

Όνοματεπώνυμο: _____

1. Χρησιμοποιήστε μετασχηματισμούς *Laplace* για να υπολογίσετε την συνάρτηση $u(t)$ η οποία ικανοποιεί την διαφορική εξίσωση (1) και τις αρχικές συνθήκες (2), δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας. (Υπόδειξη $\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$.)

$$\frac{d^2u}{dt^2} - \frac{du}{dt} - 2u = 0, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

$$u(0) = 3, \quad u'(0) = 0. \quad (2)$$

2. Δώστε την συνάρτηση $u(x, t)$ η οποία ικανοποιεί την διαφορική εξίσωση (3) τις συνοριακές συνθήκες (4) και την αρχική συνθήκη (5), δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad t \geq 0, \quad (4)$$

$$u(x, 0) = 1, \quad 0 \leq x \leq \pi. \quad (5)$$