



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



Δημογραφία

Ενότητα 11: Ανάλυση Θνησιμότητας – Πίνακες επιβίωσης

Βύρων Κοτζαμάνης

Τμήμα Μηχανικών Χωροταξίας, Πολεοδομίας & Περιφερειακής Ανάπτυξης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Αδρός δείκτης (ποσοστό) θνησιμότητας

Όπως και για τα άλλα δημογραφικά γεγονότα, έτσι και για την θνησιμότητα δυνάμεθα να υπολογίσουμε τον Αδρό Δείκτη Θνησιμότητας (ΑΔΘ/TBM/CDR) ως εξής:

$$TBM = \frac{D_j}{P_j} \times 1000$$

Όπου, P ο συνολικός μέσος πληθυσμός στη διάρκεια ενός έτους, D ο αριθμός των θανάτων στο ίδιο έτος και j το αντίστοιχο χωρικό επίπεδο (Χώρα, Περιφέρεια, Νομός κ.ο.κ). Είναι προφανές όμως ότι ο ΑΔΘ είναι ένας άκρως προβληματικός δείκτης, καθώς επηρεάζεται σημαντικά από τη δομή του πληθυσμού ανά ηλικία. Κατ' επέκταση δεν προσφέρεται για την εξαγωγή σαφών συμπερασμάτων όσον αφορά την πορεία της θνησιμότητας (την ένταση δηλ. του φαινομένου).

Πίνακες επιβίωσης (1)

Στην ενότητα αυτή θα επικεντρωθούμε στη μελέτη της θνησιμότητας με την παρουσίαση ενός ιδιότυπου πίνακα βιοτικών γεγονότων, του *πίνακα επιβίωσης* ή *άλλως πίνακα θνησιμότητας*, την ιδέα δημιουργίας του οποίου πρώτος συνέλαβε ο *J. Graunt*. Ο πίνακας αυτός επιτρέπει την ακριβή περιγραφή του τρόπου με τον οποίο “εξαφανίζονται” προοδευτικά τα μέλη μιας γενεάς εξ αιτίας της θνησιμότητας. Οι πίνακες επιβίωσης διακρίνονται σε:

α) *Πίνακες επιβίωσης περιόδου (συγχρονική ανάλυση)*, οι οποίοι βασίζονται σε δεδομένα για τους κατά ηλικιακή ομάδα θανάτους μιας περιόδου (έτους, πενταετίας κ.τ.λ) και στον κατά ηλικιακή ομάδα πληθυσμό στο μέσον της ίδιας περιόδου.

β) *Πίνακες επιβίωσης γενεάς (διαγενεακή ανάλυση)*, οι οποίοι βασίζονται στους συντελεστές θνησιμότητας οι οποίοι προκύπτουν από τη διαχρονική παρακολούθηση των μελών μιας γενεάς. Το είδος αυτό των πινάκων επιβίωσης προϋποθέτει ότι είμαστε σε θέση να παρακολουθήσουμε τη θνησιμότητα των ατόμων της συγκεκριμένης γενεάς από το σημείο εκκίνησης (γέννηση) μέχρι την εξαφάνισή της με το θάνατο και του τελευταίου μέλους της. Κατά συνέπεια, οι διαγενεακοί πίνακες επιβίωσης αποτελούν κατά κάποιο τρόπο το μέσο για την ιστορική περιγραφή της θνησιμότητας, αφού δεν είναι δυνατόν να υπολογισθούν πριν οι γενεές εξαφανιστούν ολοκληρωτικά (δηλαδή 100 περίπου χρόνια μετά την γέννηση των μελών τους).

Πίνακες επιβίωσης (2)

Οι πίνακες θνησιμότητας δημιουργούνται συνήθως ξεχωριστά για κάθε φύλο, λόγω των σημαντικά διαφορετικών κατά ηλικία επιπέδων θνησιμότητας στους άνδρες και τις γυναίκες και διακρίνονται αναλόγως του εύρους των ηλικιακών ομάδων στις οποίες αναφέρονται σε: α) πλήρεις, όπου τα δεδομένα των θανάτων και του πληθυσμού δίδονται κατά μονοετείς ηλικιακές ομάδες και β) συνεπτυγμένους όπου τα δεδομένα δίδονται για ευρύτερες ηλικιακές ομάδες (συνήθως πενταετείς).

Τέλος, οι πίνακες επιβίωσης (αναλυτικοί ή συνεπτυγμένοι) δύνανται να δημιουργηθούν και ανά αιτία θανάτου. Για την ταξινόμησή των θανάτων ανά αιτία χρησιμοποιείται το πρότυπο ταξινόμησης του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας (Manual of the International Statistical Classification of Diseases, Injuries and Causes of Death) το οποίο ταξινομεί τους θανάτους σε 50 μεγάλες ομάδες αιτιών.

Πίνακας επιβίωσης περιόδου

Ο πίνακας επιβίωσης περιόδου (συγχρονική ανάλυση) αποτελεί μια θεωρητική επινόηση με δεδομένες τις κάτωθι συμβάσεις:

- α) Έχουμε μια υποθετική αρχική γενεά 100.000 ατόμων (γεννήσεις ζώντων). Ο πληθυσμός των ατόμων αυτών καλείται “ρίζα” του πίνακα.
- β) Η υποθετική αυτή γενεά έχει την ίδια κατά ηλικία θνησιμότητα με αυτήν του πληθυσμού της περιόδου αναφοράς. Έτσι, σε κάθε ηλικία τα μέλη της γενεάς αυτής αποβιώνουν σύμφωνα με τους συντελεστές θνησιμότητας του πραγματικού πληθυσμού 65 (είναι δε προφανές ότι σε μια ληκτική χρονολογία όλα τα μέλη της θα αποβιώσουν).
- γ) Ο υπό παρατήρηση πληθυσμός είναι «κλειστός» (δεν υπάρχουν δηλαδή έξοδοι και είσοδοι στον πληθυσμό αυτό) και επομένως οι όποιες μεταβολές του οφείλονται αποκλειστικά στους θανάτους.

Κατασκευή ενός πλήρους πίνακα επιβίωσης

Ο πίνακας αυτός (βλέπε παράδειγμα, Πίνακας 9) δημιουργείται όταν διαθέτουμε τους πληθυσμούς και τους καταγραφέντες θανάτους ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες (συνήθως σε συμπληρωμένα έτη).

Πίνακας 9: Σλοβενία, 1990-1992, αναλυτικός πίνακας επιβίωσης ανδρών

Ηλικίες (x)	P_x	D_x	m_x	q_x	q'_x	$l_x (S_x)$	d_x	L_x	T_x	e_x
0	22570	217	9.614533	0.00961	0.00961	100000	961		6941550	69,42
								99183		
1	23319	19	0.814786	0.00081	0.00081	99039	80		6842367	69,09
								98991		
2	24774	4	0.161460	0.00076	0.00050	98959	49		6743376	68,14
								98935		
3	25745	5	0.194212	0.00019	0.00040	98910	40		6644441	67,18
								98890		
4	25648	12	0.467873	0.00047	0.00032	98870	32		6545551	66,20
								98854		
5	26001	12	0.461521	0.00046	0.00027	98838	27		6446697	65,22
								98825		
6	26736	6	0.224417	0.00022	0.00022	98811	22		6347872	64,24
...
95	71	22	309,859155	0.30986	0.46299	462	214		695	1,50
								355		
96	54	15	277,777778	0.27778	0.50453	248	125		340	1.36
								186		
97	30	14	466,666667	0.46667	0.54775	123	67		154	1.24
								90		
98	13	8	615,384615	0.61538	0.59219	56	33		64	1.13
								40		
99	11	6	545,454545	0.54545	0.63731	23	15		24	1.02
								16		
100	6	2	333,333333	0.33333	0.68244	8	8		8	1.00

q'x: εξομαλυσμένες πιθανότητες θανάτου

Πηγή: Statistical Office of Republic of Slovenia, Population of the Republic of Slovenia 1995, St/No 685, Ljubljana, 1997

Τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης (1)

- n : η διαφορά ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες. Ο υποδείκτης αυτός που τίθεται αριστερά των συμβολισμών συνήθως παραλείπεται όταν ισούται με την μονάδα (περίπτωση ενός πλήρους πίνακα).
- ${}_nD_x$: οι καταγραφέντες θάνατοι ατόμων ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)
- ${}_nP_x$: ο μέσος πληθυσμός ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)
- ${}_nm_x$: οι ειδικοί συντελεστές θνησιμότητας ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες. Οι συντελεστές αυτοί υπολογίζονται ως λόγος των καταγραφέντων θανάτων ηλικίας x σε συμπληρωμένα έτη (${}_nD_x$) προς το μέσο πληθυσμό P_x της ίδιας ηλικίας ($m_x = D_x / {}_n P_x$) και αποτελούν την βάση για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων θανάτου του πίνακα επιβίωσης

Τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης- Πιθανότητες Θανάτου (1)

${}_nq_x$: οι πιθανότητες θανάτου ανάμεσα στην ακριβή ηλικία x και στην ακριβή ηλικία $x+1$ του πίνακα επιβίωσης. Οι πιθανότητες αυτές υπολογίζονται με βάση τους πρότερα υπολογισθέντες ειδικούς συντελεστές θνησιμότητας ανά ηλικία (${}_n m_x$), **δεχόμενοι ότι οι θάνατοι είναι ισοκατανεμημένοι σε κάθε ηλικία**. Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων αυτών από τους ειδικούς συντελεστές θνησιμότητας, για τις ομάδες 5-84 ετών σε έναν αναλυτικό πίνακα χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$q_x = \frac{2 \times m_x}{2 + m_x}$$

εξειδίκευση ενός γενικότερου τύπου ο οποίος ισχύει πάντοτε με δεδομένη την προαναφερθείσα υπόθεση (ισοκατανομή των θανάτων σε κάθε ηλικία)

$${}_n q_x = \frac{2 \times n \times m_x}{2 + n \times m_x}$$

Τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης- Πιθανότητες Θανάτου (2)

Στις πρώτες όμως ηλικίες της ζωής δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε τον προαναφερθέντα τύπο για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων θανάτου καθώς η υπόθεση της ισοκατανομής των θανάτων στις ηλικίες αυτές δεν ισχύει. Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζουμε:

1) Για την ηλικία 0 τον τύπο
$$q_0 = \frac{m_0}{1 + (1 - f) \times m_0}$$

Όπου m_0 η βρεφική θνησιμότητα και f ο διαχωριστικός παράγοντας (*separator factor*) ο οποίος στις ανεπτυγμένες χώρες εκτιμάται σε 0,1.

2) Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων θανάτου για τις ηλικίες 1-4 έτη τους τύπους Reed-Merrell

$${}_n q_x = 1 - e^{(-n \times_n m_x - 0.008 \times n^3 \times_n m_x^2)}$$

$${}_1 q_1 = 1 - e^{(-1 m_1 - 0.008 \times 1 m_1^2)}$$

$${}_1 q_2 = 1 - e^{(-1 m_2 - 0.008 \times 1 m_2^2)}$$

οι οποίοι, για τις ηλικίες αυτές, εφόσον $n=1$, διαμορφώνονται ως εξής:

$${}_1 q_3 = 1 - e^{(-1 m_3 - 0.008 \times 1 m_3^2)}$$

$${}_1 q_4 = 1 - e^{(-1 m_4 - 0.008 \times 1 m_4^2)}$$

Τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης (1)

Τέλος, για τις ηλικίες 85 και άνω συνήθως δεν έχουμε δεδομένα ανά μονοετείς ηλικιακές ομάδες. Για να “κλείσουμε” τον πίνακά μας έχουμε αρκετές επιλογές, αλλά συνήθως χρησιμοποιούμε τα **μοντέλα Gompertz** ή **Makeham** τα οποία θεωρούν ότι η θνησιμότητα εξελίσσεται εκθετικά με την ηλικία. Στην περίπτωση αυτή,

$$m_x = A \times m_{x-1}^x$$

ενώ εάν χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του Makeham θα έχουμε:

$$m_x = A + B \times m_{x-1}^x$$

Τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης (2)

${}_n p_x$: οι πιθανότητες επιβίωσης ανάμεσα στην ακριβή ηλικία x και στην ακριβή ηλικία $x+1$. Οι πιθανότητες αυτές είναι συμπληρωματικές των πιθανοτήτων θανάτου (q_x), δηλ. $p_x = 1 - q_x$

${}_n l_x$ ή S_x : οι επιβιώσαντες της πλασματικής γενεάς (με "ρίζα" 100.000 άτομα) στα διαδοχικά τους γενέθλια. Υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις πιθανότητες επιβίωσης του πίνακα, ως εξής :

$$\begin{aligned} l_0 &= 100.000 \\ l_1 &= l_0 \times p_0 \\ &\dots\dots\dots \\ l_x &= l_{x-1} \times p_{x-1} \\ &\dots\dots\dots \\ l_{\omega-1} &= l_{\omega-2} \times p_{\omega-2} \\ l_{\omega} &= 0 \end{aligned}$$

όπου ω η ηλικία στην οποία η υποθετική γενεά έχει πλέον εκλείψει

Τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένας πλήρης πίνακας επιβίωσης (3)

• L_x : το πλήθος των επιζώντων του πίνακα στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στις διαδοχικές επετείους. Υπολογίζονται ως εξής:

$$L_0 = l_0 - 0.75 \times d_0$$

$$L_1 = l_1 - 0.65 \times d_1$$

.....

$$L_x = l_x - 0.5 \times d_x$$

.....

$$L_{\omega-1} = l_{\omega-1} - 0.5 \times d_{\omega-1}$$

• T_x : το πλήθος των ετών ζωής (ανθρωποέτη) που βιώνουν συνολικά (αθροιστικά) οι επιζώντες του πίνακα στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στις διαδοχικές επετείους από την ηλικία x και άνω (δηλ. από την ηλικία αυτή έως το τέλος της ζωής τους). Υπολογίζονται κατ' επέκταση ως το άθροισμα των L_x από την ηλικία x ως **την ανώτατη ηλικία $\omega-1$** , και επομένως:

$$T_0 = \sum_{x=0}^{\omega-1} L_x$$

$$T_1 = T_0 - L_0$$

.....

$$T_x = T_{x-1} - L_{x-1}$$

.....

$$T_{\omega-1} = T_{\omega-2} - L_{\omega-2}$$

Προσδοκώμενη ζωή στην ηλικία x

e_x : η προσδοκώμενη ζωή στην ηλικία x . Υπολογίζεται ως εξής:

$$e_0 = \frac{T_0}{l_0}$$

$$e_1 = \frac{T_1}{l_1}$$

.....

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

.....

$$e_{\omega-1} = \frac{T_{\omega-1}}{l_{\omega-1}}$$

Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης (1)

Ο συνεπτυγμένος πίνακας επιβίωσης κατασκευάζεται σε αντιστοιχία με τον πλήρη. Στην περίπτωση του συνεπτυγμένου πίνακα τα διαθέσιμα δεδομένα για τους θανάτους και τους πληθυσμούς δίδονται συνήθως ανά πενταετείς ηλικιακές ομάδες (σε συμπληρωμένα έτη).

Ηλικία	Επιζώντες στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες	Θάνατοι ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες	Πιθανότητες θανάτου	Επιζώντες σε κάθε ηλικία	Επιζώντες στο μέσο της ηλικίας και όλα τα επόμενα έτη	Προσδοκώμενη ζωή στην αρχή της ηλικίας x
x	$l_x (S_x)$	$d(x, x+n)$	q_x	L_x	T_x	e_x
0	100.000	2.266	0,02266	98.413	7.213.784	72,14
1-4	97.734	276	0,00282	390.355	7.115.371	72,80
5-9	97.458	156	0,00160	486.900	6.725.016	69,00
10-14	97.302	212	0,00217	485.980	6.283.116	64,11
85+	20.556	20.556	1,00000	88.661	106.145	5,16

Σε αντιστοιχία με τον ανεπτυγμένο πίνακα έχουμε:

n : η διαφορά ανάμεσα στις διαδοχικές ακριβείς ηλικίες (συνήθως 5 έτη)

${}_nD_x$: οι καταγραφέντες θάνατοι ατόμων ανά πενταετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)

${}_nP_x$: ο μέσος πληθυσμός ανά πενταετείς ηλικιακές ομάδες (ηλικία σε συμπληρωμένα έτη)

${}_nm_x$: οι ειδικοί συντελεστές θνησιμότητας. Οι συντελεστές αυτοί υπολογίζονται ως λόγος των καταγραφέντων θανάτων στη κάθε ηλικιακή ομάδα σε ένα ημερολογιακό έτος προς το μέσο πληθυσμό των αντίστοιχων ηλικιακών ομάδων κατά το ίδιο έτος.

Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης (2)

• ${}_nq_x$: οι πιθανότητες θανάτου ανάμεσα στην ακριβή ηλικία x και στην ακριβή ηλικία $x+n$. Οι δείκτες αυτοί υπολογίζονται βάσει των ειδικών συντελεστών θνησιμότητας ${}_nm_x$

Οι πιθανότητες θανάτου μπορούν να υπολογισθούν για όλες τις ηλικιακές ομάδες (αν δεχθούμε ότι οι θάνατοι είναι ισοκατανεμημένοι στο εσωτερικό κάθε ηλικιακής ομάδας) με βάση τον προαναφερθέντα γενικό τύπο

$${}_nq_x = \frac{2 \times n \times {}_nm_x}{2 + n \times {}_nm_x}$$

και επομένως, όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, βάσει του τύπου:

$${}_5q_x = \frac{2 \times 5 \times {}_5m_x}{2 + 5 \times {}_5m_x}$$

Για την τελευταία ηλικιακή ομάδα (85+) όμως, επιλέγουμε την μέθοδο υπολογισμού που εκθέσαμε προηγουμένως.

Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης (3)

- ${}_n d_x$: οι θάνατοι του πίνακα επιβίωσης. Υπολογίζονται με βάση τις πιθανότητες θανάτου, πιθανότητες οι οποίες πολλαπλασιάζονται με τους επιβιώσαντες της πλασματικής γενεάς ακριβούς ηλικίας x (ξεκινώντας πάντα από τη «ρίζα» της γενεάς, δηλ. 100.000 άτομα). Επομένως, εάν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, οι θάνατοι του πίνακα υπολογίζονται ως εξής:

$${}_5 d_0 = l_0 \times {}_5 q_0$$

$${}_5 d_5 = l_5 \times {}_5 q_5$$

.....

$${}_5 d_x = l_x \times {}_5 q_x$$

- ${}_n l_x$ ή ${}_n S_x$: οι επιβιώσαντες του πίνακα επιβίωσης στις ακριβείς ηλικίες που υπολογίζονται ως εξής όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες:

$$l_0 = 100.000$$

$$l_5 = l_0 - {}_5 d_0$$

.....

$$l_x = l_{x-5} - {}_5 d_{x-5}$$

Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης (4)

${}_nL_x$: οι επιβιώσαντες στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στα διαδοχικά ακριβή έτη. Υπολογίζονται για την πλασματική γενεά σε συνδυασμό με τους θανάτους βάσει του γενικού τύπου

$${}_nL_x = n \times (l_{x+n} + 0.50 \times {}_n d_x)$$

και, ειδικότερα, όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, ως εξής:

$${}_5L_0 = 5 \times (l_5 + 0.5 \times {}_5 d_0)$$

$${}_5L_5 = 5 \times (l_{10} + 0.5 \times {}_5 d_5)$$

$$\dots\dots\dots$$
$${}_5L_x = 5 \times (l_{x+5} + 0.5 \times {}_5 d_x)$$

Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης (5)

- ${}_nT_x$: το πλήθος των ετών ζωής που βιώνουν συνολικά (αθροιστικά) οι επιζώντες του πίνακα στο μεσοδιάστημα ανάμεσα στα διαδοχικές επετείους από την ηλικία x έως το τέλος της ζωής τους. Υπολογίζονται επομένως ως το άθροισμα των ${}_nL_x$ από την ηλικία x ως την ανώτατη ηλικία $\omega-1$, και, όταν έχουμε πενταετείς ηλικιακές ομάδες, ως εξής:

$$T_0 = \sum_{x \geq 0} {}_5L_x$$

$$T_5 = T_0 - {}_5L_0$$

.....

$$T_x = T_{x-5} - {}_5L_{x-5}$$

- e_x : προσδοκώμενη ζωή στην ακριβή ηλικία x . Υπολογίζεται ως εξής:

$$e_0 = \frac{T_0}{l_0}$$

$$e_5 = \frac{T_5}{l_5}$$

.....

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

Κατασκευή ενός συνεπτυγμένου πίνακα επιβίωσης (6)

Συνήθως, σε ένα συνεπτυγμένο πίνακα, όταν αυτό είναι δυνατόν, διαχωρίζουμε τη βρεφική θνησιμότητα (δηλαδή τη θνησιμότητα ανάμεσα στη γέννηση και στα πρώτα γενέθλια) από τη θνησιμότητα ανάμεσα στα πρώτα γενέθλια και τα πέμπτα γενέθλια (δηλαδή ανάμεσα στις ακριβείς ηλικίες 1 και 5). Για τον υπολογισμό της βρεφικής θνησιμότητας χρησιμοποιούμε τον προαναφερθέντα τύπο:

$$q_0 = \frac{m_0}{1 + (1 - f) \times m_0}$$

ενώ οι πιθανότητες θανάτου ανάμεσα στις ακριβείς ηλικίες 1 και 5, υπολογίζονται βάσει του τύπου:

$${}_4q_1 = \frac{2 \times 4 \times {}_4m_1}{2 + 4 \times {}_4m_1}$$

Στην περίπτωση αυτή επομένως θα έχουμε για τον υπολογισμό των δύο πρώτων L_x :

$$L_0 = l_1 + 0.25 \times d_0$$

$${}_4L_1 = 4 \times (l_5 + 0.50 \times {}_4d_1)$$



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ



Τέλος Ενότητας

