

Ονοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_

1. Έστω  $\lambda_1 = -1$  ιδιοτιμή του  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  με ιδιοδιάνυσμα  $\vec{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  και  $\lambda_2 = 2$  ιδιοτιμή του  $A$  με αλγεβρική πολλαπλότητα 2 και γεωμετρική πολλαπλότητα 1 με ιδιοδιάνυσμα  $\vec{x}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

(α') Βρείτε αντιστρέψιμο πίνακα  $E$  και διαγώνιο πίνακα  $D$  τέτοιους ώστε  $A = EDE^{-1}$

(β') Υπολογίστε την λύση του συστήματος  $\vec{x}' = A\vec{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ e^{-2t} \\ 0 \end{bmatrix}$  όταν  $\vec{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

- 
2. Εξηγήστε με ποιόν τρόπο, και κάτω από ποιες προϋποθέσεις, μπορούμε να επιλύσουμε ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων της μορφής  $\vec{x}'' = A\vec{x} + \vec{b}$  όπου  $A$  ένας  $n \times n$  πίνακας λύνοντας ένα σύστημα της μορφής  $\vec{y}'' = D\vec{y} + \vec{g}$  όπου  $D$  ένας διαγώνιος  $n \times n$  πίνακας. Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.