



## Γραπτή εξέταση περιόδου Ιουνίου 2011 διάρκειας 2,0 ωρών

Όνοματεπώνυμο:

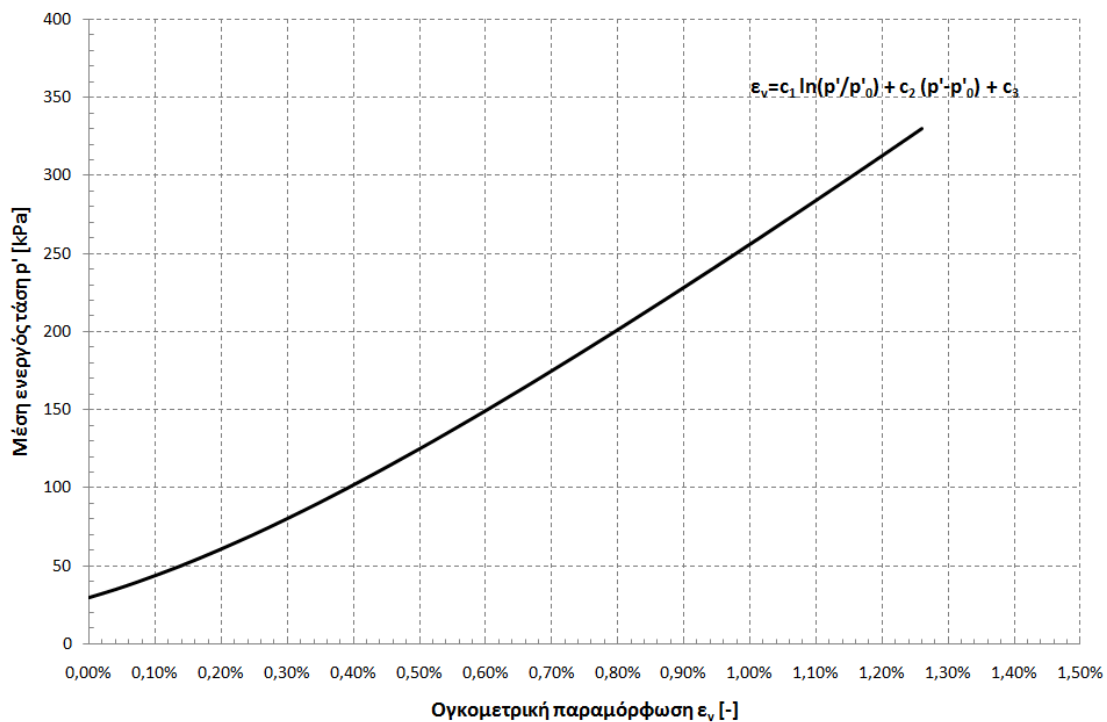
Αριθμός Μητρώου Φοιτητή:

Μάθημα: Εδαφομηχανική Ι, 5<sup>ο</sup> εξάμηνο.

Διδάσκων: Ιωάννης-Ορέστης Σ. Γεωργόπουλος, Π.Δ.407/80, Δρ Πολιτικός Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Ημερομηνία/ώρα: Πέμπτη 30 Ιουνίου 2011/12:00.

**ΘΕΜΑ 1ο:** Κυλινδρικό δοκίμιο, πλήρως κορεσμένης ύδατος, άμμου ύψους  $h_0 = 150mm$ , διαμέτρου  $d_0 = 100mm$  και συνολικής μάζας  $m_0 = 2240gr$  υπόκειται σε δοκιμή ισότροπης συμπίεσης υπό στραγγιζόμενες συνθήκες. Κατά την διάρκεια της δοκιμής, η ολόπλευρη, ασκούμενη στο δοκίμιο, πίεση  $\sigma_c$  αυξάνεται σταδιακά από  $50kPa$  σε  $350kPa$ , ενώ παράλληλα η πίεση των πόρων της άμμου διατηρείται σταθερή και ίση με  $u = 20kPa$ . Τα πειραματικά αποτελέσματα της δοκιμής ισότροπης συμπίεσης δίνονται στο παρακάτω διάγραμμα, στο οποίο μία λογαριθμική καμπύλη προσομοιώνει ικανοποιητικά τη μηχανική συμπεριφορά της άμμου,



όπου  $p'$  είναι η μέση ενεργός τάση και  $\epsilon_v$  η ογκομετρική παραμόρφωση του δοκιμίου. Η αναλυτική έκφραση της λογαριθμικής καμπύλης είναι,

$$\epsilon_v = c_1 \cdot \ln\left(\frac{p'}{p'_0}\right) + c_2 \cdot (p' - p'_0) + c_3$$

όπου  $c_1 = 1.50 \cdot 10^{-3}$ ,  $c_2 = 3.00 \cdot 10^{-5}/kPa$ ,  $c_3 = -2.25 \cdot 10^{-3}$  και  $p'_0 = 10kPa$ .



(α) Υπολογίστε τον αρχικό δείκτη πόρων  $e_0$  του δοκιμίου πριν τη δοκιμή ισότροπης συμπίεσης, υποθέτοντας ότι η πυκνότητα της στερεάς φάσης είναι  $\rho_s = 2.65 \text{ gr}/\text{cm}^3$  και του ύδατος των πόρων  $\rho_w = 1.00 \text{ gr}/\text{cm}^3$  (μονάδες 1.0).

(β) Υπολογίστε το ύψος  $h$  και την διάμετρο  $d$  του δοκιμίου μετά το πέρας της δοκιμής ισότροπης συμπίεσης, υποθέτοντας ότι το εδαφικό δοκίμιο συμπεριφέρεται ως ισότροπο υλικό (μονάδες 1.0).

(γ) Εκτιμήστε τη διαπερατότητα του αμμώδους δοκιμίου μετά το πέρας της δοκιμής ισότροπης συμπίεσης κάνοντας χρήση της εμπειρικής σχέσης Karman-Kozeny (1927),

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{e_1^3 \cdot (1 + e_2)}{e_2^3 \cdot (1 + e_1)}$$

όπου  $k_i$  είναι η διαπερατότητα της άμμου για δείκτη πόρων  $e_i$ , δεχόμενοι ότι η διαπερατότητα του αμμώδους δοκιμίου πριν την δοκιμή ισότροπης συμπίεσης είναι  $7.50 \cdot 10^{-4} \text{ cm}/\text{sec}$  (μονάδες 2.0).

#### Απάντηση:

(α) Η σχέση η οποία συνδέει την πυκνότητα του δείγματος, την πυκνότητα της στερεάς φάσης, της ρευστής φάσης, το βαθμό κορεσμού και το δείκτη πόρων είναι

$$\rho = \frac{\rho_s + S_r e \rho_w}{1 + e}$$

Συνεπώς, επιλύοντας ως προς  $e$ , έχουμε

$$e = \frac{\rho_s - \rho}{\rho - S_r \rho_w}$$

όπου

$$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{m_0}{\frac{\pi d_0^2}{4} h_0} = \frac{2240}{1178.1} = 1.90 \text{ gr}/\text{cm}^3$$

Επομένως,

$$e_0 = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0 - S_r \rho_w} = \frac{2.65 - 1.90}{1.90 - 1 \cdot 1.00} = 0.831$$

**Σημείωση:** Η λύση του ερωτήματος της άσκησης βρίσκεται στις σημειώσεις του Μαθήματος στη σελίδα 16 και στις λυμένες ασκήσεις Άσκηση 4η/σειρά 1.

$$e = \frac{\rho_s - \rho}{\rho - S_r \rho_w}$$



(β) Μετά το πέρας της ισότροπης συμπίεσης η μέση ενεργός τάση του δοκιμίου ισούται με

$$p' = 350kPa - 20kPa = 330kPa$$

και η ογκομετρική παραμόρφωση του δοκιμίου υπολογίζεται από την λογαριθμική σχέση

$$\varepsilon_v = c_1 \cdot \ln\left(\frac{p'}{p'_0}\right) + c_2 \cdot (p' - p'_0) + c_3 \Rightarrow$$

$$\varepsilon_v = 1.50 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{330}{10}\right) + 3.00 \cdot 10^{-5} \cdot (330 - 10) - 2.25 \cdot 10^{-3} = 0.0126$$

Η ογκομετρική παραμόρφωση ισούται με

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

όπου  $\varepsilon_i$  είναι οι παραμορφώσεις στους κύριους άξονες. Υποθέτοντας ότι το υλικό είναι ισότροπο ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ),

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 3 \cdot \varepsilon_1 = 3 \cdot \varepsilon_2 = 3 \cdot \varepsilon_3$$

Συνεπώς,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_v}{3} = \frac{0.0126}{3} = 0.0042$$

και επομένως

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta h}{h_0} \Rightarrow \Delta h = \varepsilon_1 \cdot h_0 \Rightarrow h = h_0(1 - \varepsilon_1) = 150(1 - 0.0042) = 149.37mm$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\Delta d}{d_0} \Rightarrow \Delta d = \varepsilon_3 \cdot d_0 \Rightarrow d = d_0(1 - \varepsilon_3) = 100(1 - 0.0042) = 99.58mm$$

**Σημείωση:** Η λύση του ερωτήματος της άσκησης βρίσκεται στις σημειώσεις του Μαθήματος στις σελίδες 57-58 και στις λυμένες ασκήσεις Άσκηση 7η/σειρά 2.

(γ) Η ογκομετρική παραμόρφωση συνδέεται με τον δείκτη πόρων μέσω της σχέσεως,

$$\varepsilon_v = \frac{e_0 - e}{1 + e_0}$$

βάσει της σύμβασης της Εδαφομηχανικής, επομένως ο δείκτης πόρων μετά το πέρας της δοκιμής ισότροπης συμπίεσης ισούται με

$$e = e_0 - \varepsilon_v(1 + e_0) = 0.831 - 0.0126(1 + 0.831) = 0.807$$

Εφαρμόζοντας την εμπειρική σχέση Karman-Kozeny, ο συντελεστής διαπερατότητας  $k$  μετά το πέρας της δοκιμής ισότροπης συμπίεσης ισούται με,



$$k = \frac{e^3 \cdot (1 + e_0)}{e_0^3 \cdot (1 + e)} k_0 = \frac{0.807^3 \cdot (1 + 0.831)}{0.831^3 \cdot (1 + 0.807)} 7.50 \cdot 10^{-4} = 6.98 \cdot 10^{-4} \text{ cm/sec}$$

**Σημείωση:** Η λύση του ερωτήματος της άσκησης βρίσκεται στις σημειώσεις του Μαθήματος στη σελίδα 109 και στις λυμένες ασκήσεις Άσκηση 4η/σειρά 6.

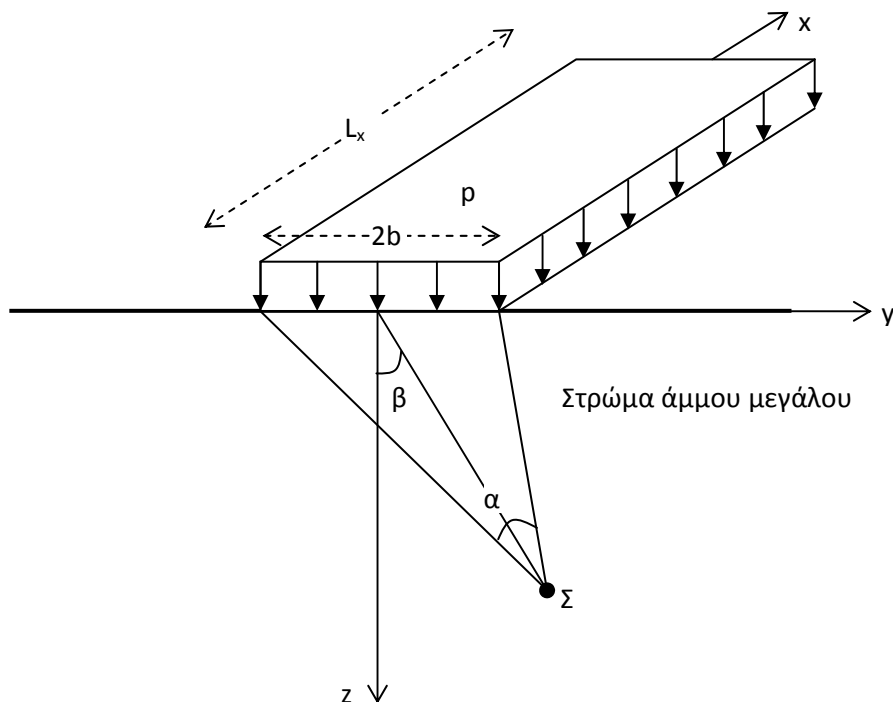
**ΘΕΜΑ 2ο:** Πεδιλοδοκός πλάτους  $2b$  και μήκους  $L_x \gg 2b$  (απειρομήκης λωρίδα) εδράζεται σε αμμώδες μη συνεκτικό ( $c = 0$ ) εδαφικό στρώμα μεγάλου πάχους, επιβάλλοντας ομοιόμορφη τάση στην επιφάνεια ίση με  $p$ .

(α) Με δεδομένες τις εκφράσεις των ορθών και διατμητικών τάσεων για το εδαφικό στοιχείο  $\Sigma$

$$\sigma_{zz} = \frac{p}{\pi} (\alpha + \sin \alpha \cdot \cos 2\beta), \sigma_{yy} = \frac{p}{\pi} (\alpha - \sin \alpha \cdot \cos 2\beta), \tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{p}{\pi} \sin \alpha \cdot \sin 2\beta$$

υπολογίστε την ορθή τάση  $\sigma_{xx}$ , τη μέγιστη και ελάχιστη κύρια τάση  $\sigma_1$  και  $\sigma_3$  αντίστοιχα καθώς και τη μέγιστη διατμητική τάση  $\tau_{max}$ , υποθέτοντας ότι το εδαφικό υλικό συμπεριφέρεται ελαστικά και ισότροπα (μονάδες 2.0).

(β) Υποθέτοντας ότι το αμμώδες εδαφικό υλικό ακολουθεί το κριτήριο αστοχίας κατά **Coulomb** (γωνία εσωτερικής τριβής άμμου  $\varphi \neq 0$ ,  $c = 0$ ), δώστε την έκφραση του γεωμετρικού τόπου των σημείων του εδάφους τα οποία **αστοχούν** βάσει του ανωτέρω κριτηρίου. Υπολογίστε προσεγγιστικά την τιμή της γωνίας  $\alpha$  για την περίπτωση όπου η γωνία εσωτερικής τριβής ισούται με  $\varphi = 30^\circ$  (μονάδες 4.0).





**Απάντηση:**

(α) Η ορθή τάση  $\sigma_{xx}$  προκύπτει από τη θεωρία ελαστικότητας, βάσει των συνθηκών επίπεδης παραμόρφωσης ( $y, z$ ), ήτοι

$$\varepsilon_{xx} = 0 \Rightarrow \sigma_{xx} = \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{yy}) = 2 \frac{\nu}{\pi} \alpha \nu$$

Η μέγιστη κύρια τάση ισούται με,

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sqrt{(\sigma_{zz} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{yz}^2}}{2} = \frac{p}{\pi} (\alpha + \sin \alpha)$$

ενώ η ελάχιστη κύρια τάση,

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{zz} + \sigma_{yy}}{2} - \frac{\sqrt{(\sigma_{zz} - \sigma_{yy})^2 + 4\tau_{yz}^2}}{2} = \frac{p}{\pi} (\alpha - \sin \alpha)$$

Η μέγιστη διατμητική τάση ισούται με,

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{p}{\pi} \sin \alpha$$

**Σημείωση:** Η λύση του ερωτήματος της άσκησης βρίσκεται στις σημειώσεις του Μαθήματος στη σελίδα 145 και στις λυμένες ασκήσεις Άσκηση 11η/σειρά 8.

(β) Εφόσον το εδαφικό αμμώδες μη συνεκτικό υλικό ακολουθεί το κριτήριο αστοχίας κατά Coulomb, τότε

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

Εισάγοντας τις εκφράσεις για τις κύριες τάσεις  $\sigma_1$  και  $\sigma_3$  στην ανωτέρω σχέση, προκύπτει

$$\sin \varphi = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \Rightarrow \sin \alpha - \alpha \cdot \sin \varphi = 0$$

η οποία έκφραση είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του αμμώδους στρώματος που αστοχούν βάσει του κριτηρίου τριβής Coulomb. Για  $\varphi = 30^\circ$ ,

$$\sin \alpha - \alpha \cdot \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow 2 \sin \alpha - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha \cong 1.90 \text{ rad} = 109^\circ$$

ήτοι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων είναι τα σημεία εκείνα του αμμώδους στρώματος τα οποία έχουν γωνία  $\alpha \cong 109^\circ$ .

**Σημείωση:** Η λύση του ερωτήματος της άσκησης βρίσκεται στις σημειώσεις του Μαθήματος στη σελίδα 145 και στις λυμένες ασκήσεις Άσκηση 4η/σειρά 4.