

# Χωρική προσέγγιση της κινητικότητας του πληθυσμού

## Διάλεξη 9

Τα δημογραφικά μοντέλα

Δημήτρης Καρκάνης  
Μεταδιδακτορικός ερευνητής ΕΔΚΑ

# Τα δημογραφικά μοντέλα που περιλαμβάνουν παρά μόνο την επίδραση της μεταβλητής του χρόνου

- Τα συγκεκριμένα δημογραφικά μοντέλα δεν περιλαμβάνουν την παρέμβαση της θνησιμότητας στην καταγραφή του φαινομένου της μετανάστευσης
- Το σημείο εκκίνησης των μοντέλων είναι συνήθως η διαμήκης ανάλυση της μετανάστευσης
- Ωστόσο μπορούν να εφαρμοστούν επίσης στην περίπτωση εγκάρσιας ανάλυσης, εφόσον τα χαρακτηριστικά της μετανάστευσης μεταβάλλονται ελάχιστα στο πέρασμα του χρόνου.
- Η πιθανότητα πραγματοποίησης μιας μετανάστευσης βαθμού  $n$  στην ηλικία  $x$  εξαρτάται από τις **ηλικίες** στις οποίες πραγματοποιήθηκαν οι προηγούμενες μεταναστεύσεις, καθώς και από τον ίδιο **τον βαθμό** της εν λόγω μετανάστευσης.
- Στην παρούσα ενότητα θα γίνει αναφορά στα ακόλουθα δημογραφικά μοντέλα:
  - Η μέθοδος **Poisson**
  - Το **γεωμετρικό μοντέλο**
  - Το **αρνητικό διωνυμικό μοντέλο**

# Η μέθοδος Poisson (1)

**Υπόθεση:** Εάν η πιθανότητα να πραγματοποιήσει μία μετανάστευση ένα άτομο ηλικίας  $x$  εξαρτάται από την ηλικία καθεαυτή, η πιθανότητα αυτή μετανάστευσης είναι ανεξάρτητη α) **από το βαθμό της μετανάστευσης** αυτής, καθώς και β) **από την κατανομή στο παρελθόν των προηγούμενων μεταναστεύσεων** που πραγματοποιήθηκαν από το εν λόγω άτομο.

Θεωρούμε  $m(x)dx$  την πιθανότητα μετανάστευσης κατά τη διάρκεια ενός απειροελάχιστου χρονικού διαστήματος  $(x, x+dx)$ .

Η πιθανότητα  $oM(x)$  μη μετανάστευσης μέχρι την ηλικία  $x$  δύναται να υπολογισθεί από την παρακάτω σχέση:

$$oM(x+dx) = oM(x) [1 - m(x)dx]$$

Εάν  $M(x)$  ο μέσος αριθμός μεταναστεύσεων που πραγματοποιήθηκαν πριν από την ηλικία  $x$ , τότε:

$$oM(x) = e^{-M(x)}$$

## Η μέθοδος Poisson (2)

Γενικότερα, η πιθανότητα  ${}_k\mathbf{M}(\mathbf{x})$  να πραγματοποιήσει το άτομο ακριβώς  $k$  μεταναστεύσεις πριν την ηλικία  $\mathbf{x}$  περιγράφεται στην ακόλουθη σχέση:

$${}_k\mathbf{M}(\mathbf{x}+d\mathbf{x}) = {}_k\mathbf{M}(\mathbf{x}) [1 - m(\mathbf{x})d\mathbf{x}] + {}_{k-1}\mathbf{M}(\mathbf{x})m(\mathbf{x})d\mathbf{x}$$

Η ανωτέρω σχέση επιλυείται σταδιακά στη ζητούμενη πιθανότητα:

$${}_k\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{e^{-M(\mathbf{x})} [M(\mathbf{x})]^k}{k!}$$

- Η πιθανότητα πραγματοποίησης ακριβώς  $k$  μεταναστεύσεων ακολουθεί το Νόμο Poisson, παράμετρος της οποίας είναι η μεταβλητή  $\mathbf{M}(\mathbf{x})$  που περιγράφει τον μέσο αριθμό μεταναστεύσεων πριν την ηλικία  $\mathbf{x}$ . Η διαδικασία προσδιορίζεται από τη γνώση της συνάρτησης  $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ .
- Κατά συνέπεια είναι δυνατό να εξετάσουμε εάν μια διαδικασία μετανάστευσης προσομοιάζει της μεθόδου Poisson, υπολογίζοντας ακριβώς την πιθανότητα πραγματοποίησης  $k$  μεταναστεύσεων πριν από μια δεδομένη ηλικία, γνωρίζοντας τον μέσο αριθμό μεταναστεύσεων πριν την ηλικία αυτή.

# Το γεωμετρικό μοντέλο

Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μια μετανάστευση από ένα άτομο ηλικίας  $x$  δεν εξαρτάται μόνο από την ηλικία αυτή, αλλά **είναι ανάλογη του βαθμού της μετανάστευσης**. Ωστόσο, είναι ανεξάρτητη από το χρονικό διάστημα μεταξύ των μεταναστεύσεων.

Η πιθανότητα πραγματοποίησης μιας μετανάστευσης βαθμού  $k$  μεταξύ των ηλικιών  $x$  και  $(x+dx)$  περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$${}_k m(x) d(x) = [k * m(x) dx] / [1 + M(x)]$$

Η πιθανότητα ακριβώς  $k$  μεταναστεύσεων πριν την ηλικία  $x$ :

$${}_k M(x) = \frac{1}{1+M(x)} \left( \frac{M(x)}{1+M(x)} \right)^k$$

# Το αρνητικό διωνυμικό μοντέλο

Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μια μετανάστευση από ένα άτομο ηλικίας  $x$  **δεν είναι ανάλογη του βαθμού της μετανάστευσης, ωστόσο είναι συνάρτηση του βαθμού αυτού**. Η συνάρτηση αυτή εξαρτάται από μία παράμετρο  $\gamma$ .

Η παράμετρος  $\gamma$  εξασθενίζει (όταν  $\gamma < 1$ ) ή ενισχύει (όταν  $\gamma > 1$ ) την επίδραση των μεταναστεύσεων που προηγήθισαν.

Στην περίπτωση αυτή, η πιθανότητα πραγματοποίησης μιας μετανάστευσης βαθμού  $k$  μεταξύ των ηλικιών  $x$  και  $(x+dx)$ , γνωρίζοντας ότι πραγματοποιήθηκαν προηγουμένως  $(k-1)$  μεταναστεύσεις, περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$k m(x) dx = \frac{[1 + \gamma(k-1)] m(x) dx}{1 + \gamma M(x)}$$

Αν  $\gamma = 1$ , τότε έχουμε:

$$k m(x) d(x) = [k * m(x) dx] / [1 + M(x)] \quad (\text{βλ. γεωμετρικό μοντέλο})$$

**Τέλος Διάλεξης 9**  
Σας ευχαριστώ!