

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Χωροταξίας, Πολεοδομίας & Περιφερειακής Ανάπτυξης

ΜΑΘΗΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ: ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Το κλασικό Γραμμικό Υπόδειγμα

ΔΙΑΛΕΞΗ 02

Μαρί-Νοέλ Ντυκέν, Μαρία Τσιάπα

mdyken@prd.uth.gr, mtsiapa@prd.uth.gr

A. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

A-1. ΣΤΟΧΟΣ

- Μέθοδος ανάλυσης γραμμικής σχέσης μεταξύ 2 ή περισσότερων μεταβλητών
- Ερμηνεία της συμπεριφοράς μιας εξαρτημένης μεταβλητής (dependent : Y) με βάση μιας ή πολλαπλών ερμηνευτικών μεταβλητών (independent X_1, \dots, X_k): **ανάλυση της αιτιώδης επίδρασης** των ερμηνευτικών στην εξαρτημένη μεταβλητή.
- $Y_i = f(X_{1,i}, \dots, X_{k,i}) \quad i = 1, \dots, n$ **Θεωρητική σχέση** [1]
- Η ανάλυση βασίζεται σε **n παρατηρήσεις** οι οποίες μπορεί να αφορούν περιόδους (π.χ. έτη, μήνες), επιχειρήσεις, αγροτικές εκμεταλλεύσεις, νοικοκυριά ή ακόμα διοικητικές - χωρικές ενότητες.

A. ΓΡΑΜΜΑΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

A-2. Εμπειρική σχέση

- Η εξαρτημένη μεταβλητή δεν εξηγείται κατά 100% από τις επιλεγμένες ερμηνευτικές μεταβλητές → **διαταρακτικός όρος - κατάλοιπο** (*residual*)
- Η Εμπειρική σχέση : $Y_i = f(X_{1,i}, \dots, X_{k,i}) + \varepsilon_i$ [2]
- ε_i είναι μια τυχαία μεταβλητή.
- Οι τιμές της είναι εκ των προτέρων άγνωστες .

Τι σημαίνει διαταρακτικός όρος - κατάλοιπο;

- ✓ Ορισμένες ερμηνευτικές μεταβλητές δεν λαμβάνονται υπόψη στο μοντέλο, κατά συνέπεια η ε_i αντιπροσωπεύει όλες αυτές τις μεταβλητές (πέραν $X_1 \dots X_k$) που επηρεάζουν την εξαρτημένη Y ή / και
- ✓ Η εξαρτημένη μεταβλητή δεν υπολογίζεται με απόλυτα «αξιόπιστο» τρόπο

A. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

- $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i$ συνάρτηση παλινδρόμησης πληθυσμού
 ε_i , όρος σφάλματος ή διαταρακτικός όρος (στοχαστικός)
 α_1 παράμετρος κλίσης, α_0 σταθερός όρος
- Εμείς βρίσκουμε τη μέση (προσδοκώμενη) τιμή των Y για κάθε X : $E(Y|X_i)$ (δηλαδή αν βάλουμε τιμές στα α_0 , α_1 και X βρίσκουμε έναν ΜΟ του Y)
- $\varepsilon_i = Y_i - E(Y|X_i)$, $Y_i = E(Y|X_i) + \varepsilon_i$, $E(Y|X_i) = \alpha_0 + \alpha_1 X_i$

- $Y_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 X + \hat{\varepsilon}$
 $\hat{Y}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 X$ συνάρτηση παλινδρόμησης του δείγματος

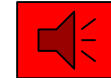
- Αντλούμε συμπεράσματα πως η X επηρεάζει την Y ceteris paribus
- Διαφέρει από τη συσχέτιση μεταβλητών
- Έχουμε έγκυρες εκτιμήτριες α_0 και α_1 εάν κάνουμε κάποιες υποθέσεις

A. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

A-3. Υποθέσεις

1) Γραμμική σχέση μεταξύ Y και X ,

$$Y_i = a_0 + a_1 X_i + \varepsilon_i$$



ΔΙΑΛΕΞΗ 03

a_0 και a_1 : άγνωστοι συντελεστές : πρέπει να τους εκτιμήσουμε

2) Μέση τιμή των καταλοίπων: $E(\varepsilon_i) = 0 \Rightarrow E(Y_i / X_i) = a_0 + a_1 X_i$

3) Η διακύμανση των καταλοίπων πρέπει να παραμένει σταθερή $Var(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2$

4) Το κατάλοιπο για μια παρατήρηση δεν πρέπει να συσχετίζεται με τα άλλα κατάλοιπα (**Μη αυτοσυσχέτιση, Non autocorrelation**): $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \forall i \neq j$

(3) και (4) \rightarrow Οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ
τους



A. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

A-3. Υποθέσεις

5) Κάθε κατάλοιπο δεν συσχετίζεται με τις ερμηνευτικές μεταβλητές:

$$\text{Cov}(X_i, \varepsilon_i) = 0 \quad \forall i$$



6) Το καλύτερο υπόδειγμα προϋποθέτει ότι, ε_i ακολουθεί κανονική κατανομή

$$\varepsilon_i \approx N(0, \sigma_\varepsilon^2) \Rightarrow Y_i \approx N(a_0 + a_1 X_i; \sigma_\varepsilon^2)$$



A. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

A-4. Εκτίμηση: MET

- Μέθοδος των **Ελάχιστων Τετραγώνων** (MET : OLS= Ordinary Least Squares): ελαχιστοποίηση της διακύμανσης των καταλοίπων

- Error terms positive and negative $\rightarrow \sum_i \varepsilon_i = 0$

$\Rightarrow \text{Min} \sum_i \varepsilon_i^2 = \text{Min} \sum_i (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ Ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των καταλοίπων στο Τετράγωνο

Λύση: Οι συνθήκες της 1^{ης} και της 2^{ης} τάξης ικανοποιούνται.

- Με το διμεταβλητό γραμμικό υπόδειγμα, έχουμε ένα σύστημα 2 εξισώσεων με 2 **άγνωστους παραμέτρους α_0 και α_1** . Η λύση του συστήματος οδηγεί σε μια και μοναδική λύση:

$\hat{\alpha}_0$ και $\hat{\alpha}_1$: **εκτιμητές** των άγνωστων συντελεστών της παλινδρόμησης.

Α. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

Α-5. Ερμηνεία των συντελεστών

- Η τομή (σταθερός όρος) : $\hat{a}_0 = \bar{Y} - \hat{a}_1 \bar{X}$, η γραμμή της παλινδρόμησης περνά από το «μέσο σημείο» (\bar{Y}, \bar{X})
- Η κλίση : $\hat{a}_1 = \frac{\sum_i (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2} = \frac{Cov(Y, X)}{Var(X)}$
- Επομένως: $\hat{Y}_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_i$ και $e_i = \hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{Y}_i$
- Και : $\hat{a}_1 = \frac{\Delta \hat{Y}}{\Delta X}$
- Όταν η ερμηνευτική μεταβλητή X αυξάνεται κατά μια μονάδα, η εξαρτημένη μεταβλητή \hat{Y} μεταβάλλεται - **ceteris paribus** - κατά \hat{a}_1 μονάδες.

Γενικότερα, κάθε εκτιμημένος συντελεστής \hat{a}_k «μετρά» την επιρροή της σχετικής ερμηνευτικής μεταβλητής X_k στη μεταβολή της εξαρτημένης μεταβλητής Y , θεωρώντας ότι, όλες οι άλλες μεταβλητές παραμένουν αμετάβλητες (*ceteris paribus*).



Β. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

B-1. Χαρακτηριστικά των συντελεστών της MET

■ Γραμμικότητα του συντελεστή
$$\hat{a}_1 = \frac{\sum_i (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_i y_i \cdot x_i}{\sum_i x_i^2} = \sum_i w_i \cdot y_i$$

όπου: $w_i = \frac{x_i}{\sum_i x_i^2}$ $x_i = X_i - \bar{X}$ $y_i = Y_i - \bar{Y}$

- Οι εκτιμητές MET είναι **B.L.U.E.** (Best Linear Unbiased Estimator)

- Αμερόληπτοι εκτιμητές (unbiased) $E[\hat{a}_1] = a_1$ Υποθέσεις [2] και [5] απαραίτητες
- Έχουν τη μικρότερη δυνατή διακύμανση (efficient)

$$Var(\hat{a}_1) = \sigma_{\hat{a}_1}^2 = \frac{\sigma_Y^2}{\sum_i (X_i - \bar{X})^2} \quad \text{με} \quad \sigma_Y^2 = \sigma_\varepsilon^2$$

Ο καλύτερος (best) εκτιμητής είναι αυτός που έχει τη μικρότερη δυνατή διακύμανση και αυτό εξασφαλίζεται όταν οι υποθέσεις [3] και [4] επιβεβαιώνονται: Gauss-Markov Theorem

B. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

B-1. Χαρακτηριστικά των συντελεστών της MET

- Οι συντελεστές MET είναι γραμμικές συναρτήσεις των παρατηρήσεων της εξαρτημένης μεταβλητής
- Οι συντελεστές MET ακολουθούν κανονική κατανομή υπό την προϋπόθεση ότι: $Y_i \rightarrow N(\hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_i; \sigma_\varepsilon^2)$

$$\Rightarrow \hat{a}_1 \rightarrow N(a_1; \sigma_{\hat{a}_1}^2) \quad \text{όπου} \quad \sigma_{\hat{a}_1}^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

- Υπό αυτές τις συνθήκες, μπορούμε να ορίσουμε το **(1-α)% Διάστημα εμπιστοσύνης** για κάθε συντελεστή του μοντέλου

$$\hat{a}_1 - t_{(n-1;\alpha)} s_{\hat{a}_1} < a_1 < \hat{a}_1 + t_{(n-1,\alpha)} s_{\hat{a}_1}$$

- Το διάστημα αυτό αντανακλά την αβεβαιότητα που περιβάλλει την ακρίβεια του εκτιμητή (το επίπεδο σημαντικότητας α δείχνει το ρίσκο)
- Τέλος είναι σημαντικό να εξετάζουμε σε ποιο βαθμό ο κάθε εκτιμητής είναι στατιστικά διαφορετικός από το μηδέν. Ο έλεγχος αυτός βασίζεται στη στατιστική του Student: $t(n-1, \alpha/2)$

Β. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

Β-2. Αξιολόγηση των συντελεστών - Σημειακός έλεγχος

- Υποθέσεις:

$$H_0 : \hat{a}_1 = 0 \quad \text{έναντι} \quad H_1 : \hat{a}_1 \neq 0$$

- Στατιστική (statistic of the test): $t = \frac{|\hat{a}_1 - a_1|}{\sigma_{\hat{a}_1}}$ (υπόθεση της κανονικότητας)

Αν ισχύει H_0 , τότε: $t = \frac{|\hat{a}_1|}{\sigma_{\hat{a}_1}}$, χρησιμοποιούμε τον εκτιμητή: $\hat{\sigma}_{\hat{a}_1} = S_{\hat{a}_1}$

- Απόφαση:

Αν $t = \frac{|\hat{a}_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} > t_{(n-1, \alpha/2)}$ (βλ. πίνακα) **→ H_0 απορρίπτεται με $\alpha\%$ ρίσκο.**

Η απόρριψη της H_0 σημαίνει ότι, με στατιστικούς όρους, ο εκτιμητής είναι διαφορετικός από το μηδέν. Επομένως η ερμηνευτική μεταβλητή έχει επιρροή στην εξαρτημένη.

Για να γνωρίζουμε σε ποιο βαθμό, η επιρροή είναι σημαντική, θα πρέπει να εξετάζουμε την **p-value*** (**βαθμός αξιοπιστίας** του αποτελέσματός μας)

* Τα περισσότερα λογισμικά δίνουν αυτόματα την τιμή της **p-value**, και πρακτικά δεν θα έχουμε ανάγκη από το πίνακα του Student (!) 😊

B. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

B-3. Συνολική Αξιολόγηση : [ANOVA], Ανάλυση της μεταβλητικότητας της εξαρτημένης μεταβλητής Y

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

$$\begin{array}{rcl} \text{SST} & = & \text{SSE} + \text{SSR} \\ (N-1) & & (k-1) \quad (N-k) \end{array}$$

Μεταβλητές	Άθροισμα Τετραγώνων	β.ε.	Μέσοι Τετραγώνων
SST	Μέτρο της Συνολικής Διακύμανσης των παρατηρήσεων [Total Sum of Squares]	N-1	SST/N-1
SSE	Μέτρο της Διακύμανσης που ερμηνεύεται από την Παλινδρόμηση [Explained Sum of Squares]	k-1	SSE/k-1
SSR	Μέτρο της Διακύμανσης που ΔΕΝ ερμηνεύεται από την Παλινδρόμηση (διακύμανση των καταλοίπων) [Unexplained Sum of Squares]	N-k	SSR/N-k

Β. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

Β-4. Συνολική Αξιολόγηση (R^2 και R^{2*})

Συντελεστής Προσδιορισμού R^2 : % της συνολικής διακύμανσης που ερμηνεύεται από την παλινδρόμηση.

Δεδομένου ότι: $SST = SSE + SSR$

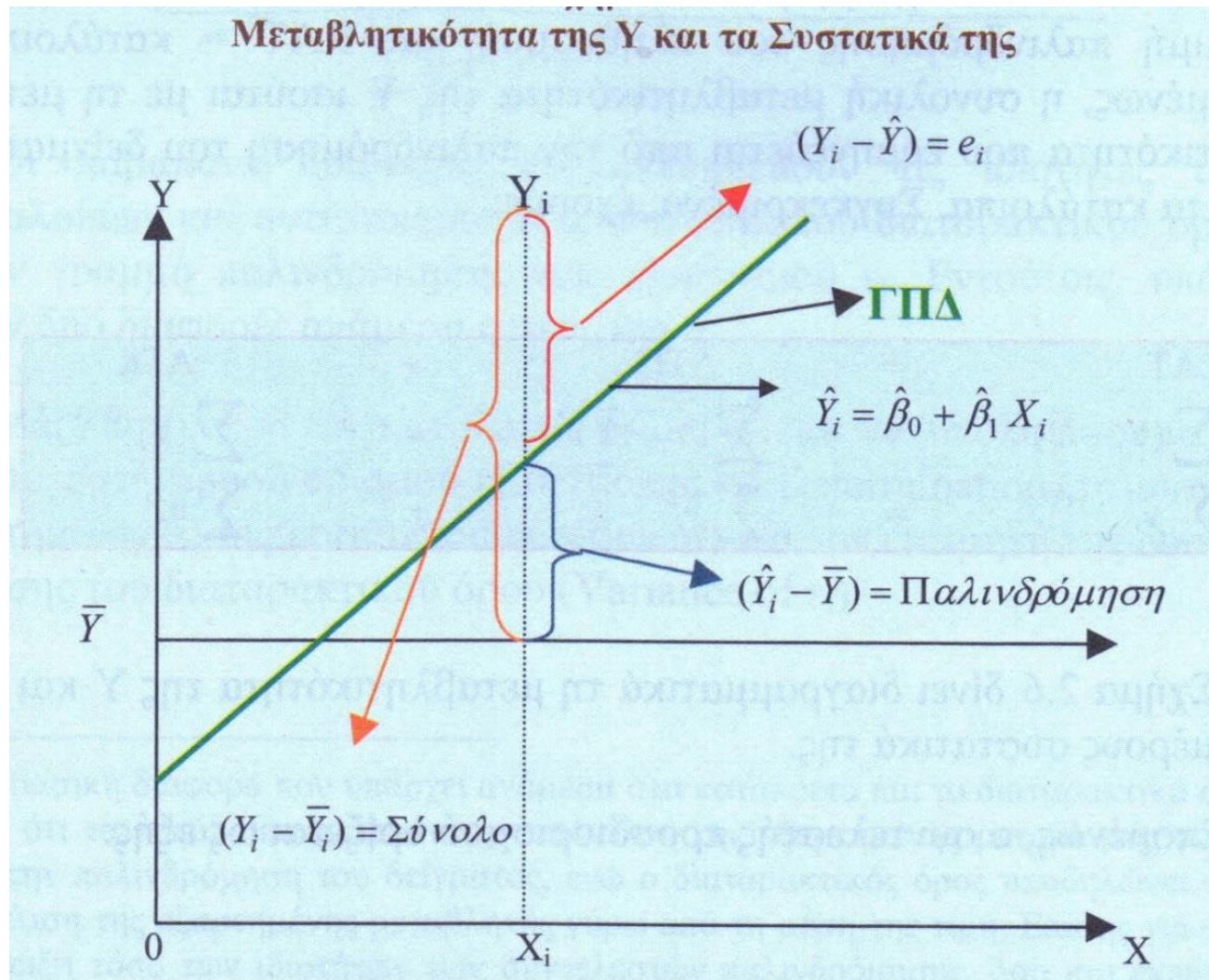


$$\frac{SSE}{SST} + \frac{SSR}{SST} = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{SSE}{SST} = R^2 \quad 0 \leq R^2 \leq 1$$

Διορθωμένος Συντελεστής Προσδιορισμού R^{2*} : λαμβάνει υπόψη (α) το μέγεθος και (β) τον αριθμό των ερμηνευτικών μεταβλητών διότι αυτά τα 2 μεγέθη επηρεάζουν την τιμή του R^2 .

$$R^{2*} = 1 - \frac{SSR / (N - k)}{SST / (N - 1)} = 1 - \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\sigma}_Y^2}$$

Β. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση



ΓΠΑ: γραμμή παλινδρόμησης του δείγματος

B. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

B-5. Σχέση μεταξύ R^2 και R^{2*}

$$R^{2*} = 1 - \frac{SSR / (N - k)}{SST / (N - 1)} = 1 - \frac{(SST - SSE) / (N - k)}{SST / (N - 1)}$$



$$R^{2*} = 1 - \left[(1 - R^2) \times \frac{N - 1}{N - k} \right]$$

- ✓ $R^2 = 1 \rightarrow R^{2*} = 1$
- ✓ $K > 1 \rightarrow R^{2*} < R^2$ όταν ο αριθμός ερμηνευτικών μεταβλητών αυξάνεται, ο διορθωμένος συντελεστής αυξάνεται λιγότερο από τον απλό συντελεστή.
- ✓ R^2 πάντα θετικός σε αντίθεση με R^{2*} που μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές, ειδικά όταν η τιμή του απλού συντελεστή είναι χαμηλή.
- ✓ **Σημαντικές διαφορές μεταξύ R^2 και R^{2*} υποδηλώνουν πρόβλημα με τους βαθμούς ελευθερίας του υποδείγματος (N-k)**

B. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

B-6. Συνολική Αξιολόγηση : Έλεγχος Fisher

- Υποθέσεις:

H_0 : όλοι οι συντελεστές $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$

H_1 : Υπάρχει τουλάχιστον ένα $\alpha_i \neq 0$

- Στατιστική (statistic of the test):

$$F = \frac{SSE/k - 1}{SSR/N - k} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / k - 1}{\sum e_i^2 / N - k}$$

- Απόφαση:

Αν $F > F(k-1; N-k; \alpha)$ (βλ. πίνακα) \rightarrow Απόρριψη της Υπόθεσης H_0 (*).

Ακόμα μια φορά, πιο σημαντική θα είναι η πληροφορία που μας προσφέρει η **p-value** του έλεγχου (**βαθμός αξιοπιστίας** του αποτελέσμάτος μας)

(*) Πρακτικά δεν θα έχουμε ανάγκη από τους πίνακες (!), εφόσον θα εξετάζουμε κατευθείαν την **p-value**, στα αποτελέσματα 😊

B. Στατιστικοί έλεγχοι - Αξιολόγηση

B-7. Ερμηνεία του έλεγχου Fisher

Ο έλεγχος του Fisher διαφέρει απόλυτα από το σημειακό έλεγχο του Student:

- ✓ Με το Student, ο έλεγχος αφορά την επίδραση ενός συγκεκριμένου συντελεστή στις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής.
- ✓ Ο έλεγχος Student εφαρμόζεται ξεχωριστά για κάθε ερμηνευτική μεταβλητή. **Πρόκειται για σημειακή αξιολόγηση.**
- ✓ Με το Fisher, ο έλεγχος μας επιτρέπει μόνο να εξετάζουμε σε ποιο βαθμό υπάρχει μια συνδυασμένη επίδραση των ερμηνευτικών μεταβλητών στις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής. **Πρόκειται για συνολική αξιολόγηση.**

**ΕΦΑΡΜΟΓΗ:
ΑΠΛΟ ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ**

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

1. Θεωρητικό μοντέλο του Feldstein & Horioka (1980)

Στόχος: «Εκτίμηση του βαθμού κινητικότητας του διεθνούς κεφαλαίου μακροπρόθεσμα».

Υπόθεση: Η κινητικότητα του κεφαλαίου σε διεθνές επίπεδο θα έπρεπε να σημαίνει ότι, όταν αυξάνεται η δυνατότητα εγχώριας αποταμίευσης, τότε οι εγχώριες επενδύσεις αυξάνουν σε μικρότερο ποσοστό, επιβεβαιώνοντας ότι, ένα τμήμα των αποταμιεύσεων επενδύονται στη διεθνή αγορά.

Μοντέλο: Η εξειδίκευση της συνάρτησης είναι η ακόλουθη (μακροπρόθεσμα σχέση):

$$\frac{I}{Y} = b_0 + b_1 \cdot \frac{S}{Y} + \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \text{Υπόθεση: } \hat{b}_1 < 1$$

Μεταβλητές: $I_{inv} = I/Y$ = Αναλογία ακαθαρίστων επενδύσεων προς το ΑΕΠ για κάθε χώρα (μέσος δείκτης για τις εξεταζόμενες περιόδους).

$S_{sav} = S/Y$ = Αναλογία ακαθαρίστων αποταμιεύσεων προς το ΑΕΠ της χώρας (μέσος δείκτης για τις εξεταζόμενες περιόδους).

Παρατηρήσεις: 16 χώρες του ΟΟΣΑ με 4 περιόδους ανάλυσης: 1960-1974, 1960-64, 1965-69, 1970-74.

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Αποτελέσματα του απλού μοντέλου του Feldstein & Horioka (1980)^(*)

Οι Feldstein & Horioka ανέδειξαν ότι, ο συντελεστής b_1 του υποδείγματος είναι μικρότερος από 1, αποτέλεσμα που θα σήμαινε ότι, η αύξηση των δυνατοτήτων εγχώριας αποταμίευσης δεν προκαλεί αντίστοιχη αύξηση των εγχωρίων επενδύσεων. Κατά συνέπεια, αυτό το γεγονός θα σήμαινε ότι υπάρχει κινητικότητα του διεθνές κεφαλαίου.

Αποτελέσματα:

Περίοδος Συντελεστές	1960-1974	1960-1964	1965-1969	1970-1974
\hat{b}_0	0,035	0,029	0,039	0,039
$\hat{\sigma}_0$	(0,018)	(0,015)	(0,025)	(0,024)
\hat{b}_1	0,887	0,909	0,872	0,871
$\hat{\sigma}_1$	(0,074)	(0,060)	(0,101)	(0,092)
R ²	0,91	0,94	0,83	0,85

Σε παρένθεση, τα τυπικά σφάλματα των εκτιμήσεων

➔ **Ερώτηση:** ο συντελεστής \hat{b}_1 είναι στατιστικά διαφορετικός από 1;

^(*) Μετά από την ανάλυση του απλού μοντέλου, οι Feldstein και Horioka παρουσιάζουν όντως πιο συνθετικό μοντέλο, βασισμένο σε πολλαπλή παλινδρόμηση

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Επιβεβαίωση της υπόθεσης των Feldstein & Horioka;

Σε ποιο βαθμό (με στατιστικούς όρους) μπορούμε να στηρίξουμε ότι ο συντελεστής είναι διαφορετικός από το 1;

Υποθέσεις:

$H_0: \hat{b}_1 = 1$ έναντι $H_1: \hat{b}_1 \neq 1$ Δίπλευρος έλεγχος

Στατιστική: $t_1 = \left| \frac{\hat{b}_1 - 1}{\hat{\sigma}_1} \right|$ Απόφαση: $|t_1| < t(N-k; \alpha/2) \rightarrow$ Ισχύει H_0

Υπολογισμός της στατιστικής για τις 4 περιόδους:

	1960-1974	1960-1964	1965-1969	1970-1974
\hat{b}_1	0,887	0,909	0,872	0,871
$\hat{b}_1 - 1$	-0,113	-0,091	-0,128	-0,129
$\hat{\sigma}_1$	0,074	0,06	0,101	0,092
$ t_1 = \left \frac{\hat{b}_1 - 1}{\hat{\sigma}_1} \right $	1,527	1,517	1,267	1,402

Συμπέρασμα:

Επιβεβαιώνεται η υπόθεση H_0 ;
.....

$N = 16$ χώρες, $k=2$, $N-k=14$

Για $\alpha = 5\%$, $t(N-k; \alpha/2) = t(14; 0,025) = 2,145$

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

2. Εφαρμογή του μοντέλου με νέα δεδομένα

Δεδομένα: LECTURE2.xls

Φύλλο εργασίας: Feldstein_Horioka_Model, Range: (A1:E20)*

Μοντέλο: Η εξειδίκευση της συνάρτησης είναι ακριβώς αυτή που προτείνουν οι *Feldstein & Horioka* :

$$\frac{I}{Y} = b_0 + b_1 \cdot \frac{S}{Y} + \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \text{Υπόθεση για έλεγχο: } \hat{b}_1 < 1$$

Μεταβλητές: $I_{inv} = I/Y$ = Αναλογία ακαθαρίστων επενδύσεων προς το ΑΕΠ για κάθε χώρα (μέσος δείκτης για την εξεταζόμενη περίοδο).
 $S_{sav} = S/Y$ = Αναλογία ακαθαρίστων αποταμιεύσεων προς το ΑΕΠ της χώρας (μέσος δείκτης για την εξεταζόμενη περίοδο).

Παρατηρήσεις: 19 χώρες του ΟΟΣΑ για την περίοδο ανάλυσης: 1970-1998

Πηγή: ΟΟΣΑ

* η πρώτη γραμμή του φύλλου εργασίας περιλαμβάνει τα ονόματα των μεταβλητών

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Τα δεδομένα : από Excel στο SPSS

	A	B	C	D	E
1	Countries	Inv	sav	sav1	sav2
2	UK	0,183	0,181	0,187	0,046
3	Japan	0,304	0,335	0,289	0,002
4	Greece	0,224	0,243	0,227	0,045
5	Sweden	0,222	0,228	0,213	0,021
6	France	0,230	0,233	0,283	-0,026
7	Netherland	0,246	0,198	0,241	0,067
8	Austria	0,254	0,262	0,240	0,005
9	Belgium	0,204	0,212	0,243	0,015
10	Ireland	0,192	0,232	0,211	0,015
11	Switzerlan	0,262	0,258	0,213	0,012
12	Denmark	0,207	0,208	0,234	-0,050
13	Canada	0,216	0,250	0,246	0,022
14	Finland	0,277	0,309	0,242	-0,005
15	Norway	0,265	0,202	0,207	0,086
16	Germany	0,236	0,223	0,219	0,004
17	Italy	0,210	0,208	0,197	-0,043
18	Spain	0,220	0,238	0,152	-0,031
19	Australia	0,248	0,230	0,235	-0,005
20	USA	0,176	0,165	0,163	-0,006
21					



	Countries	Inv	sav
1	UK	,183	,181
2	Japan	,304	,335
3	Greece	,224	,243
4	Sweden	,222	,228
5	France	,230	,233
6	Netherlands	,246	,198
7	Austria	,254	,262
8	Belgium	,204	,212
9	Ireland	,192	,232
10	Switzerland	,262	,258
11	Denmark	,207	,208
12	Canada	,216	,250
13	Finland	,277	,309
14	Norway	,265	,202
15	Germany	,236	,223
16	Italy	,210	,208
17	Spain	,220	,238
18	Australia	,248	,230
19	USA	,176	,165

* Το SPSS διαβάζει απευθείας τα δεδομένα που είναι σε Excel . Αρκεί η πρώτη γραμμή του φύλλου εργασίας να περιλαμβάνει τα ονόματα των μεταβλητών τα οποία εμφανίζονται στο στη γραμμή χωρίς αριθμό.

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Οι εντολές για την απλή γραμμική παλινδρόμηση

	Countries	Inv	sav
1	UK	,183	,181
2	Japan	,304	,335
3	Greece	,224	,243
4	Sweden	,222	,228
5	France	,230	,233
6	Netherlands	,246	,198
7	Austria	,254	,262
8	Belgium	,204	,212
9	Ireland	,192	,232
10	Switzerland	,262	,258
11	Denmark	,207	,208
12	Canada	,216	,250
13	Finland	,277	,309
14	Norway	,265	,202
15	Germany	,236	,223
16	Italy	,210	,208
17	Spain	,220	,238
18	Australia	,248	,230
19	USA	,176	,165

Εντολές για την εφαρμογή της γραμμικής παλινδρόμησης με SPSS:

Analyze > Regression > Linear

Dependent: Inv

Independent(s): Sav

Statistics:

Estimates

Confidence Intervals

Model Fit

R squared change

Descriptives

Options:

Include constant in equation

ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Παραγωγή αποτελεσμάτων - ερμηνεία

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
Inv	,23027	,033001	19
sav	,23241	,040354	19

Correlations

		Inv	sav
Pearson Correlation	Inv	1,000	,762
	sav	,762	1,000
Sig. (1-tailed)	Inv	.	,000
	sav	,000	.
N	Inv	19	19
	sav	19	19

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1	,762 ^a	,580	,556	,021995	,580	23,521	1	17	,000

a. Predictors: (Constant), sav

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,011	1	,011	23,521	,000 ^b
	Residual	,008	17	,000		
	Total	,020	18			

a. Dependent Variable: Inv

b. Predictors: (Constant), sav

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95,0% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,085	,030		2,822	,012	,022	,149
	sav	,623	,128	,762	4,850	,000	,352	,894

a. Dependent Variable: Inv

Ποια τα συμπεράσματα σας;

ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΙΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Επιστροφή στη Στατιστική

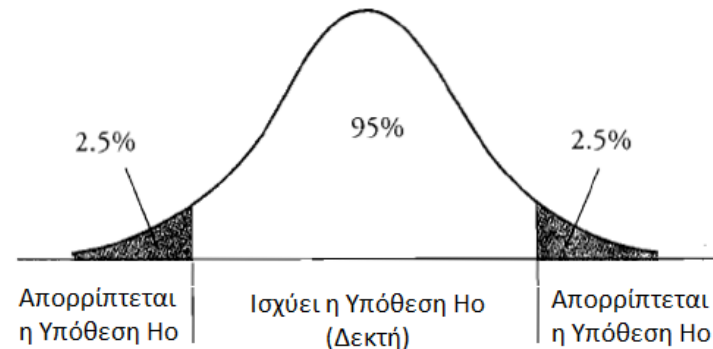
Δίπλευρος και μονόπλευρος Έλεγχος

Τύπος έλεγχου	Υπόθεση μηδέν H_0	Εναλλακτική υπόθεση H_1	Απόφαση: Ισχύει η υπόθεση H_0 όταν:
Δίπλευρος	$\hat{a}_1 = a$	$\hat{a}_1 \neq a$	$ t < t(N-k; \alpha/2)$
Αριστερός Μονόπλευρος	$\hat{a}_1 = a$	$\hat{a}_1 < a$	$ t < t(N-k; \alpha)$
Δεξιός Μονόπλευρος	$\hat{a}_1 = a$	$\hat{a}_1 > a$	$t < t(N-k; \alpha)$

Όπου $t = \frac{\hat{a}_1 - a}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}}$ και $\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}$ = εκτιμητής του τυπικού σφάλματος του συντελεστή

Γιατί $\alpha/2$ στο Δίπλευρο έλεγχο;

Αν ισχύει η υπόθεση H_0 , τότε έχουμε $\hat{a}_1 - a = 0$ επομένως υπάρχει ένα Δ.Ε. μέσα στον οποίο βρίσκεται η μηδενική αυτή διαφορά.



Επιστροφή στη Στατιστική

Δίπλευρος και μονόπλευρος Έλεγχος

Μπορούμε να στηρίξουμε ότι, ο συντελεστής \hat{a}_1 της παλινδρόμησης που εφαρμόσαμε ($\hat{a}_1 = 0,636$) είναι στατιστικά μικρότερος από την τιμή 1;

Υποθέσεις:

$H_0: \hat{a}_1 = 1$ έναντι $H_1: \hat{a}_1 < 1$ Αριστερός μονόπλευρος έλεγχος

Στατιστική: $|t| = \left| \frac{\hat{b}_1 - 1}{\hat{\sigma}_1} \right| = \left| \frac{0,623 - 1}{0,128} \right| = 2,934$

Πίνακας: $t(N-k;a) = t(17;0,05) = 1,740$

Απόφαση: $|t| > t(17; 0,05) \rightarrow$ η Υπόθεση H_0 δεν είναι δεκτή, ισχύει η H_1 : ο συντελεστής είναι < 1 , δηλαδή η αύξηση της εγχώριας αποταμίευσης δεν προκαλεί αναλογική αύξηση των εγχωρίων επενδύσεων.