



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ  
ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

Λεωφόρος Αθηνών  
Πεδίον Άρεως  
38334 Βόλος

**Μ. Αγόρας**

Τηλ.: 2421-074 048  
FAX: 2421-074 009  
e-mail: agoras@uth.gr

**ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ**

**ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2018-2019**

**ΕΡΓΑΣΙΑ #2**

1. Να υπολογιστούν οι Βροσκιανές των συναρτήσεων:

i.  $e^{mx}$ ,  $e^{nx}$ ,  $m \neq n$

ii.  $x$ ,  $xe^x$

iii.  $e^x \cos x$ ,  $e^x \sin x$

Να αποδειχθεί ότι  $W(\varphi\varphi_1, \varphi\varphi_2) = \varphi^2 W(\varphi_1, \varphi_2)$ .

2. Να αποδειχθεί ότι η γενική λύση της εξίσωσης  $y'' - 4y = 0$  έχει τη μορφή  $y = c_1 \sinh 2x + c_2 \cosh 2x$ .

3. Να λυθούν τα προβλήματα αρχικών τιμών:

i.  $y'' + 4y' + 5y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$

ii.  $y'' + 4y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$

iii.  $y'' + 8y' - 9y = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 0$

iv.  $y'' + y' - 2y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$

4. Να αποδειχθεί ότι, για θετικές τιμές των σταθερών  $a$ ,  $b$  και  $c$ , όλες οι λύσεις της εξίσωσης  $ay'' + by' + cy = 0$  τείνουν στο μηδέν καθώς  $t \rightarrow \infty$ . Να εξεταστεί εάν το συμπέρασμα αυτό ισχύει όταν  $b = 0$  ή  $c = 0$ .

5. Να προσδιοριστούν οι γενικές λύσεις των εξισώσεων:

i.  $y'' + 2y' + y = 3e^{-t}$

ii.  $2y'' + 3y' + y = t^2 + 3\sin t$

6. Να λυθεί το πρόβλημα της ελεύθερης ταλάντωσης με τριβή

$$\frac{1}{2}u'' + \gamma u' + 8u = 0, \quad u(0) = 1, \quad u'(0) = -4$$

για τις ακόλουθες τρεις περιπτώσεις

i.  $\gamma = 3$

ii.  $\gamma = 4$

iii.  $\gamma = 5$

και, για κάθε περίπτωση, να σχολιαστούν τα αποτελέσματα.

7. Να αποδειχθεί ότι η λύση του προβλήματος αρχικών τιμών:

$$y'' + y = g(t), \quad y(t_0) = 0, \quad y'(t_0) = 0$$

έχει τη μορφή

$$y = \int_{t_0}^t \sin(t-s)g(s)ds$$