



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

Λεωφόρος Αθηνών
Πεδίον Άρεως
38334 Βόλος

Μ. Αγόρας

Τηλ.: 2421-074 048
FAX: 2421-074 009
e-mail: agoras@mie.uth.gr

ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2018-2019

ΕΡΓΑΣΙΑ #3

1. Να υπολογιστεί το ανάπτυγμα Taylor της συναρτήσεως

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

γύρω από το σημείο $x=0$ και να προσδιοριστεί η ακτίνα σύγκλισης αυτού του αναπτύγματος.

2. Να λυθούν τα προβλήματα αρχικών τιμών:

i. $(t-3)y'' + y = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = -3$

ii. $y'' + t^3 y = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0$

γύρω από το σημείο $t=1$.

3. Να προσδιοριστεί η γενική λύση της εξίσωσης

$$x^2 y'' - (x+2)y = 0$$

γύρω από το σημείο $x=0$.

4. Να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$y'' - 2xy' - 2y = e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

γύρω από το σημείο $x=0$.

5. Να δειχθεί ότι το $x=0$ είναι ομαλό ιδιόμορφο σημείο της εξίσωσης

$$x^2 y'' + (x^2 + x)y' - y = 0$$

και να υπολογιστεί η λύση γύρω από αυτό το σημείο που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη εκ των δυο ριζών της ενδεικτικής εξίσωσης. Να αποδειχθεί ότι η λύση αυτή έχει τη μορφή

$$y(x) = c \frac{e^{-x} - 1 + x}{x}$$

όπου c είναι μια αυθαίρετη σταθερά.