Δώστε τις λύσεις των εξής προβλημάτων

(α) $y' = 3y + e^{2t},\ y(0) = 1$. Με χρήση ολοκληρωτικού παράγοντα έχουμε $e^{-3t}y(t) = -e^{-t} + C$ για να καταλήξουμε στην $y(t) = -e^{2t} + 2e^{3t}$.

(β) $y' = \frac{t+3y}{t-y},\ y(1) = -1$. Διαιρώ αριθμητή και παρονομαστή με t, θέτω $u = \frac{y}{t}$ και λύνω την χωριζομένων μεταβλητών $t\frac{du}{dt} = \frac{u^2+2u+1}{1-u}$ για να πάρω $\ln|y+t| + 2\frac{t}{t+y} = C$ που δεν ικανοποιεί την αρχική συνθήκη όποτε και εξετάζω την περίπτωση $u = -1$ για να καταλήξω στην μοναδική λύση $y = -t$.

(γ) $y' = 2ty,\ y(1) = -\frac{3}{e}$. Με χωρισμό μεταβλητών και ολοκλήρωση έχω $y = Ce^{-t^2}$ και με χρήση της αρχικής συνθήκης $y = -3e^{-t^2}$

(δ) $y'' = 100y$. Από τον γνωστό τύπο έχουμε $y(t) = c_1e^{10t} + c_2e^{-10t}$.