

Συμπληρώστε το ΑΕΜ σας, διαγράψτε δύο απο τα παρακάτω θέματα και προσπαθήστε τα υπόλοιπα.  
Καλή επιτυχία.

Θέμα	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σύνολο	ΑΕΜ	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	
Βαθμός																

1. Συνταιριάζτε τις παρακάτω εξισώσεις με τα γραφήματα

a)  $y'' + 16y = 0$

d)  $y'' + y' + 3y = 0$

g)  $y'' + y' + 3y = \cos 2t$

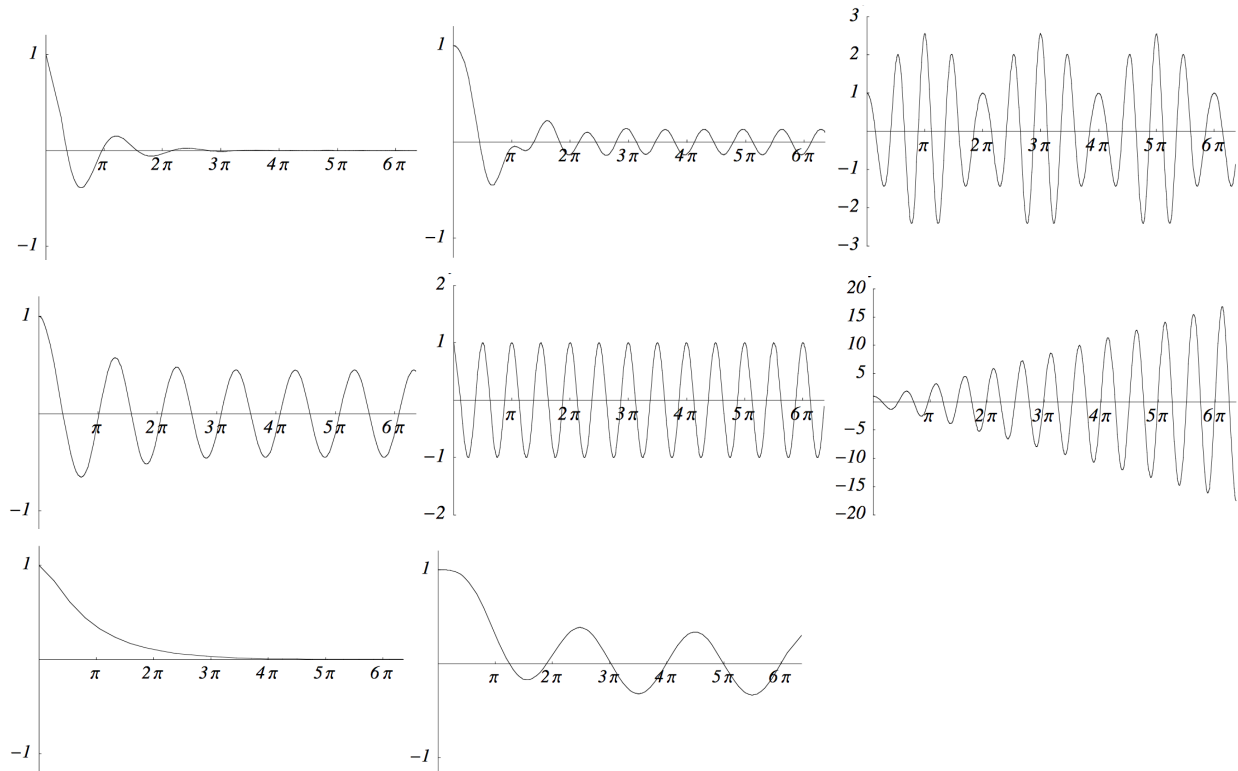
b)  $y'' + 16y = 7 \cos 4t$

e)  $y'' + 3y' + y = 0$

h)  $y'' + y' + 2y = \cos 3t$

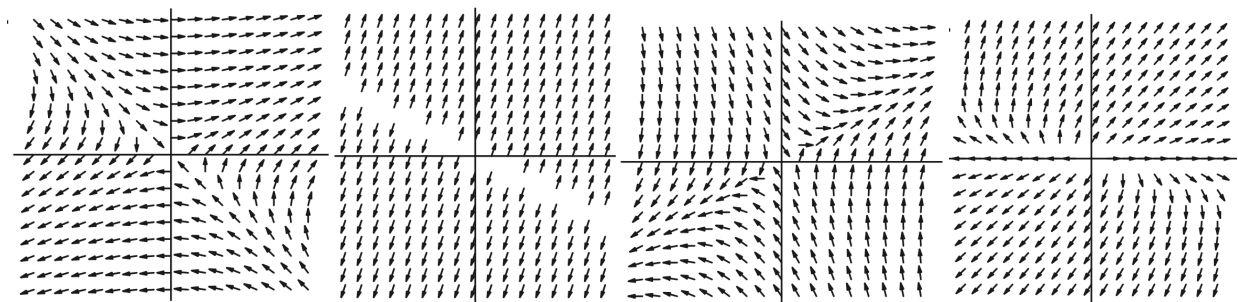
c)  $y'' + 16y = 7 \cos 5t$

f)  $y'' + 3y' + y = \cos t$



2. Αν  $X' = AX$  συνταιριάζτε τους παρακάτω πίνακες και γραφήματα.

a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$     b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$     c)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$     d)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$



3. Αν  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \sin nxdx \right) \sin nx$  τότε  $f(x) =$

4. Κυκλώστε όποια απο τα παρακάτω συστήματα πιστεύετε ότι είναι ισοδύναμα με την εξίσωση

$$x'' + 2x' - 5x = \sin t.$$

(α)  $x' = y, \quad y' = 5x - 2y + \sin t$                       (β)  $x' = 2x - 5y, \quad y' = \sin t$

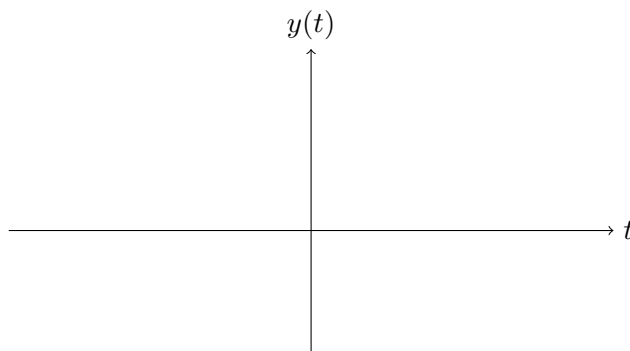
(γ)  $x' = y, \quad y' = 2x - 5y + \sin t$                       (δ)  $x' = 5x - 2y, \quad y' = \sin t$

5. Κυκλώστε όποιες απο τις παρακάτω συναρτήσεις πιστεύετε ότι είναι λύσεις του εξής προβλήματος αρχικών τιμών.

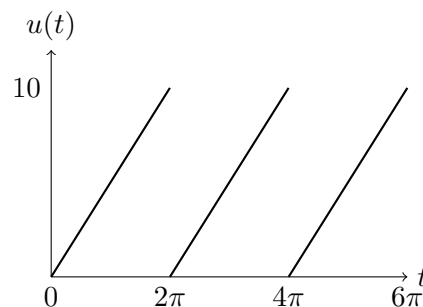
$$\frac{dy}{dt} = (y - t)^2 + 1, \quad y(0) = -1$$

(α)  $y = \frac{1}{t+1} - 2$               (β)  $y = t$               (γ)  $y = \frac{-1}{t+1} + t$               (δ)  $y = t - 1$               (ε)  $y = \frac{-2}{t+1} + 1$

6. Σχεδιάστε το πεδίο κατευθύνσεων της εξίσωσης  $\frac{dy}{dt} = t^2 y^2 (y - 2)$ . Σχεδιάστε επίσης τις δύο λύσεις της για τις οποίες ισχύει  $y(0) = 1$  και  $y(0) = 3$  φροντίζοντας να είναι φανερή η συμπεριφορά τους όταν  $t \rightarrow \pm\infty$ .



7. Δώστε το ανάπτυγμα Φουριέ της συνάρτησης  $u(t)$  η γραφική παράσταση της οποίας δίνετε παράπλευρα.



8. Υπολογίστε τις λύσεις των παρακάτω τριών προβλημάτων

$$u_{xx} - 3u_t = 2x, \quad 0 < x < 3, \quad \forall t > 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(3, t) = 9, \forall t > 0$$

$$u(x, 0) = 3, \quad 0 < x < 3.$$

$u =$

$$v_{xx} - 3v_t = 0, \quad 0 < x < 3, \quad \forall t > 0$$

$$v(0, t) = 0, \quad v(3, t) = 0, \forall t > 0$$

$$v(x, 0) = f(x), \quad 0 < x < 3\pi.$$

$v =$

$$w_{xx} = 2x, \quad 0 \leq x \leq 3\pi$$

$$w(0) = 0, \quad w(3) = 9$$

$w =$

9. Ετοιμάσατε ένα γλυκό και το βάλσατε στο ψυγείο σας, το οποίο διατηρεί σταθερή θερμοκρασία 2 βαθμών Κελσίου, στις 6μμ. Η θερμοκρασία του γλυκού σας την στιγμή εκείνη ήταν 30 βαθμοί και όταν έφτασαν στις 7μμ οι επισκεπτες σας ήταν 20 βαθμοί. Δεν είναι δυνατόν να σερβίρετε το γλυκό σας αν η θερμοκρασία του δεν είναι ίση ή μικρότερη των 10 βαθμών. Πόση ώρα πρέπει να περιμένουν οι επισκέπτες σας;

10. Υπολογίστε την λύση του προβλήματος  $t^2 y'' + ty' - y = 0$ ,  $y(1) = 10$ ,  $y'(1) = 6$ .

11. Υπολογίστε την λύση του προβλήματος  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = 1$ .

12. Χρησιμοποιήστε μετασχηματισμούς Λαπλάς για να υπολογίσετε την λύση του παρακάτω προβλήματος αρχικών τιμών.

$$x'' - 4x' + 5x = \begin{cases} 5 & \text{αν } t < 1 \\ 0 & \text{αν } 1 \leq t \end{cases}$$
$$x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$$