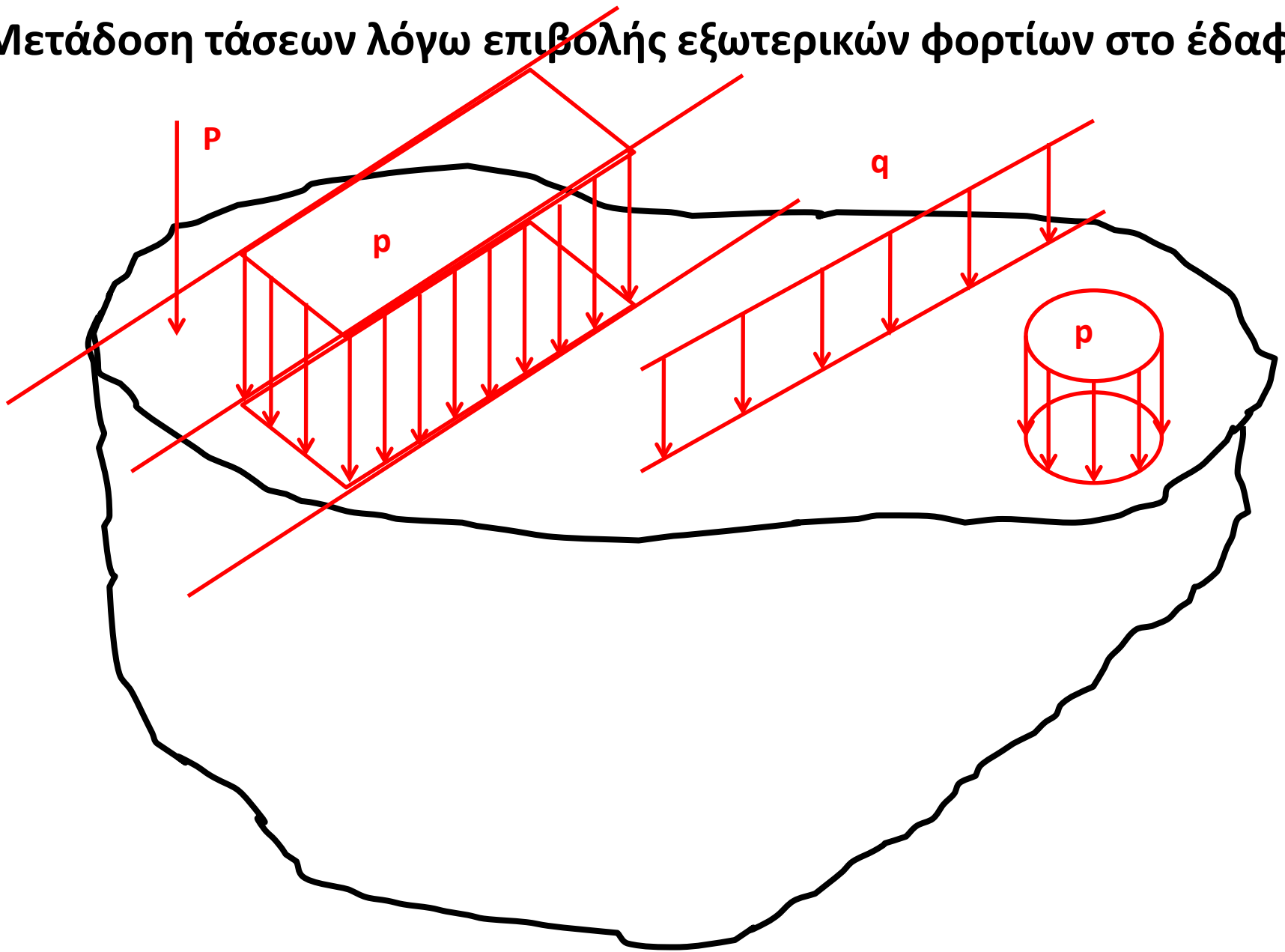
Γενικές παρατηρήσεις επί φαινομένου στερεοποίησης



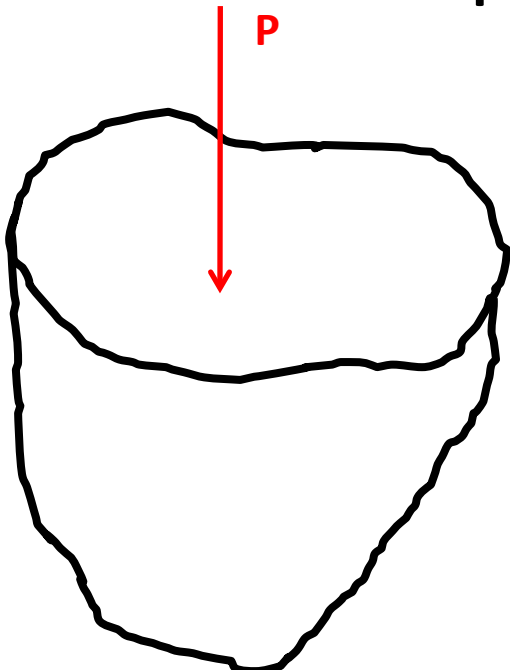
Ο χρόνος στερεοποίησης t_c :

- αυξάνεται με την **συμπιεστότητα m_v**
- αυξάνεται με το **πάχος** της στρώσης **H**
- μειώνεται με την αύξηση της **διαπερατότητας k**
- είναι **ανεξάρτητος** της φόρτισης **$\Delta\sigma_v$**

Μετάδοση τάσεων λόγω επιβολής εξωτερικών φορτίων στο έδαφος



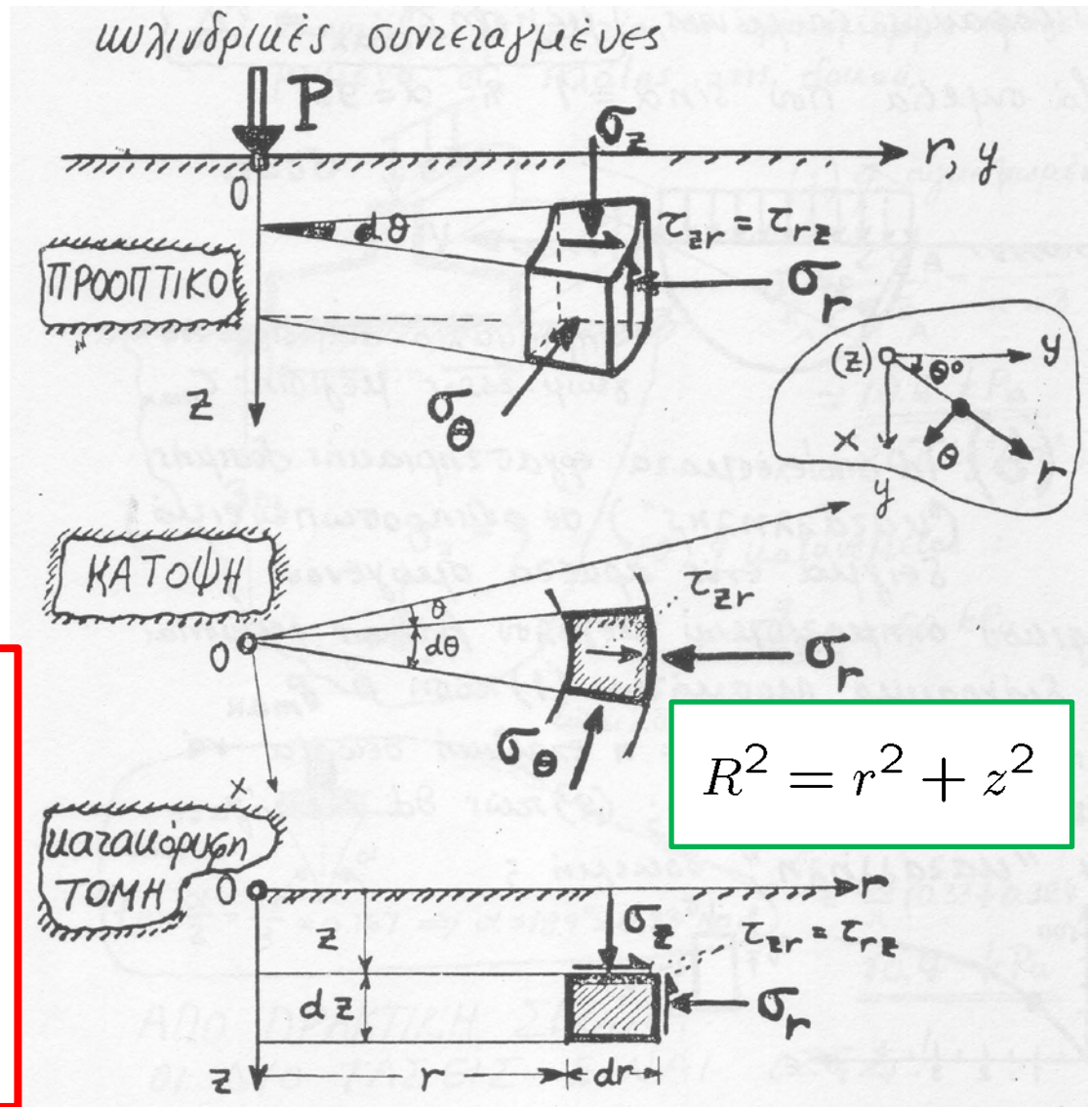
Συγκεντρωμένο φορτίο P σε ελαστικό ημίχωρο (E, ν) Το πρόβλημα του Boussinesq (1885)



$$u_\theta = 0$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0$$

$$\frac{\partial(\sigma, \epsilon, u)}{\partial \theta} = 0$$



Η λύση στο πρόβλημα του Boussinesq (1885)

$$\sigma_z = \frac{3P z^3}{2\pi R^5} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{\sqrt[2/5]{r^2 + z^2}} = \frac{3P}{2\pi z^2} \frac{1}{\sqrt[2/5]{1 + (r/z)^2}}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left(\frac{3r^2 z}{R^3} - \frac{(1 - 2\nu)R}{R + z} \right)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{(1 - 2\nu)P}{2\pi R^2} \left(\frac{z}{R} - \frac{R}{R + z} \right)$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P r z^2}{2\pi R^5}$$

$$u_z = \frac{P(1 + \nu)}{2\pi ER} \left(2(1 - \nu) + \frac{z^2}{R^2} \right)$$

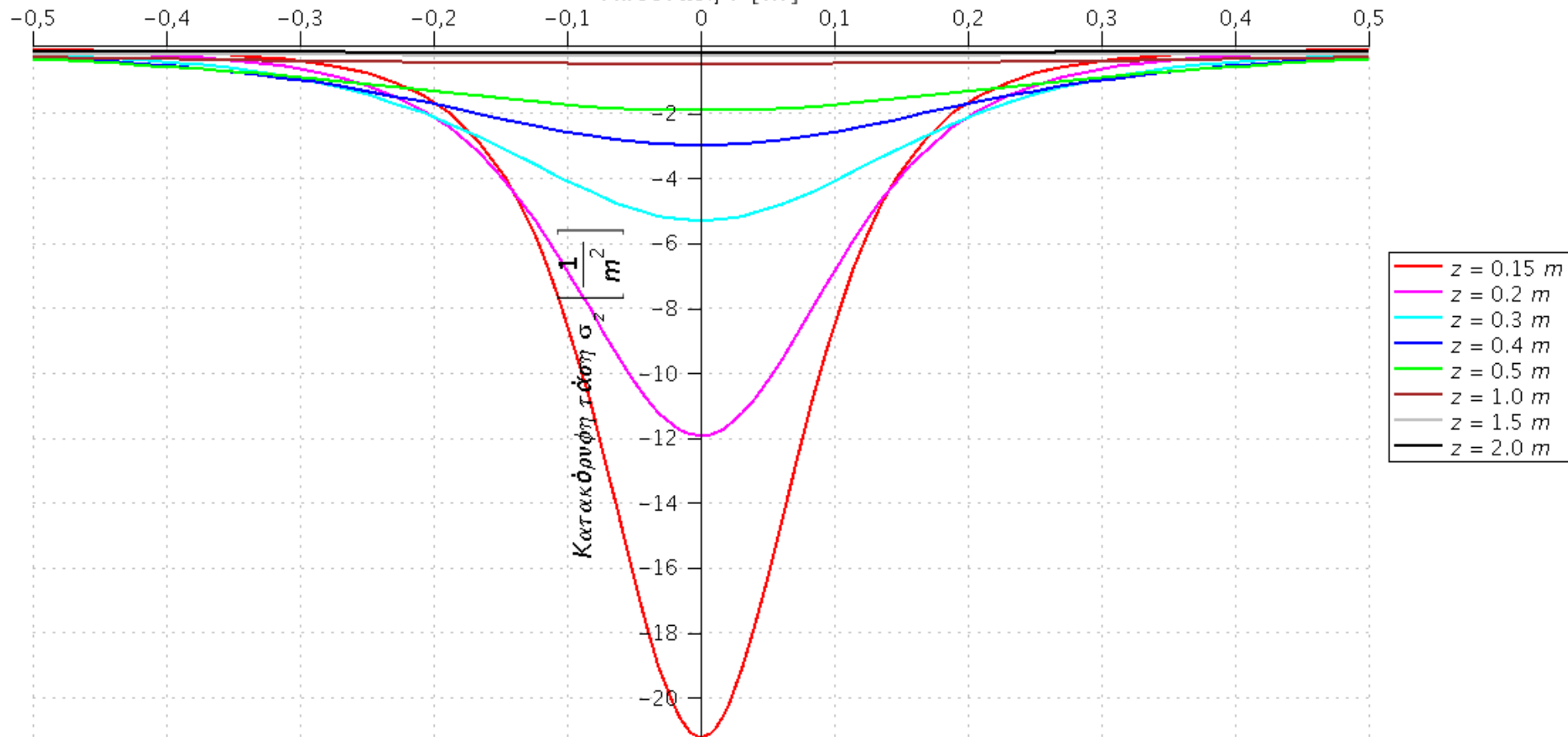
$$u_r = \frac{P(1 + \nu)}{2\pi ER} \left(\frac{rz}{R^2} - \frac{(1 - 2\nu)r}{R + z} \right)$$

Συγκεντρωμένο φορτίο P – Κατανομή σ_z

$$\sigma_z = \frac{3P z^3}{2\pi R^5} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{\sqrt[2/5]{r^2 + z^2}} = \frac{3P}{2\pi z^2} \frac{1}{\sqrt[2/5]{1 + (r/z)^2}}$$

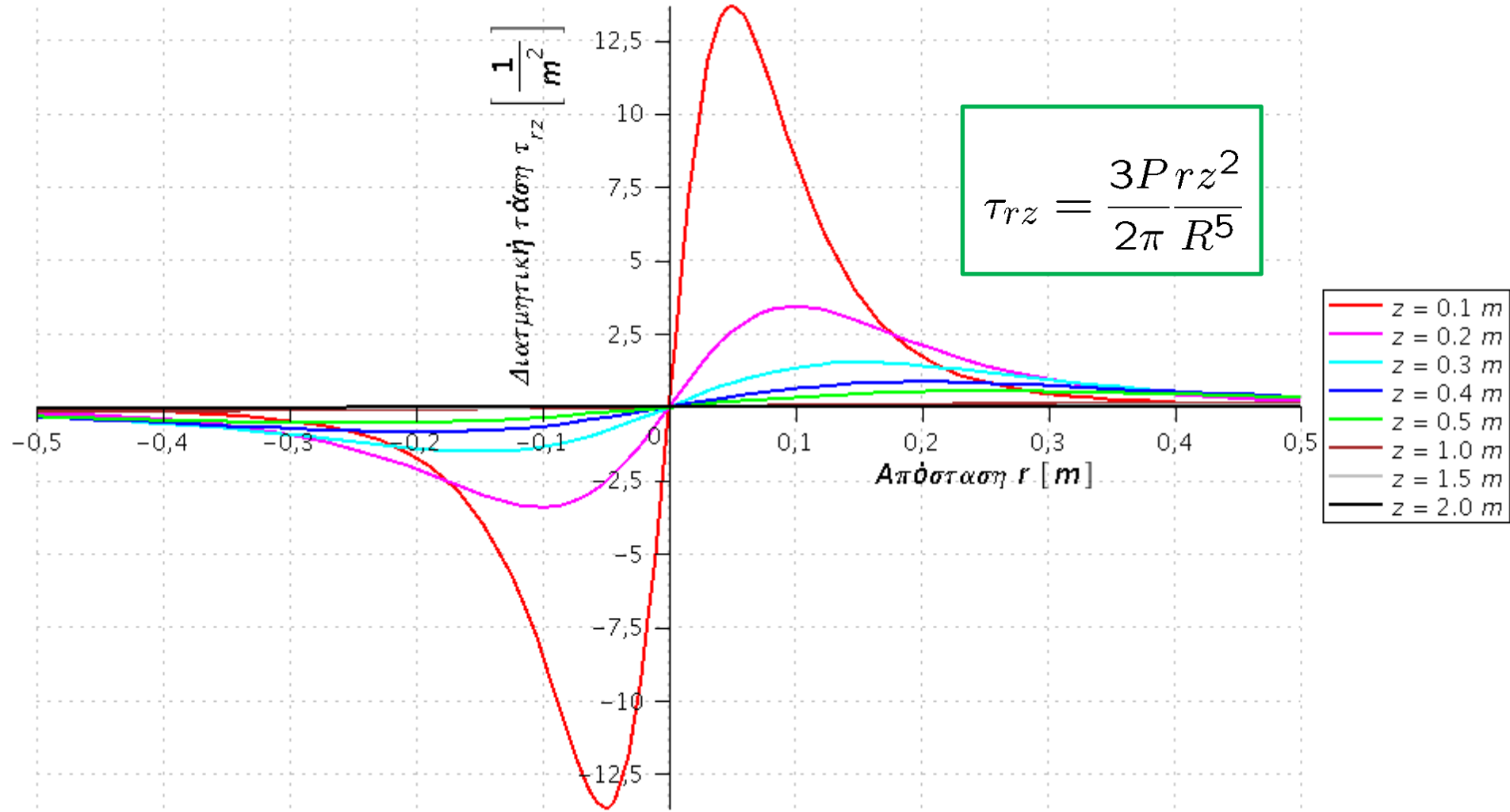
Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z συναρτήσει του βάθους Z για μοναδιαίο P

Απόσταση r [m]

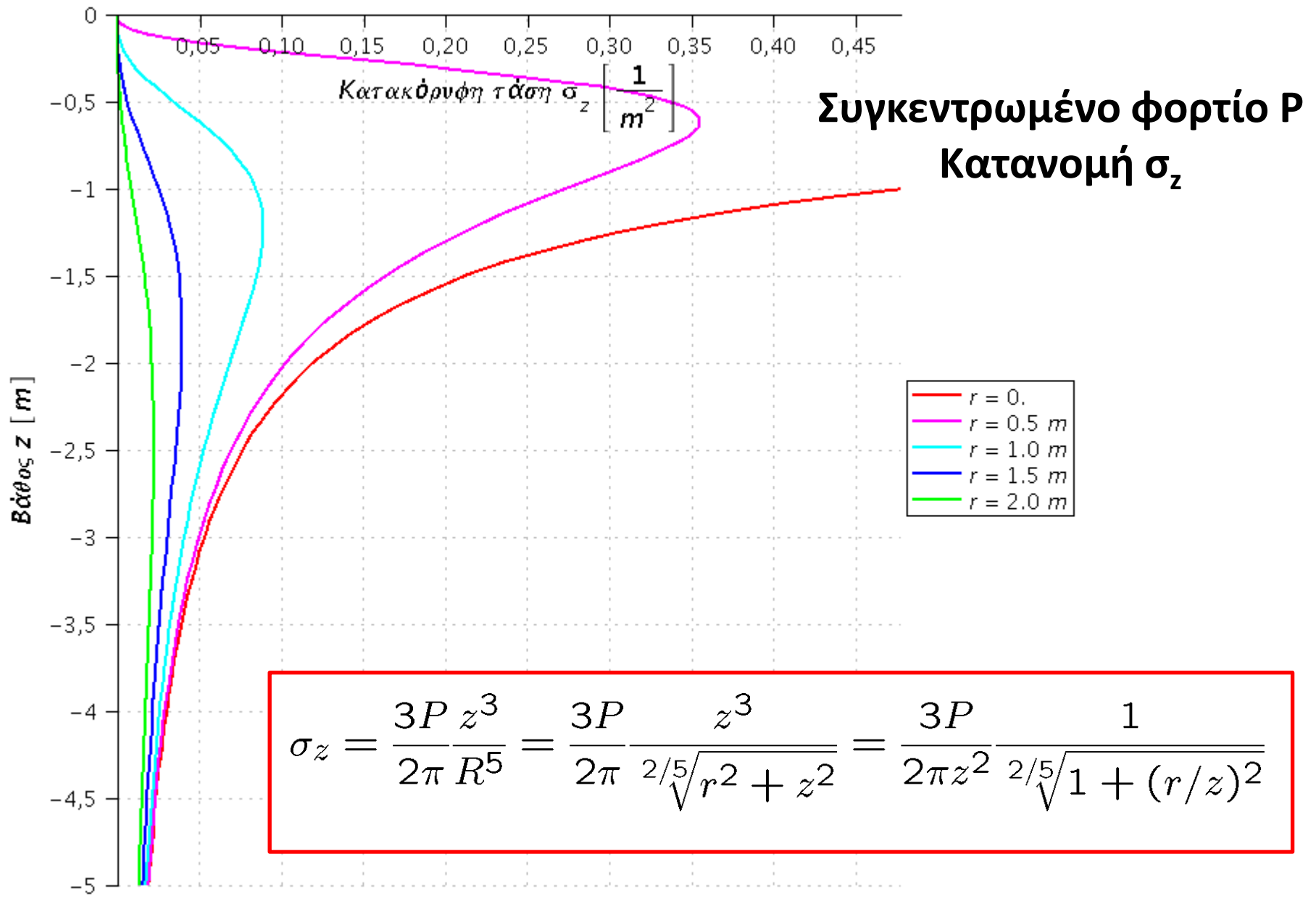


Συγκεντρωμένο φορτίο P – Κατανομή τ_{rz}

Κατανομή διατμητικής τάσης τ_{rz} συναρτήσει του βάθους z για μοναδιαίο P

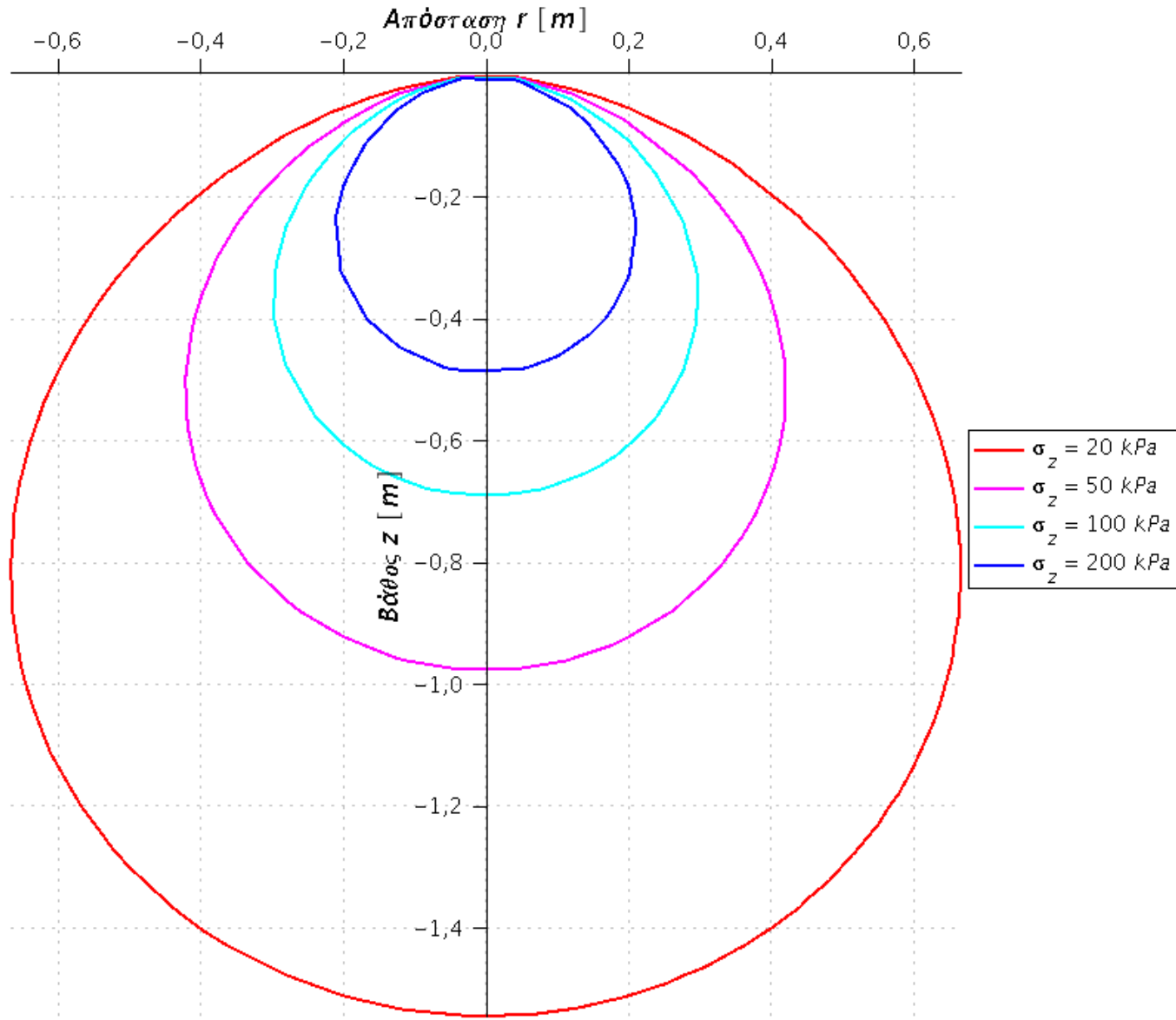


Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z συναρτήσει του βάθους z για μοναδιαίο P

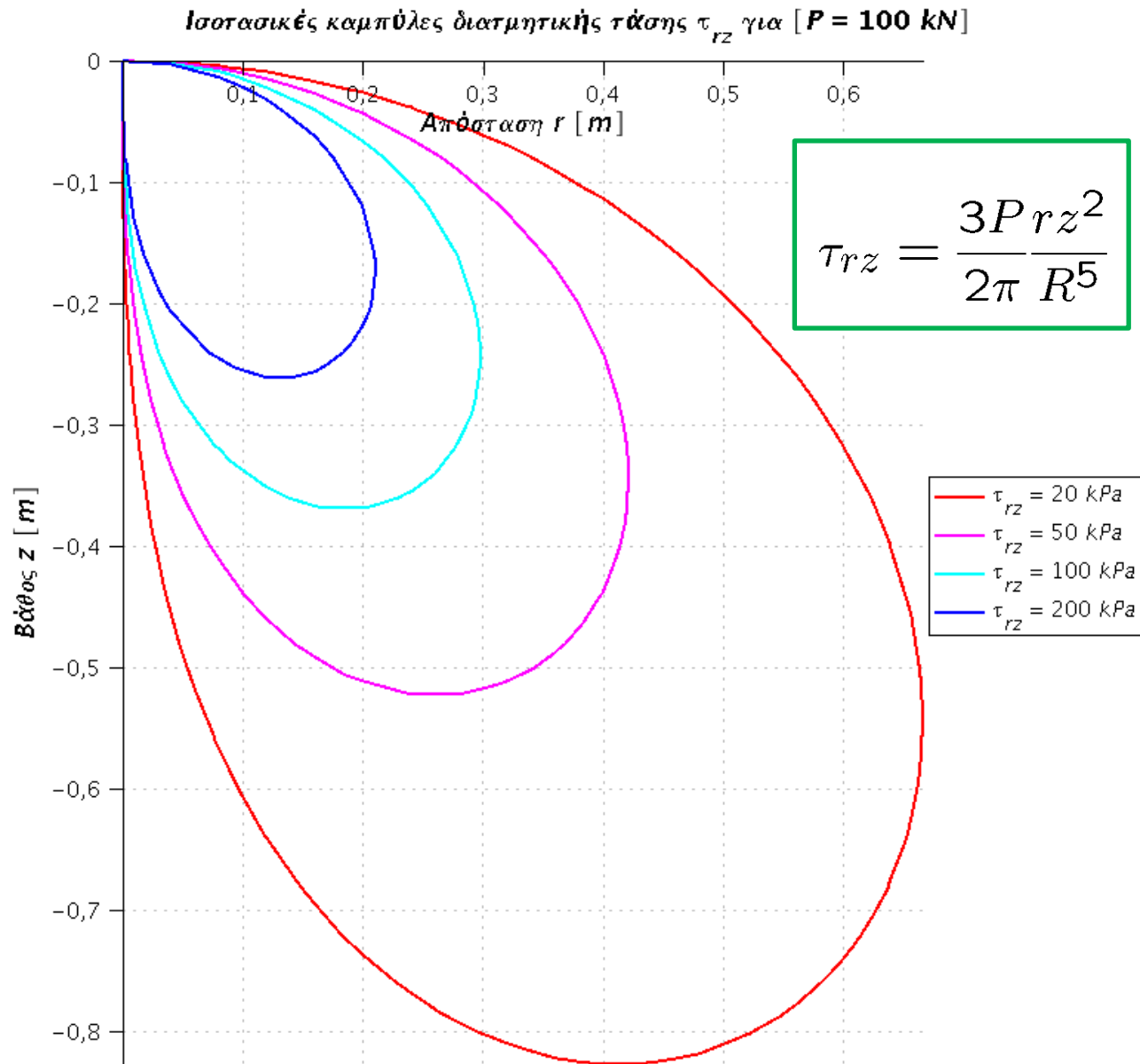


Συγκεντρωμένο φορτίο P – Ισοτασικές καμπύλες σ_z

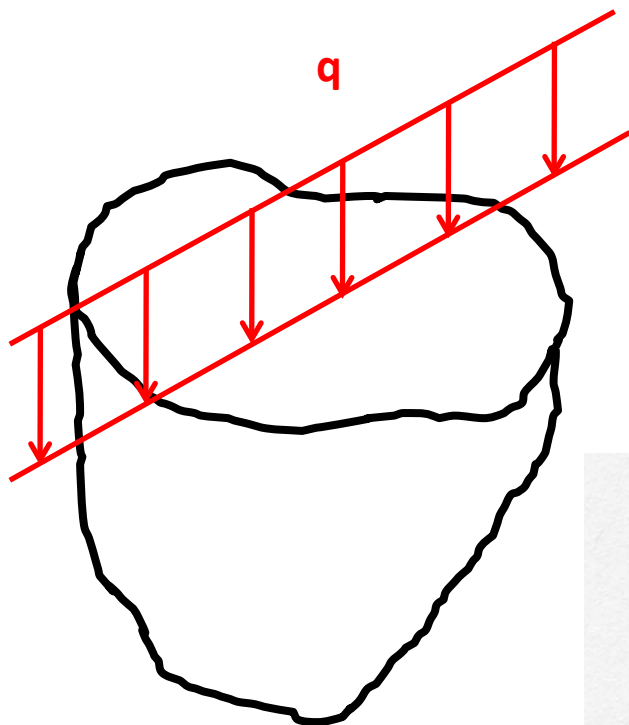
Ισοτασικές καμπύλες κατακόρυφης τάσης σ_z για [P = 100 kN]



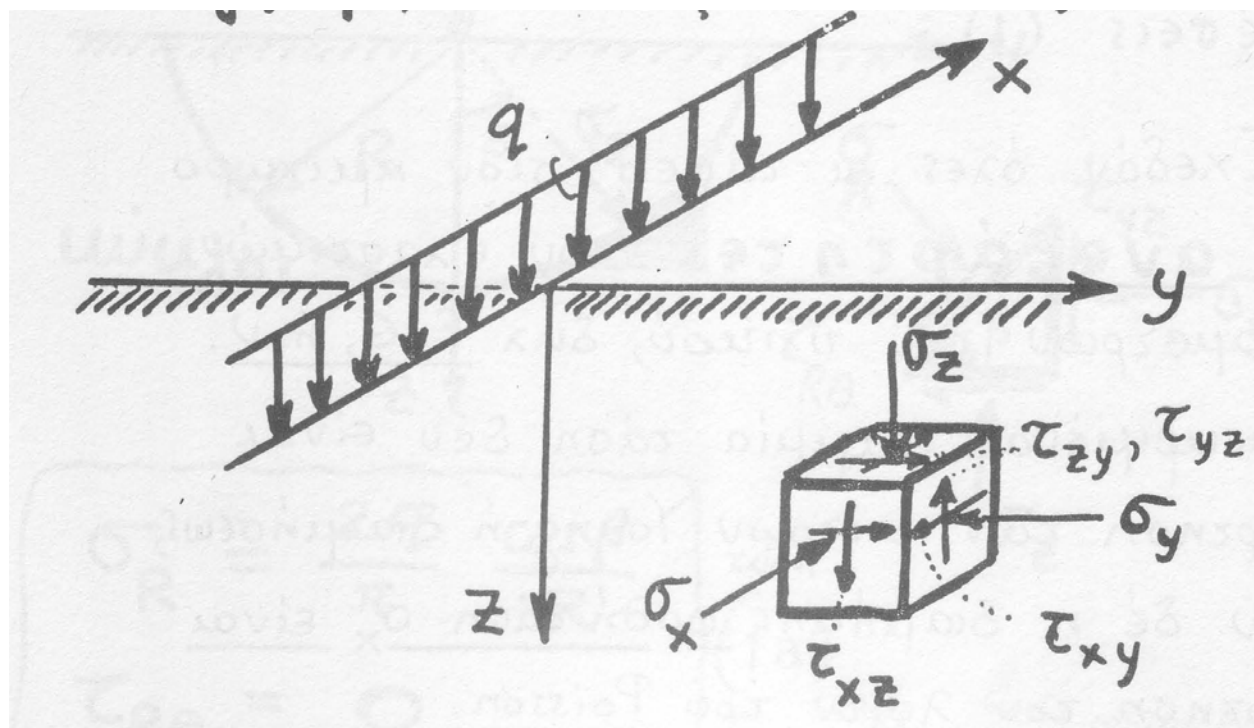
Συγκεντρωμένο φορτίο P – Ισοτασικές καμπύλες τ_{rz}



Γραμμικό φορτίο q σε ελαστικό ημίσωρο (E, ν)



$$\epsilon_x = 0$$
$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$



Γραμμικό φορτίο q σε ελαστικό ημίσωρο (E, ν)

$$\epsilon_x = 0$$

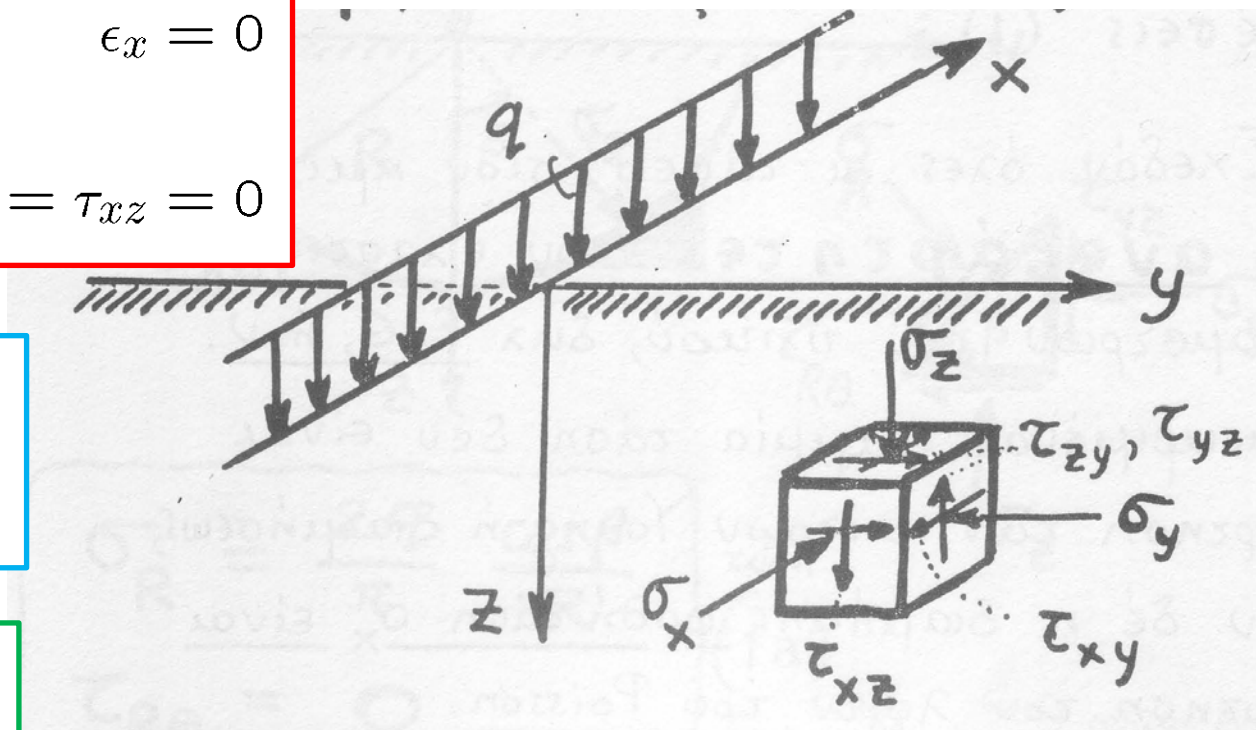
$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

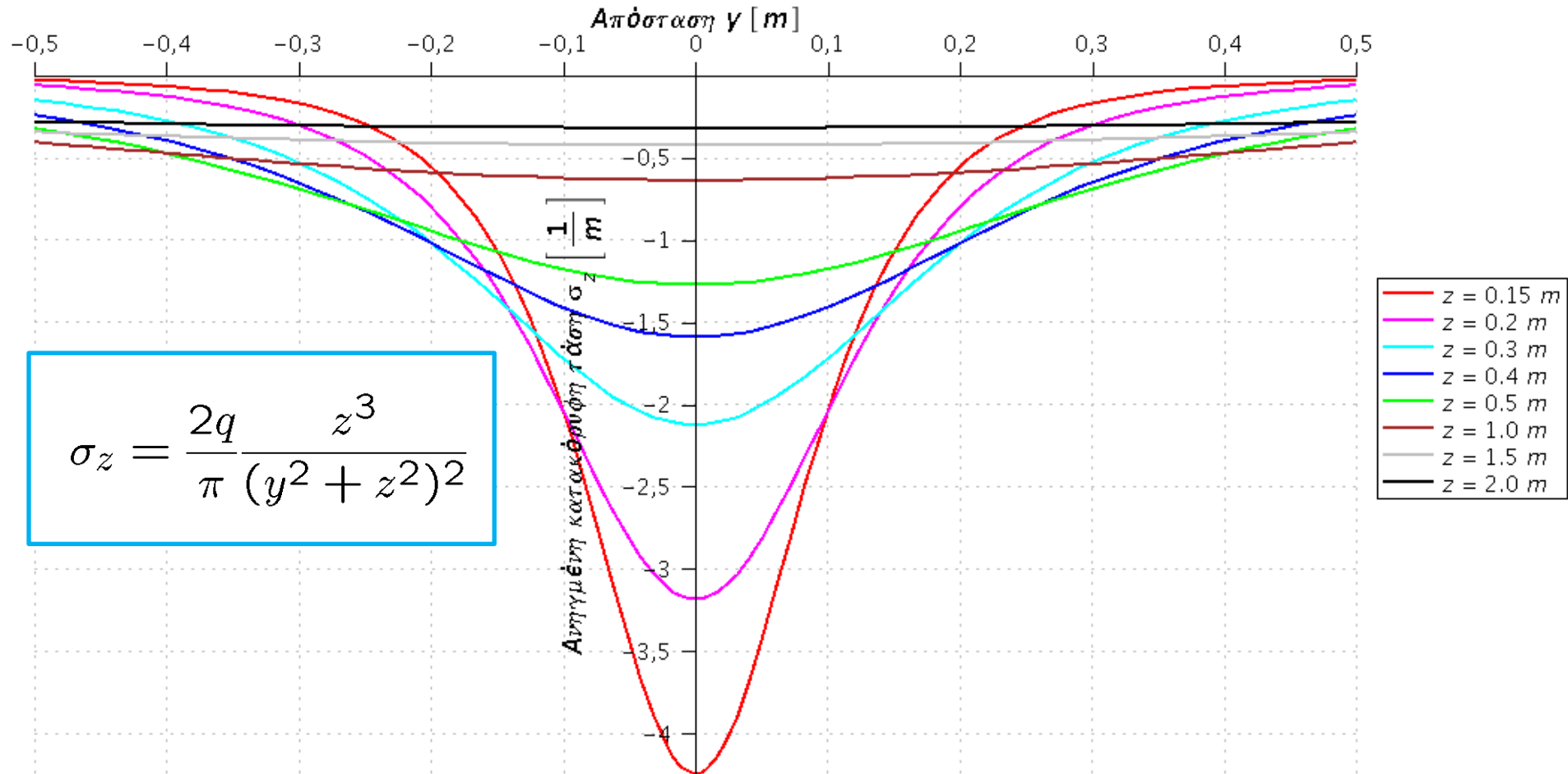
$$\tau_{yz} = \frac{2q}{\pi} \frac{yz^2}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z) = \frac{2q}{\pi} \frac{\nu z}{y^2 + z^2}$$



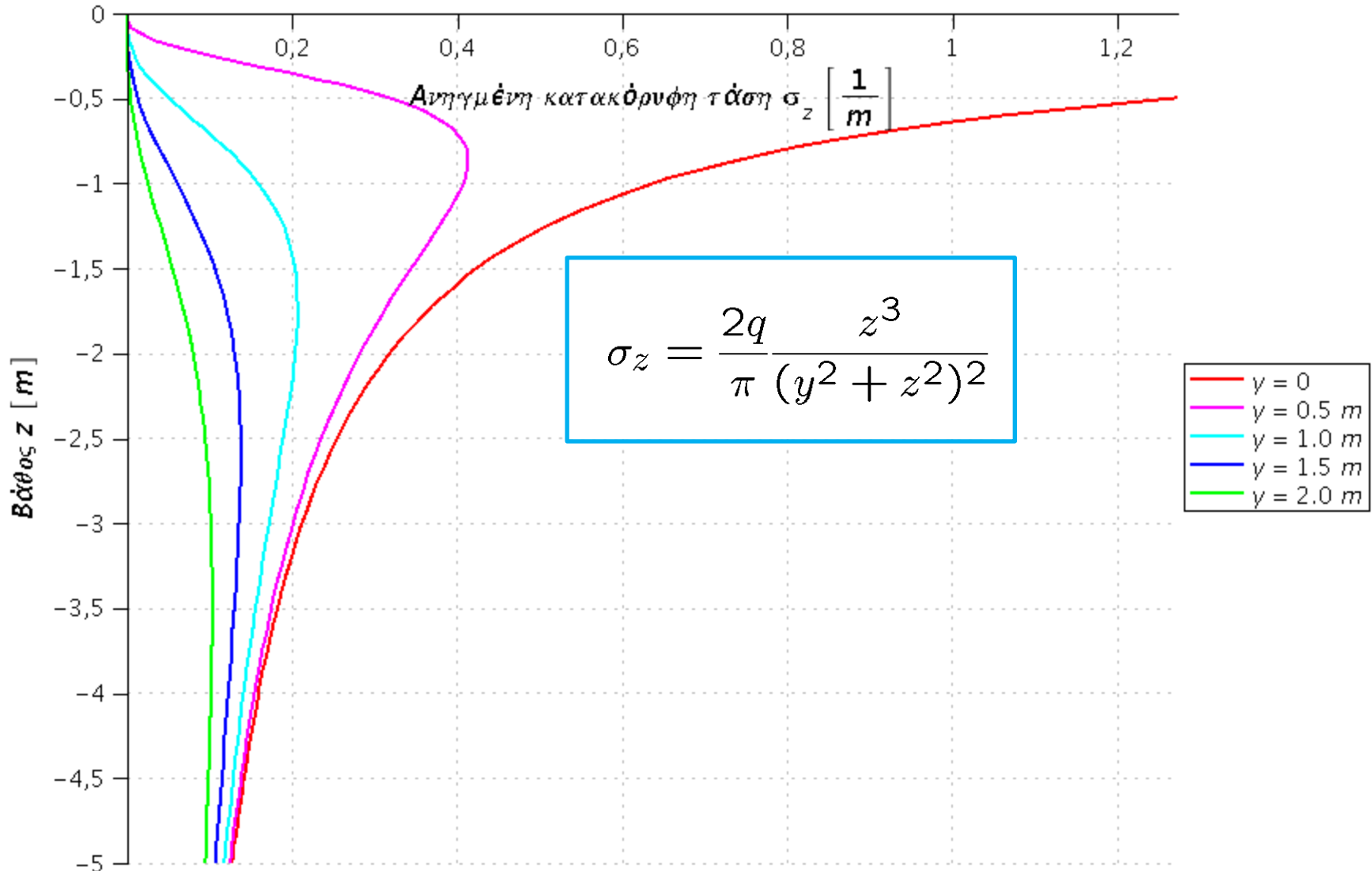
Γραμμικό φορτίο q – Κατανομή σ_z

Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z συναρτήσει του βάθους z για γραμμικό απειρομήκες μοναδιαίο q



Γραμμικό φορτίο q – Κατανομή σ_z

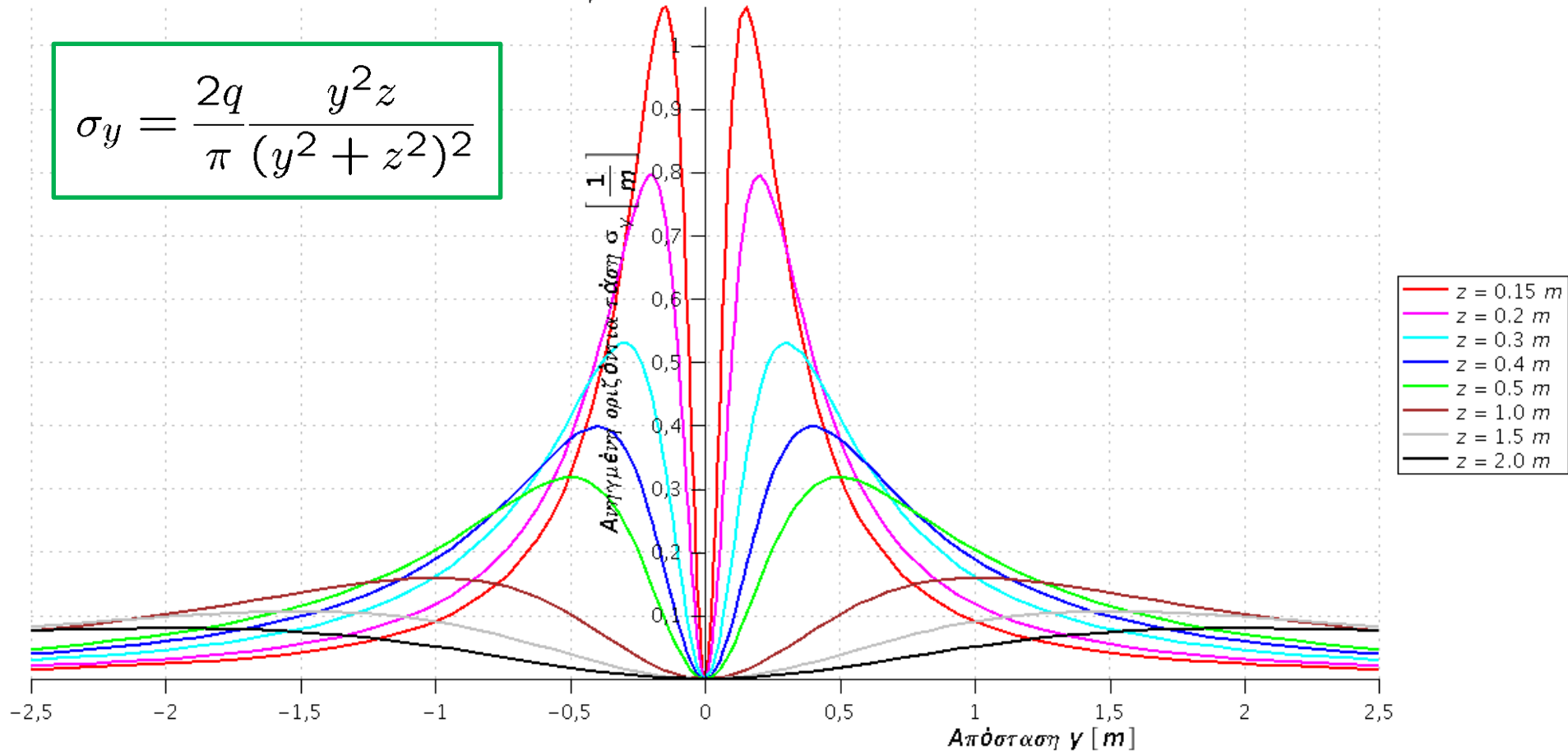
Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z συναρτήσει του βάθους z για γραμμικό απειρομήκες μοναδιαίο q



Γραμμικό φορτίο q – Κατανομή σ_y

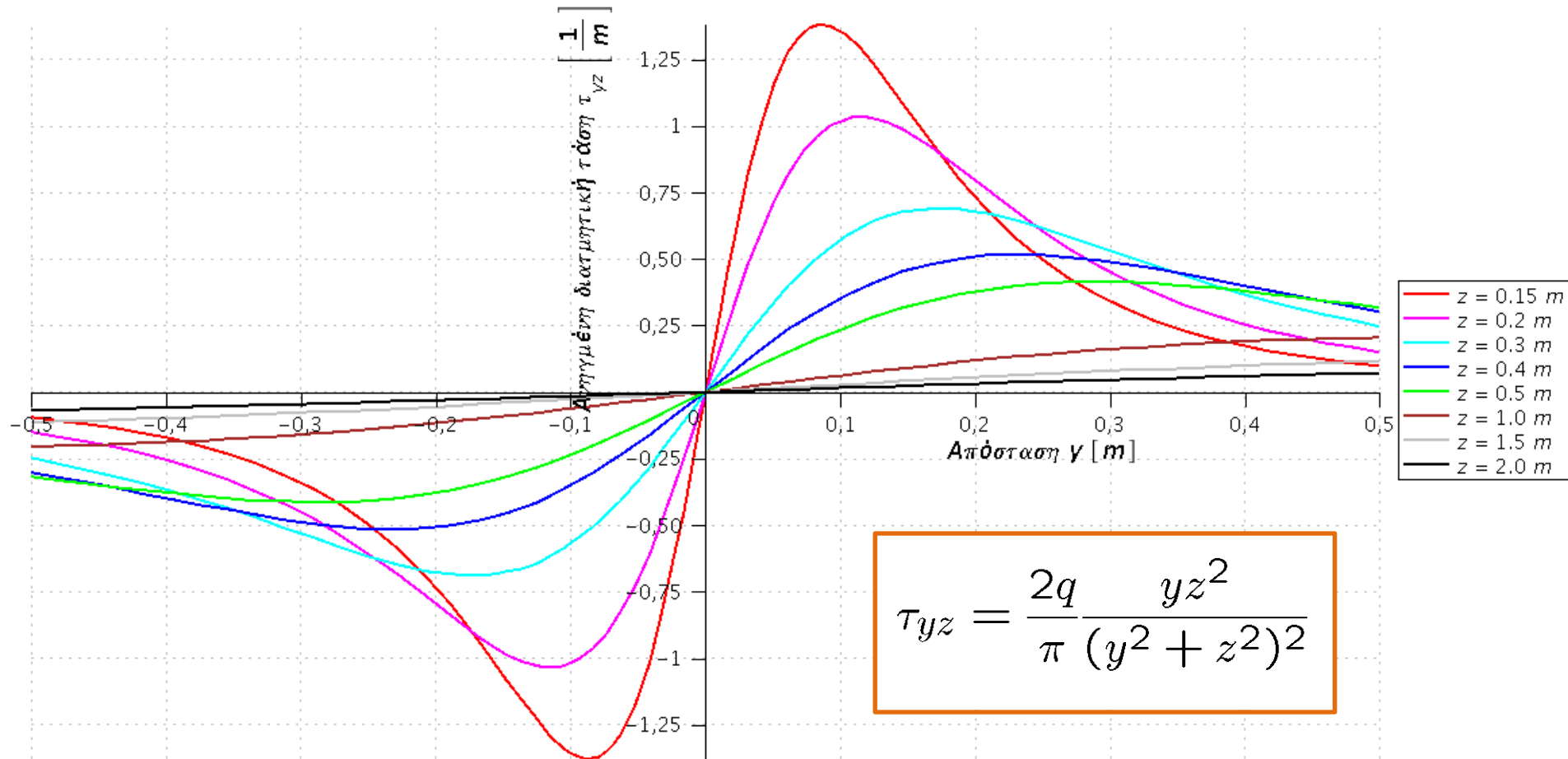
Κατανομή οριζόντιας τάσης σ_y συναρτήσει του βάθους z για γραμμικό απειρομήκες μοναδιαίο q

$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

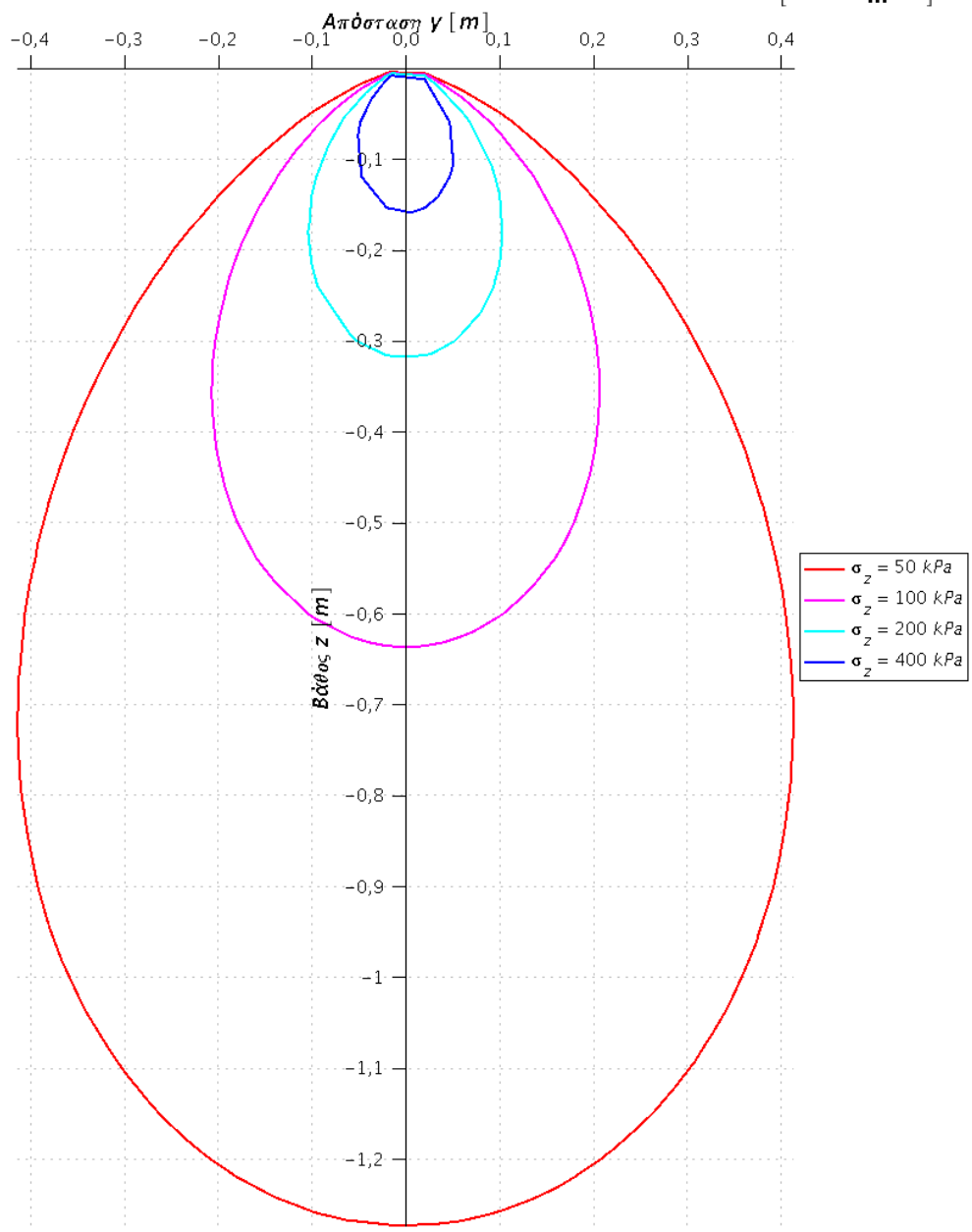


Γραμμικό φορτίο q – Κατανομή τ_{yz}

Κατανομή διατμητικής τάσης τ_{yz} συναρτήσει του βάθους z για γραμμικό απειρομήκες μοναδιαίο q



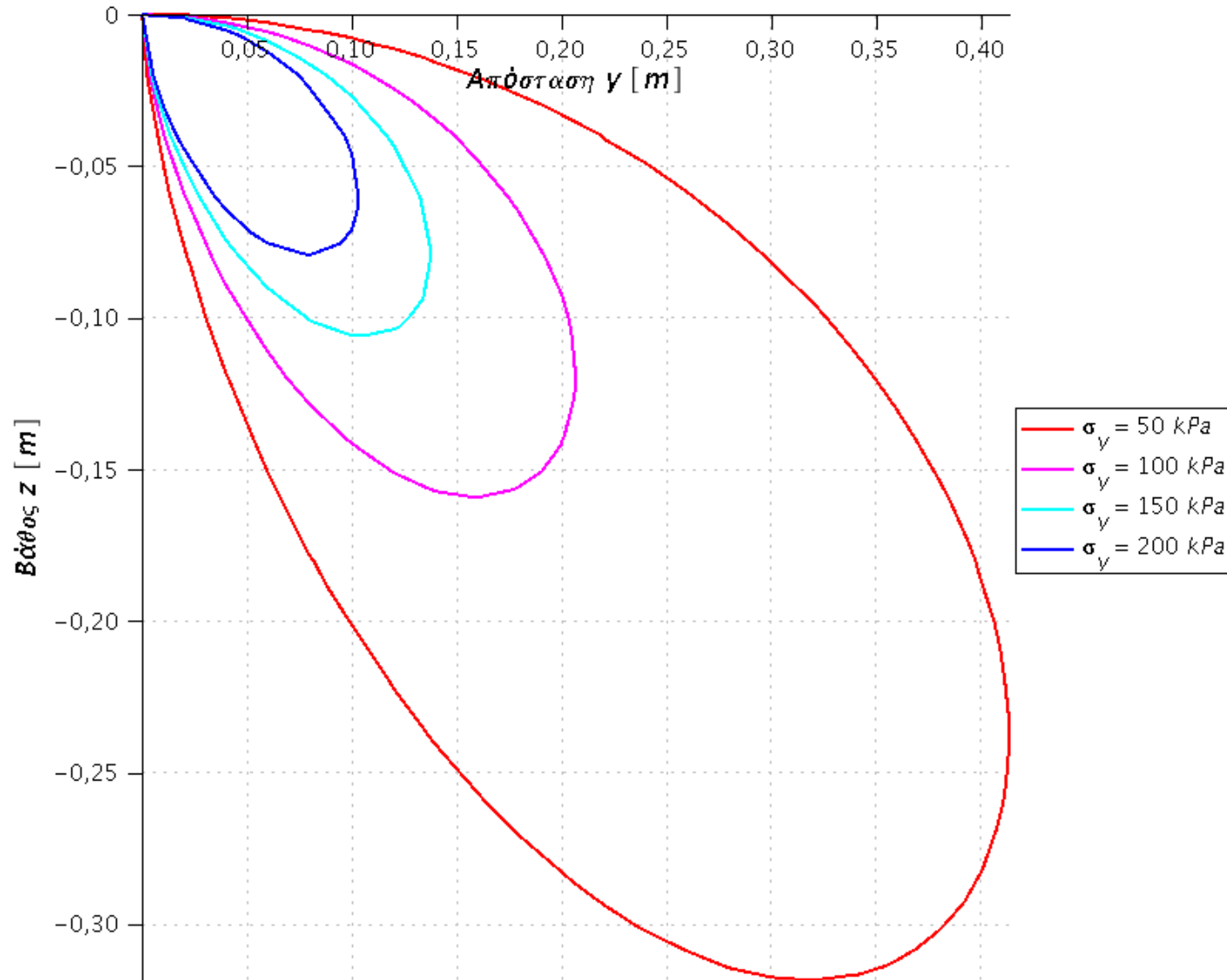
Ισοτασικές καμπύλες κατακόρυφης τάσης σ_z για γραμμικό απειρομήκες $\left[q = \frac{100 \text{ kN}}{\text{m}} \right]$



Γραμμικό φορτίο q Ισοτασικές καμπύλες σ_z

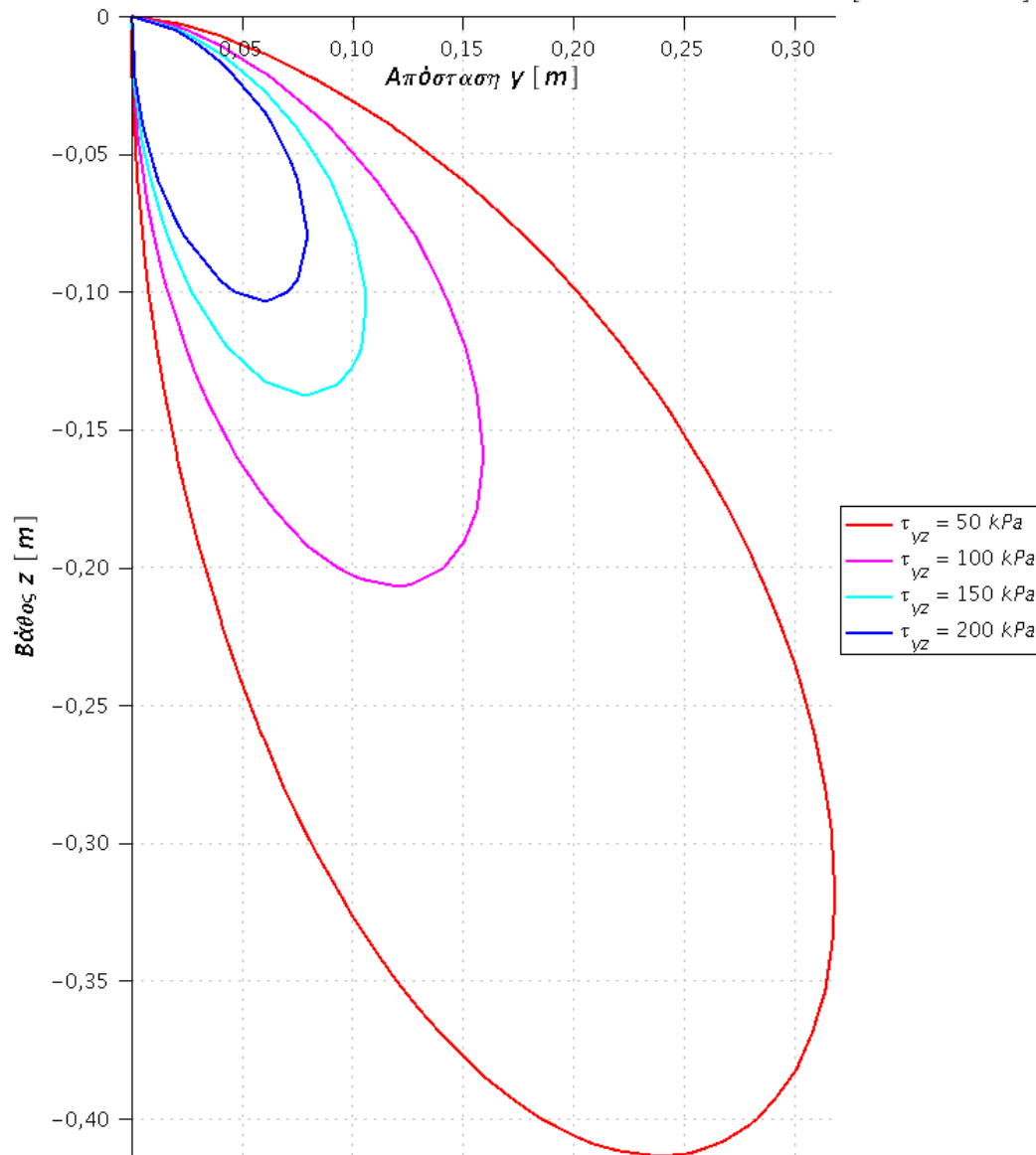
Γραμμικό φορτίο q – Ισοτασικές καμπύλες σ_y

Ισοτασικές καμπύλες οριζόντιας τάσης σ_y για γραμμικό απειρομήκες $\left[q = \frac{100 \text{ kN}}{\text{m}} \right]$



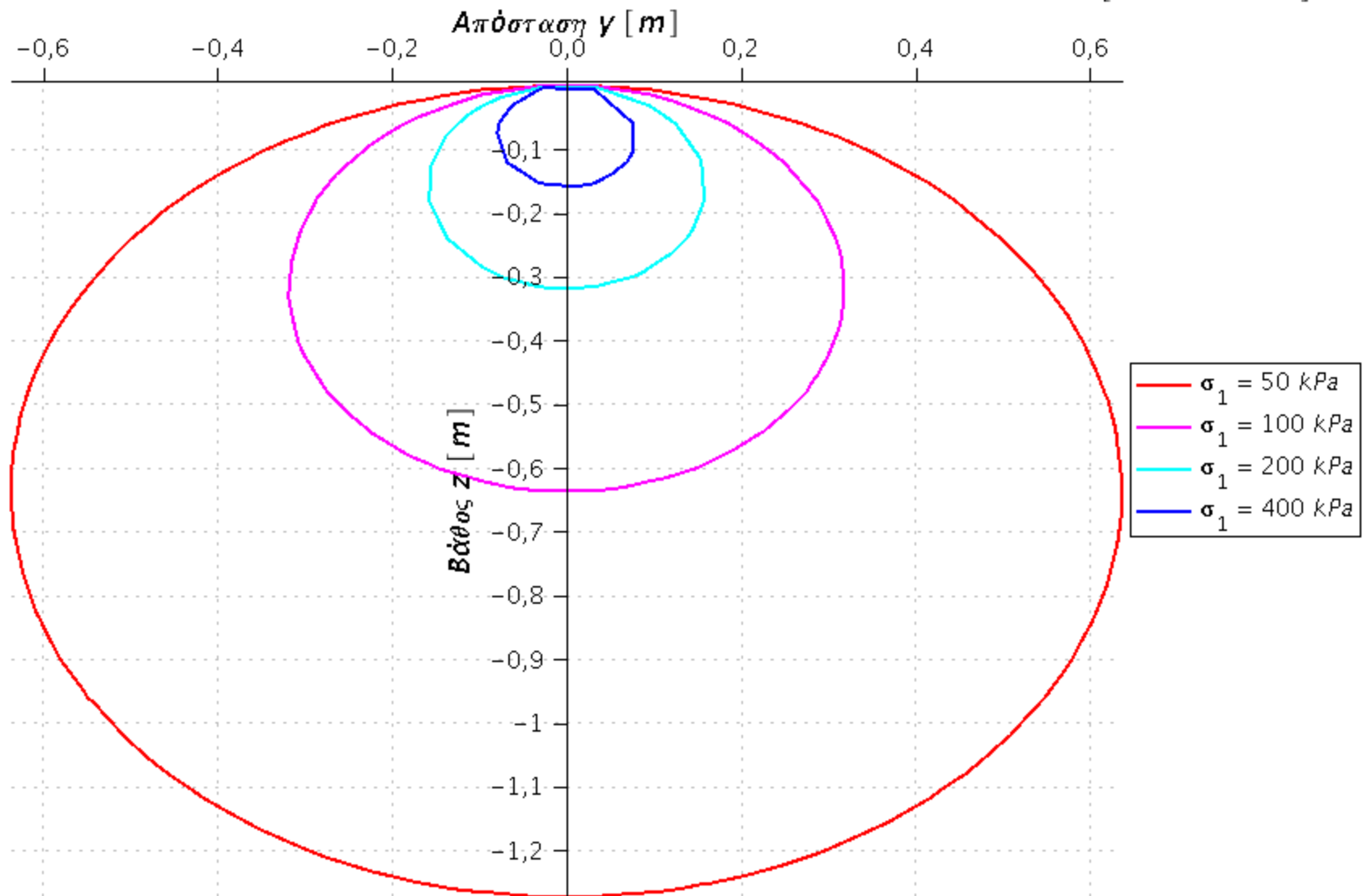
Γραμμικό φορτίο q – Ισοτασικές καμπύλες τ_{yz}

Ισοτασικές καμπύλες οριζόντιας τάσης τ_{yz} για γραμμικό απειρομήκες $\left[q = \frac{100 \text{ kN}}{\text{m}} \right]$



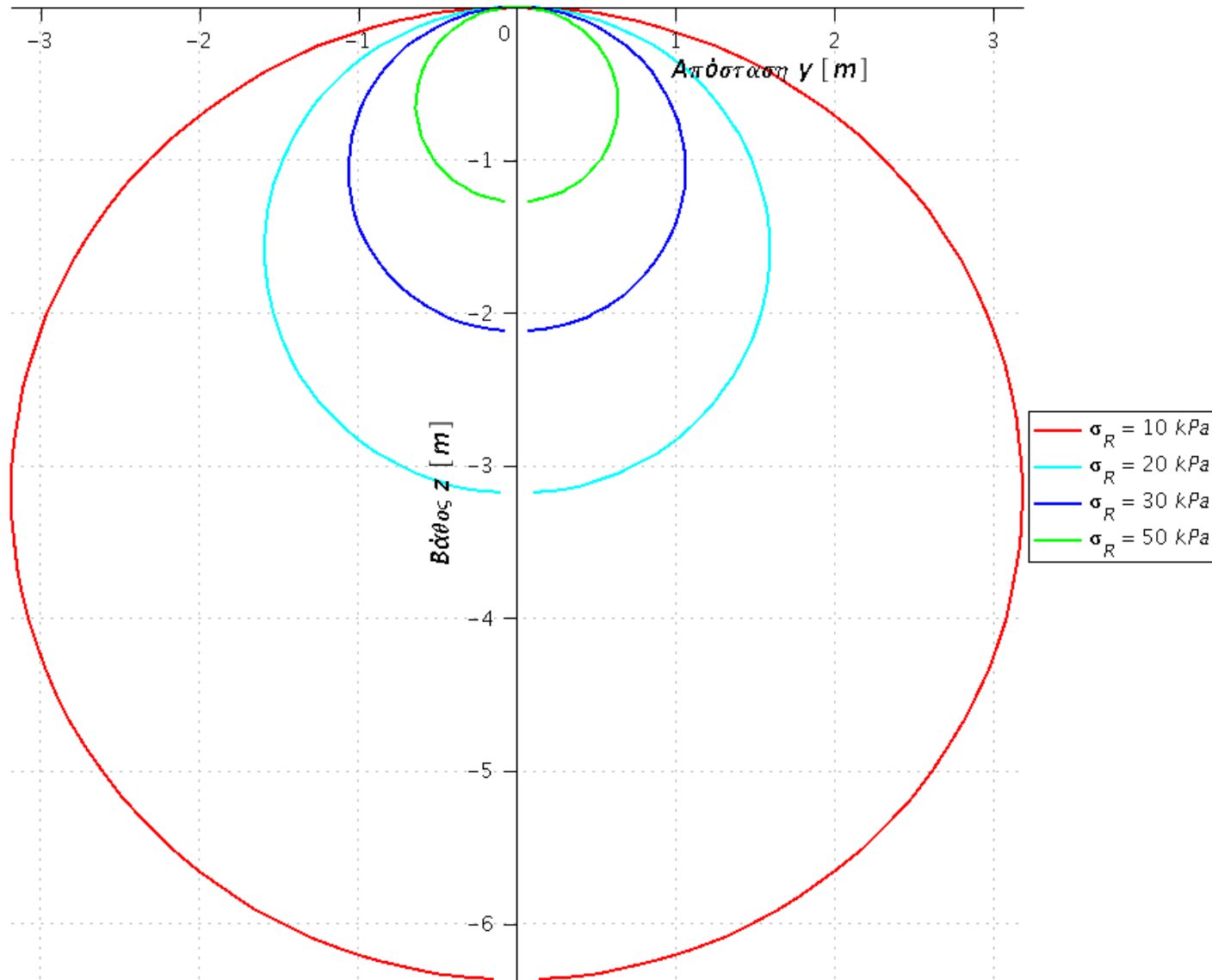
Γραμμικό φορτίο q – Ισοτασικές καμπύλες σ_1

Ισοτασικές καμπύλες μέγιστης κύριας τάσης σ_1 για γραμμικό απειρομήκης $\left[q = \frac{100 \text{ kN}}{\text{m}} \right]$

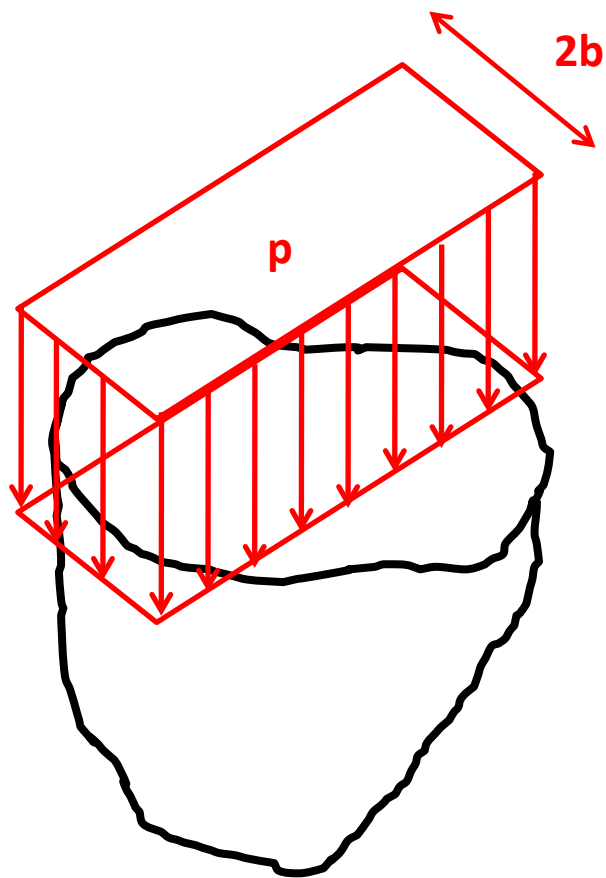


Γραμμικό φορτίο q – Ισοτασικές καμπύλες σ_R

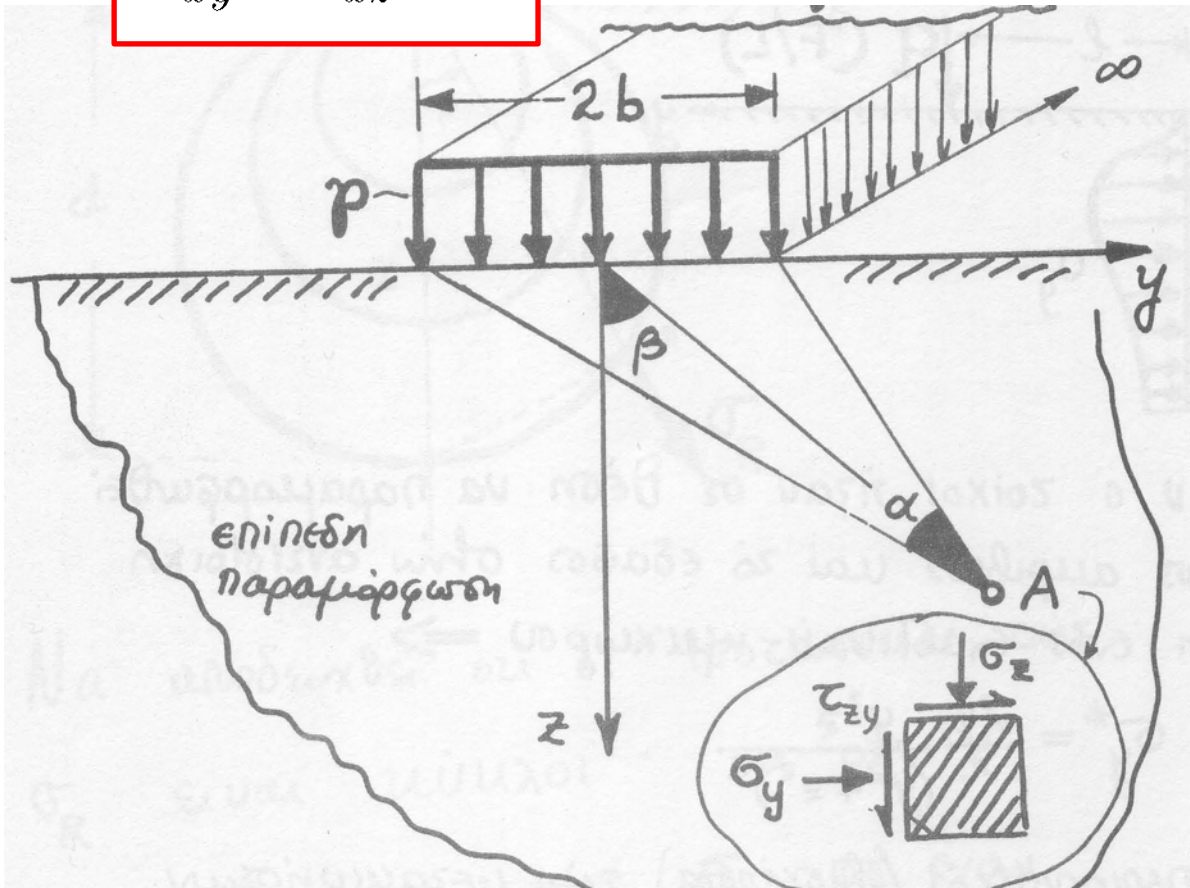
Ισοτασικές καμπύλες ορθής τάσης σ_R για γραμμικό απειρομήκες $\left[q = \frac{100 \text{ kN}}{\text{m}} \right]$



Ομοιόμορφο φορτίο p (απειρομήκης λωρίδα) σε ελαστικό ημίχωρο



$$\epsilon_x = 0$$
$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$



Ομοιόμορφο φορτίο p (απειρομήκης λωρίδα) σε ελαστικό ημίχωρο

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} (\alpha + \sin \alpha \cos 2\beta)$$

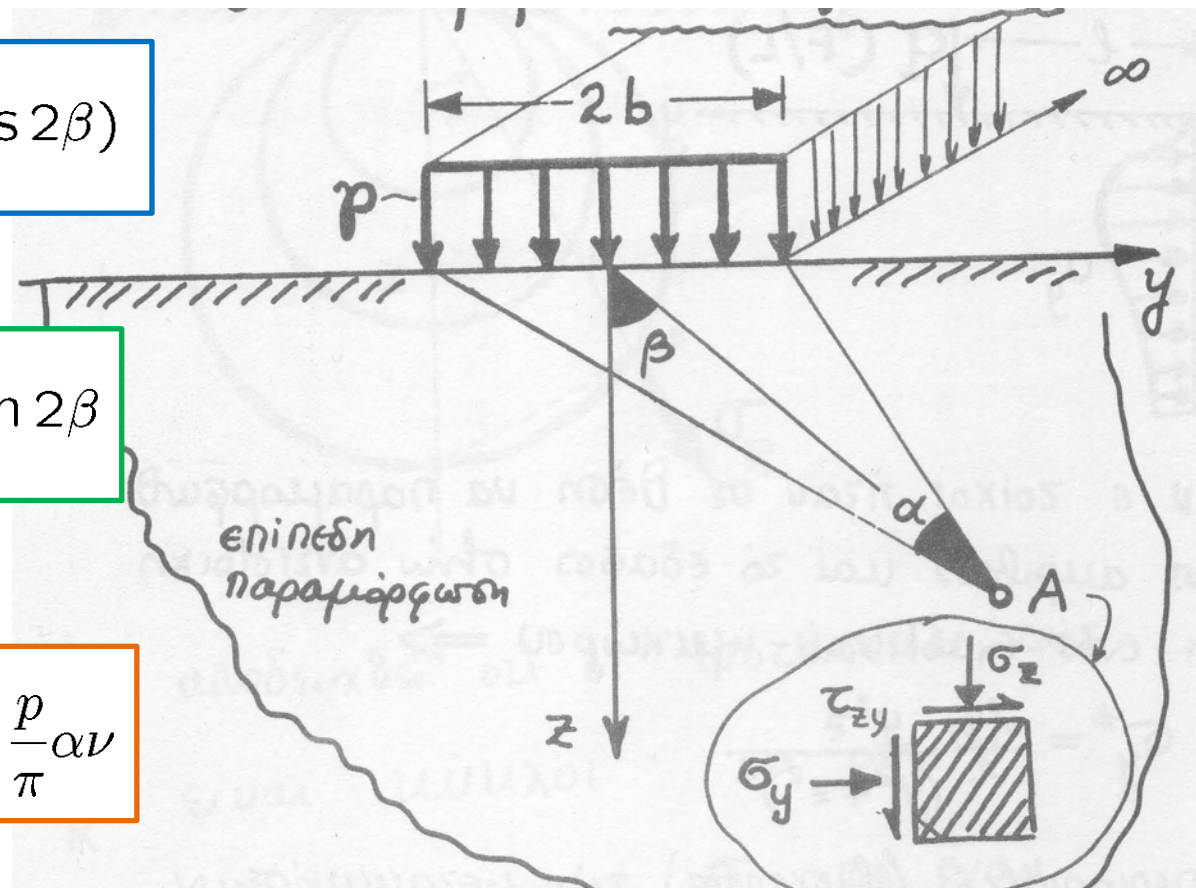
$$\epsilon_x = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$

$$\sigma_y = \frac{p}{\pi} (\alpha - \sin \alpha \cos 2\beta)$$

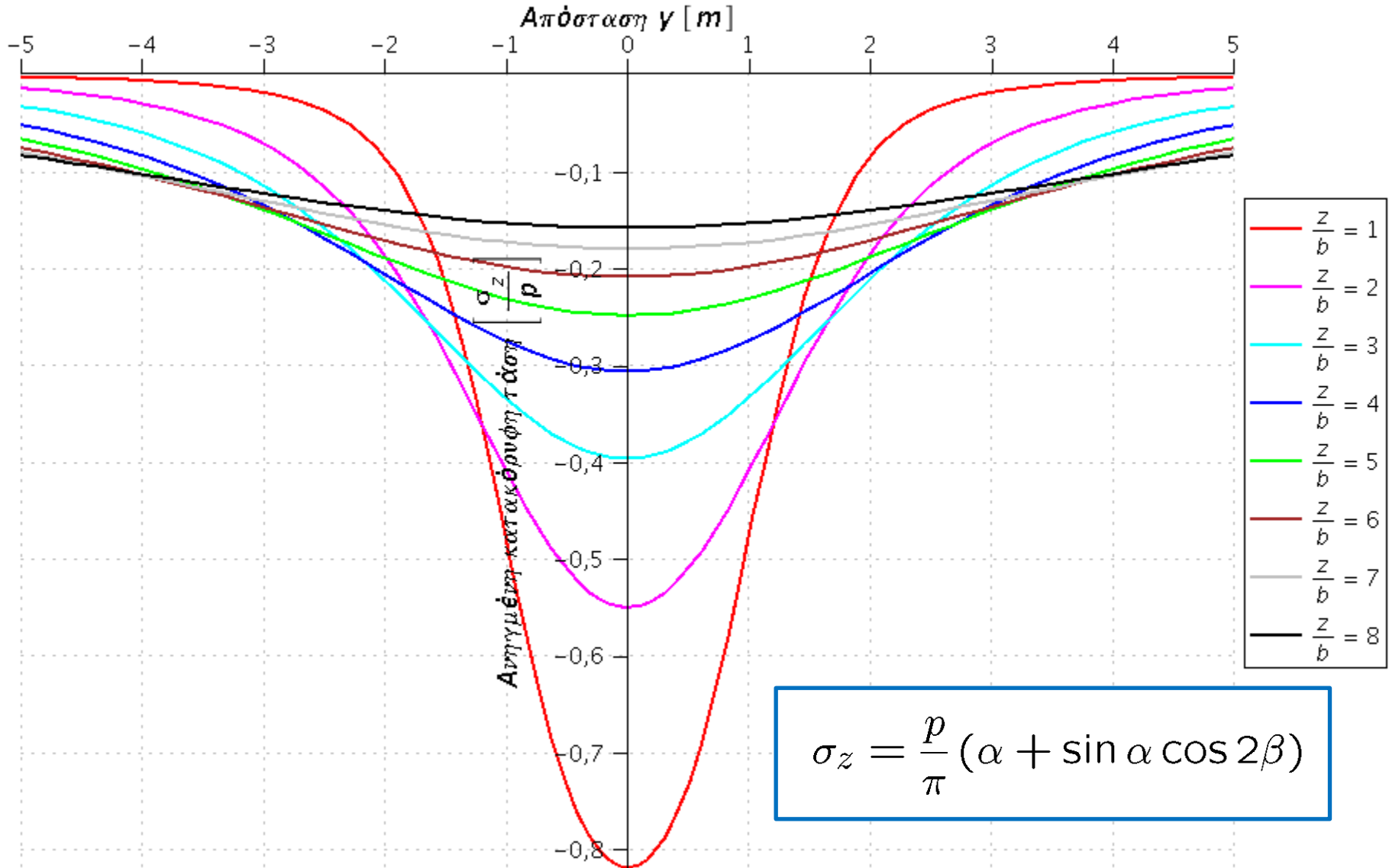
$$\tau_{yz} = \frac{p}{\pi} \sin \alpha \sin 2\beta$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z) = \frac{p}{\pi} \alpha \nu$$



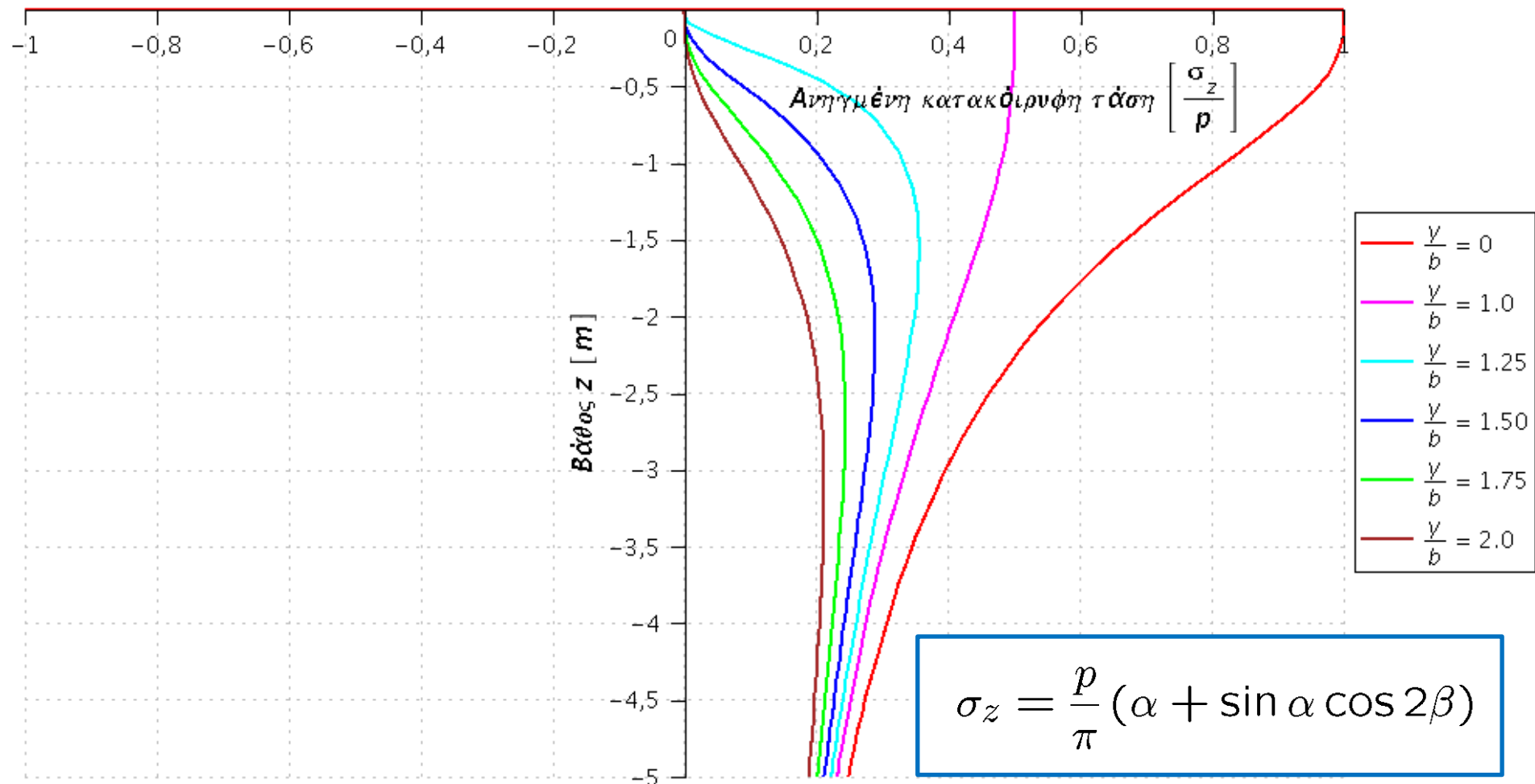
Απειρομήκης λωρίδα p – Κατανομή σ_z

Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z συναρτήσει του βάθους z για ομοιόμορφο φορτίο p [απειρολωρίδα]



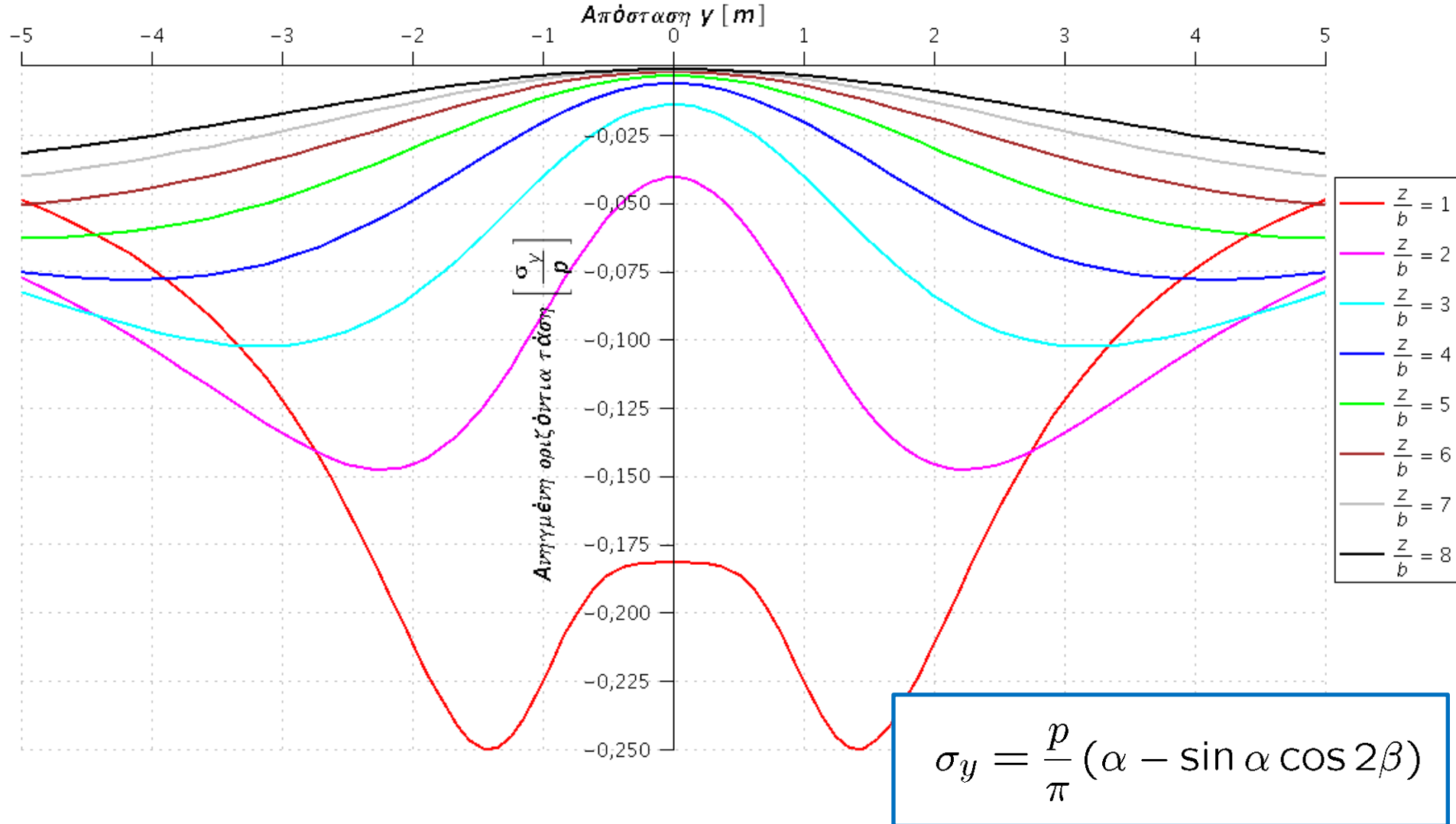
Απειρομήκης λωρίδα p – Κατανομή σ_z

Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z συναρτήσει του βάθους z για ομοιόμορφο φορτίο p [απειρολωρίδα]



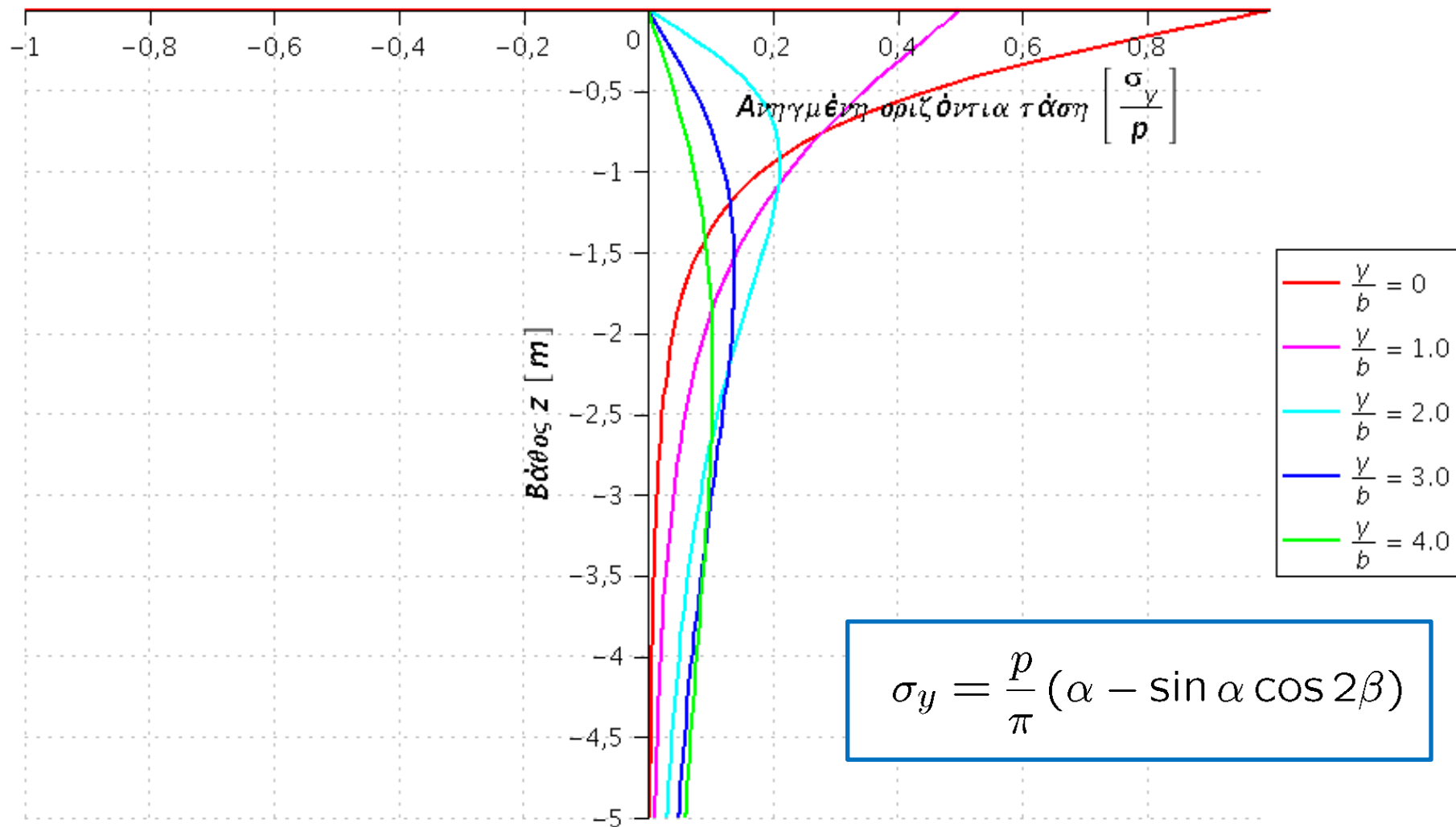
Απειρομής λωρίδα p – Κατανομή σ_y

Κατανομή οριζόντιας τάσης σ_y συναρτήσει του βάθους z για ομοιόμορφο φορτίο p [απειρολωρίδα]



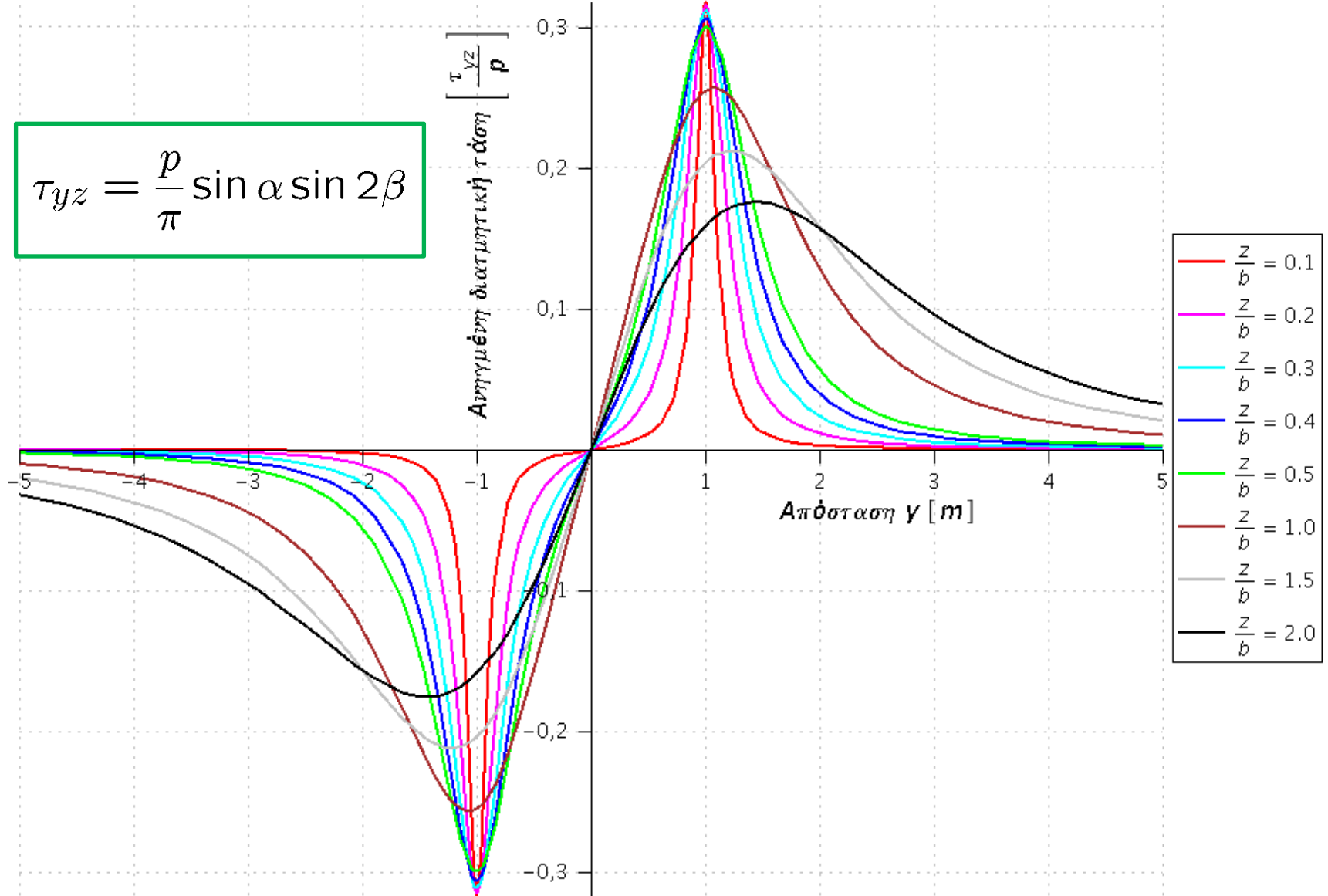
Απειρομής λωρίδα p – Κατανομή σ_y

Κατανομή οριζόντιας τάσης σ_y συναρτήσει του βάθους z για ομοιόμορφο φορτίο p [απειρολωρίδα]



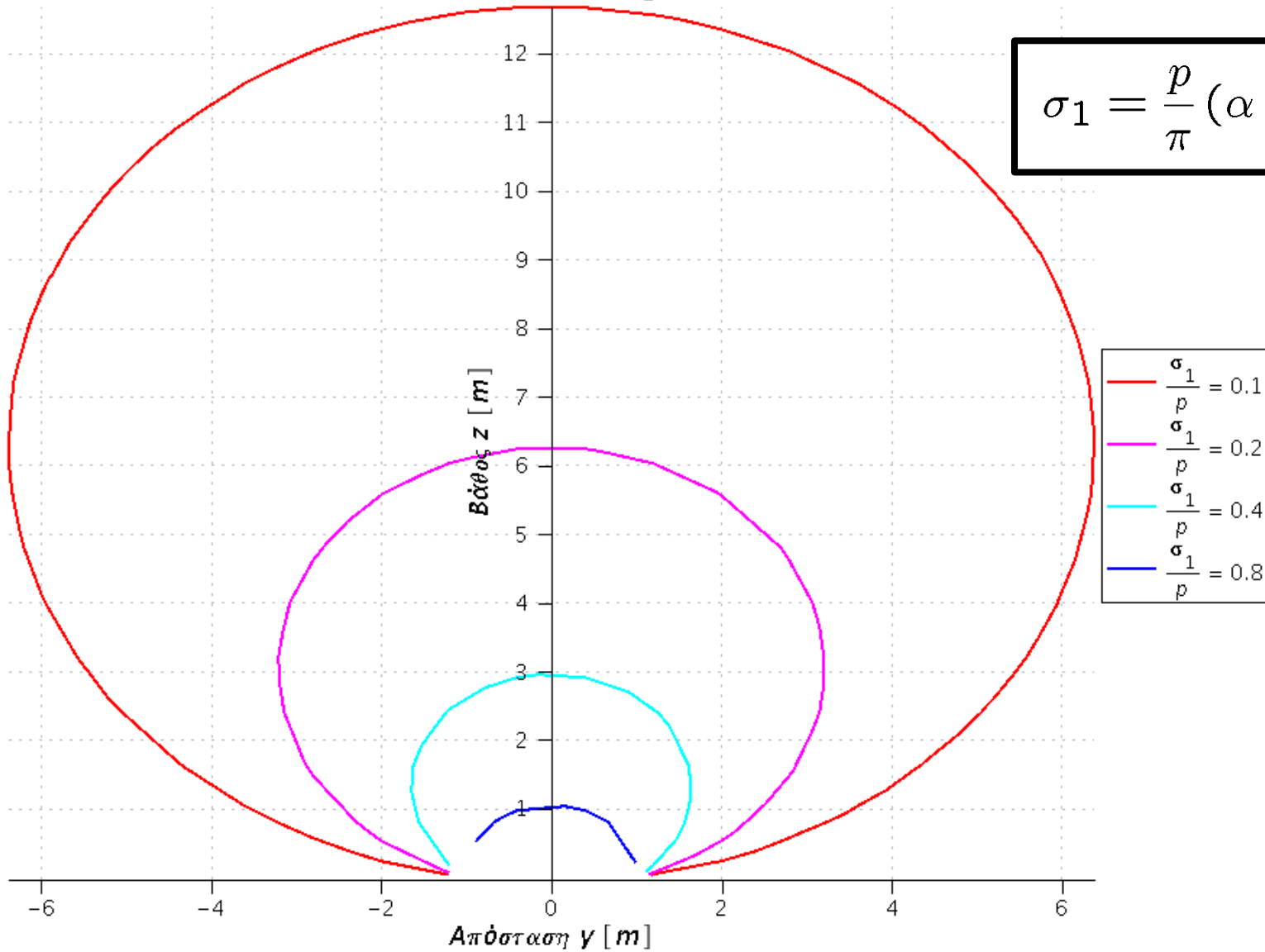
Απειρομήκης λωρίδα p – Κατανομή τ_{yz}

Κατανομή διατμητικής τάσης τ_{yz} συναρτήσει του βάθους z για ομοιόμορφο φορτίο p [απειρολωρίδα]



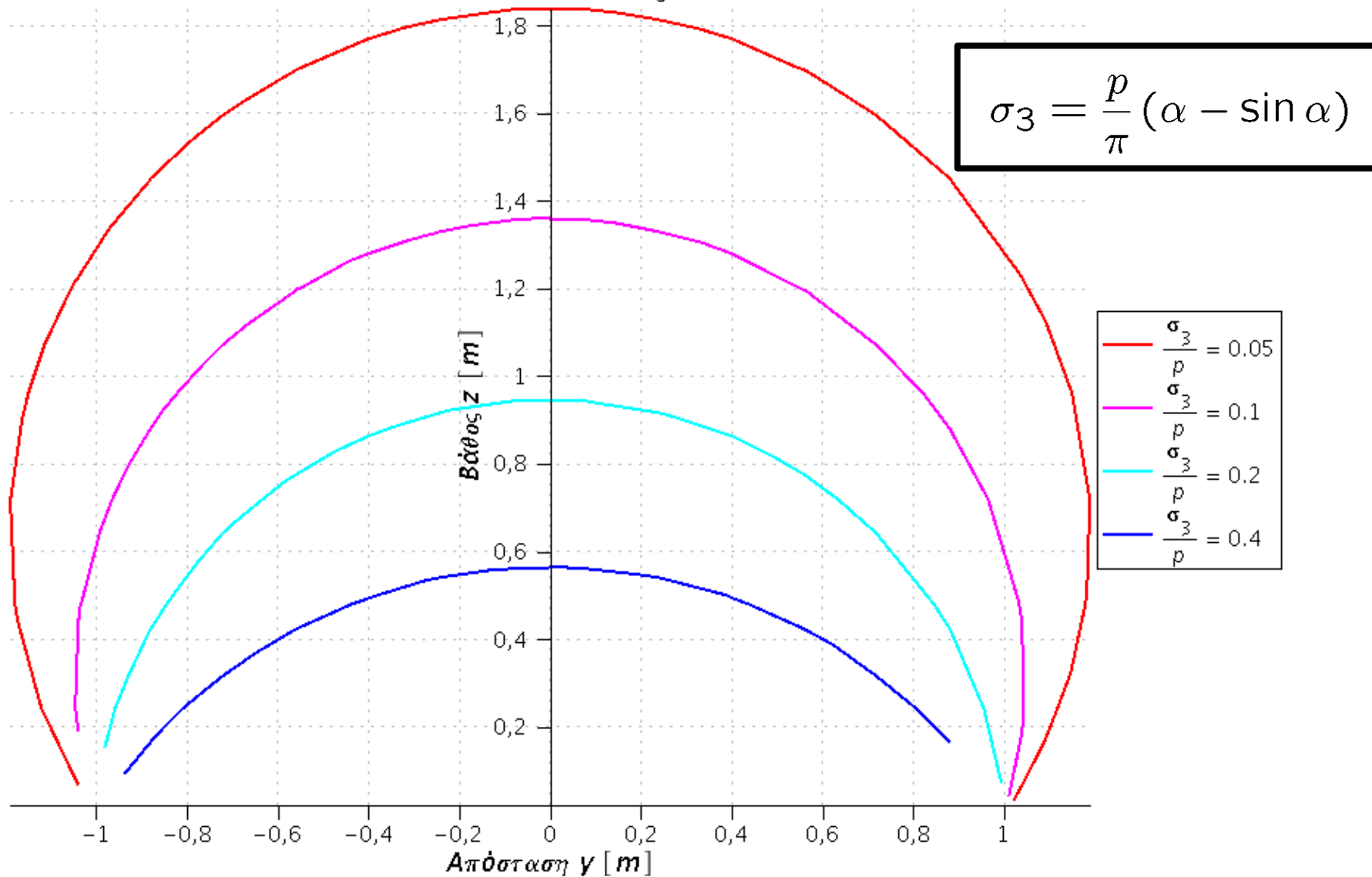
Απειρομήκης λωρίδα p – Ισοτασικές καμπύλες σ_1

Ισοτασικές καμπύλες μέγιστης κύριας τάσης σ_1 για ομοιόμορφο [απειρολωρίδα] μοναδιαίο p



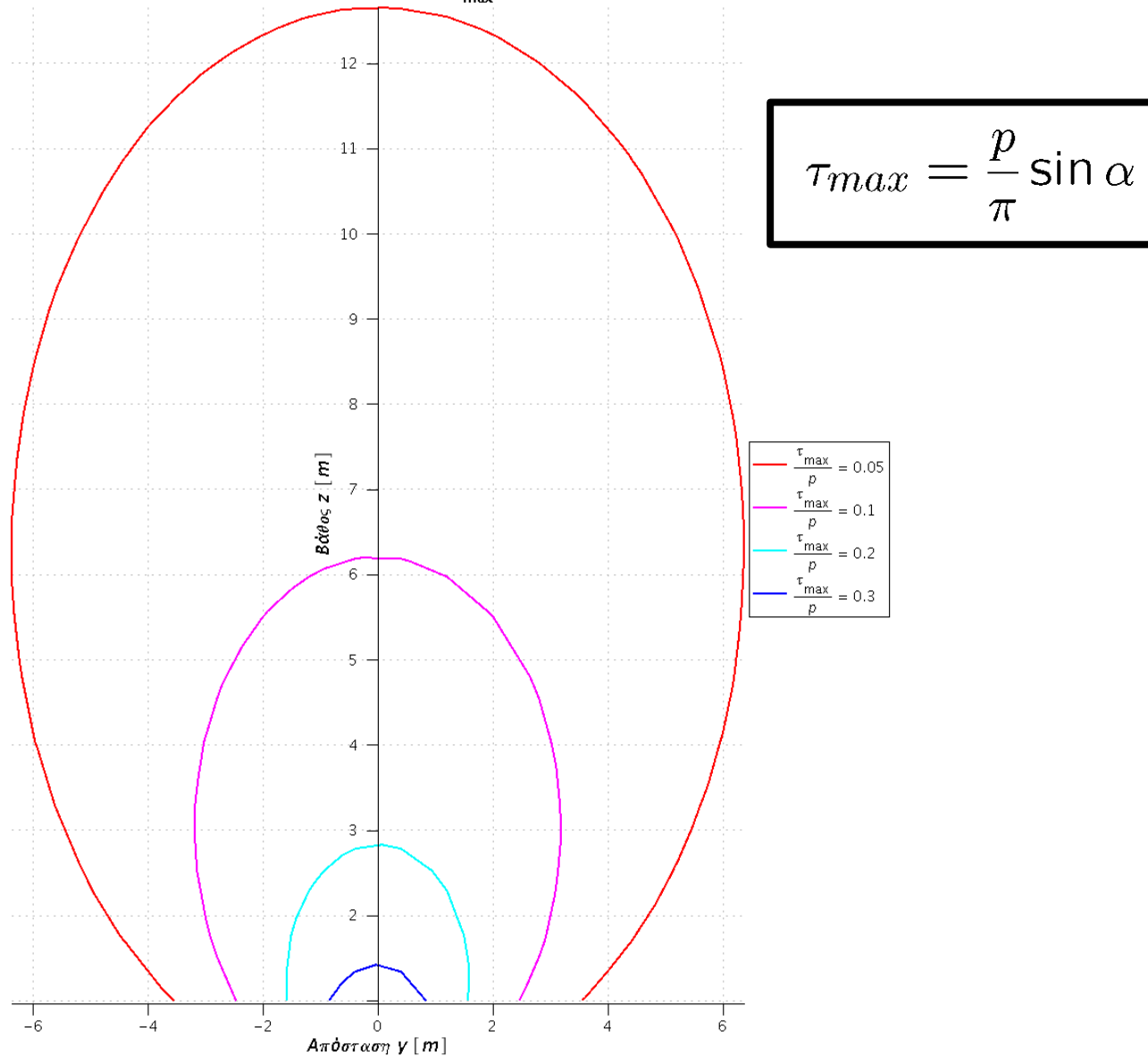
Απειρομήκης λωρίδα p – Ισοτασικές καμπύλες σ_3

Ισοτασικές καμπύλες ελάχιστης κύριας τάσης σ_3 για ομοιόμορφο [απειρολωρίδα] μοναδιαίο p

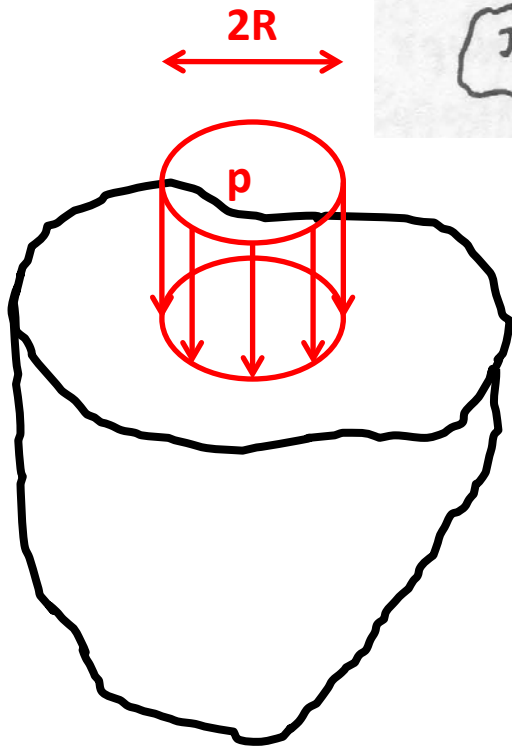
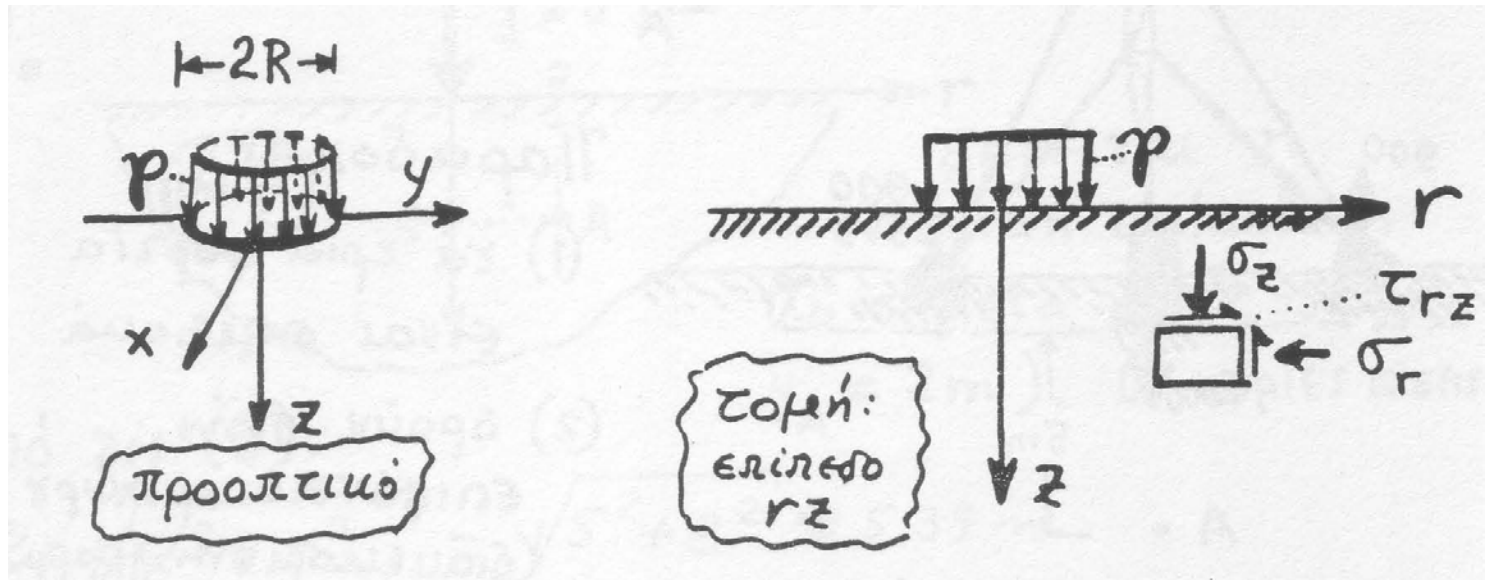


Απειρομήκης λωρίδα p – Ισοτασικές καμπύλες τ_{max}

Ισοτασικές καμπύλες μέγιστης διατμητικής τάσης τ_{max} για ομοιόμορφο [απειρολωρίδα] μοναδιαίο p



Ομοιόμορφο κυκλικό φορτίο p σε ελαστικό ημίχωρο



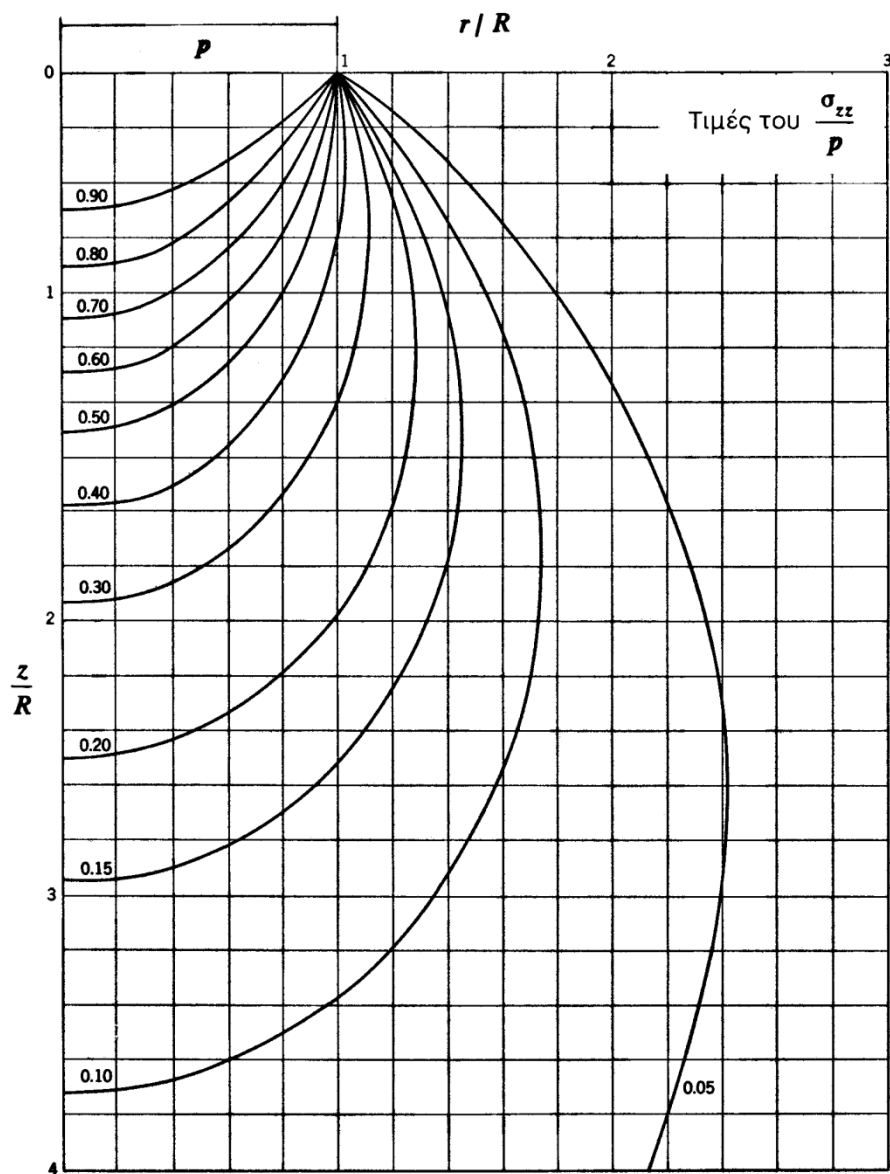
$$u_\theta = 0$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0$$

$$\frac{\partial(\sigma, \epsilon, u)}{\partial\theta} = 0$$

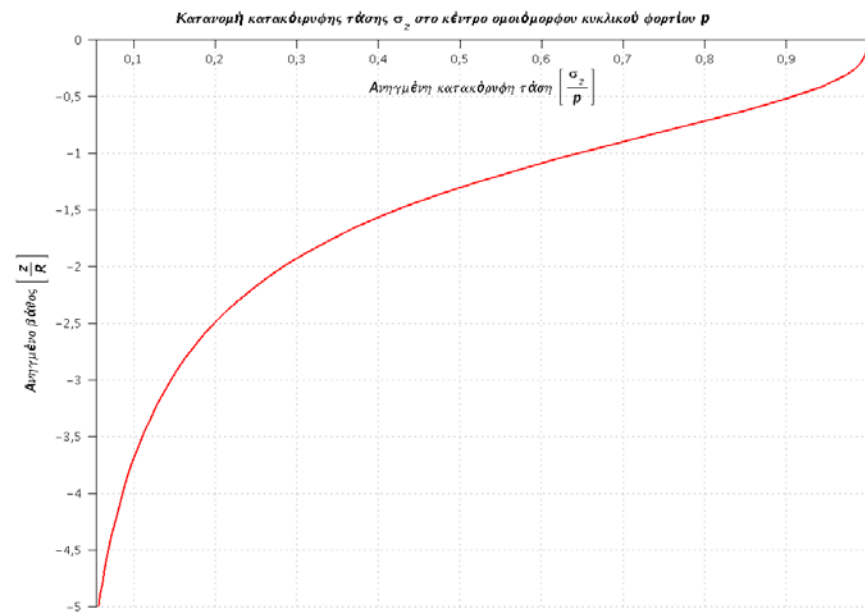
Δεν υπάρχουν αναλυτικές εκφράσεις για τις τάσεις ... και προσφεύγουμε στη χρήση αδιάστατων καμπύλων, οι οποίες προκύπτουν από αριθμητικές ολοκληρώσεις...

Ομοιόμορφο κυκλικό φορτίο p – Κατανομή σ_z



Η κατακόρυφη τάση σ_z για ($y=r=0$) ήτοι για το κέντρο του κύκλου, δίνεται αναλυτικά:

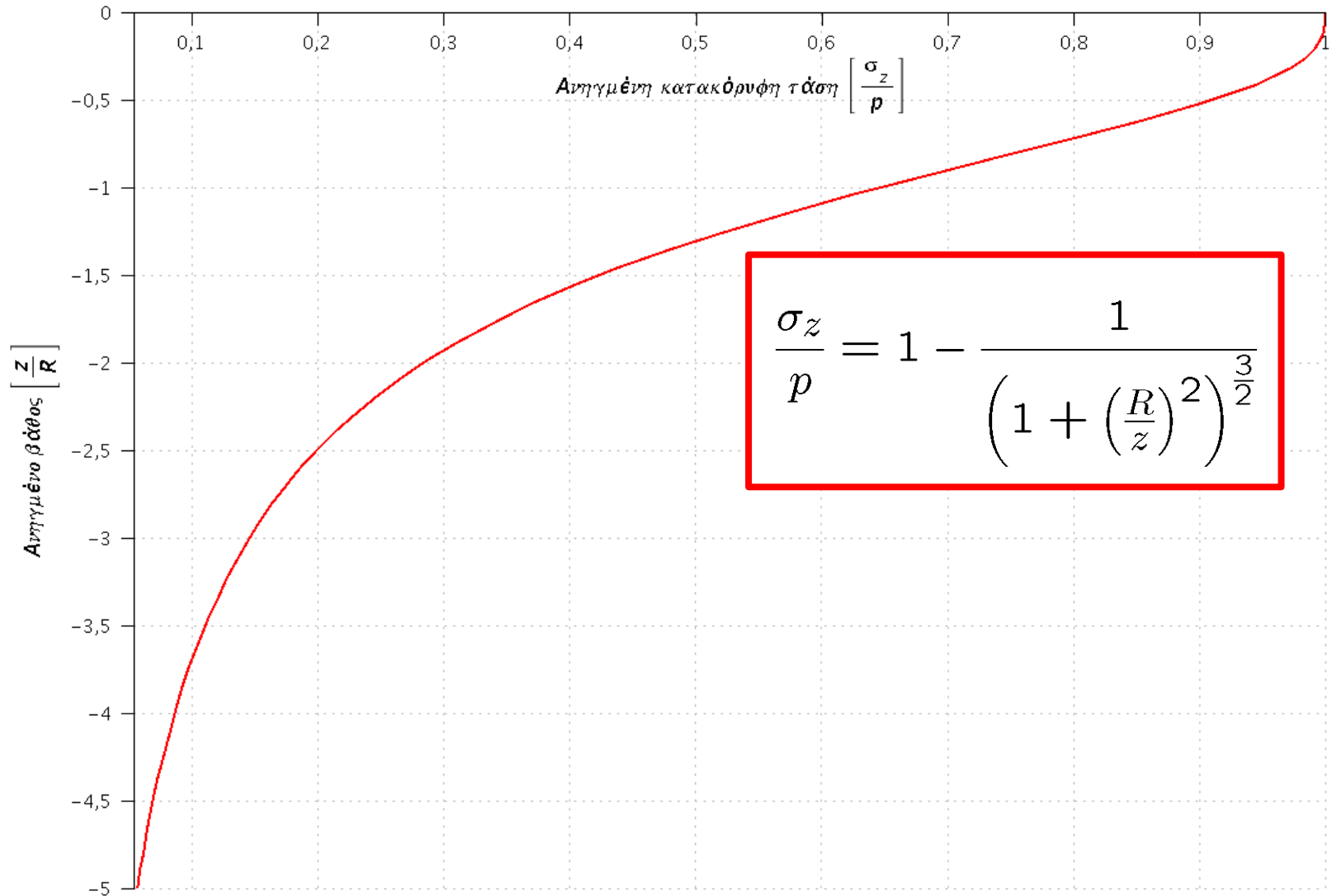
$$\frac{\sigma_z}{p} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$



Ομοιόμορφο κυκλικό φορτίο p

Κατανομή σ_z στο κέντρο της κυκλικής επιφάνειας

Κατανομή κατακόρυφης τάσης σ_z στο κέντρο ομοιόμορφου κυκλικού φορτίου p



Σύγκριση κυκλικού φορτίου και απειρολωρίδας Κατανομή τάσεων σ_z στο κέντρο

