

Προσπαθήστε να απαντήσετε σε το πολύ 5 από τα παρακάτω 6 βαθμολογικά
ισοδύναμα θέματα.

1. Αν ο πληθυσμός P ενός είδους (μετρημένος σε εκατοντάδες) σε μια αποικία περιγράφεται από την εξίσωση $\frac{dP}{dt} = -P(P - 1)(P - 20)$ βρείτε
 - Τα σημεία ισορροπίας της εξίσωσης και σχεδιάστε πρόχειρα μερικές λύσεις για διαφορετικές αρχικές συνθήκες.
 - Πόσος είναι ο ελάχιστος και πόσος ο μέγιστος δυνατός πληθυσμός (σε βάρθος χρόνου).
 - Εάν αρχικά ο πληθυσμός ήταν 2000, πόσο θα ήταν μετά από 1 χρόνο.
2. Συνδέουμε ένα σωματίδιο $1Kg$ κιλού στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου του οποίου η σταθερά είναι ίση με $1Kg/sec^2$ και εφαρμόζουμε μια εξωτερική δύναμη $3\cos(2t)Newtons$. Συμπληρώστε τα κενά στην συνάρτηση $x(t) = \cos(\quad) \cos(\quad)$ έτσι ώστε αυτή περιγράφει την κίνηση που θα προκύψει για το παραπάνω σύστημα εάν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει απόσβεση και ότι το σωματίδιο ξεκινά σταματημένο από την θέση ισορροπίας.
3. Δώστε την λύση του συστήματος $x' = x + y$, $y' = -x + 3y$, που ικανοποιεί τις εξής αρχικές συνθήκες $x(0) = 1$, $y(0) = 2$.
4. Βρείτε την γενική λύση της εξίσωσης $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}$.
5. Χρησιμοποιήστε την μέθοδο της διακύμανσης των παραμέτρων για να βρείτε μια συγκεκριμένη λύση της εξίσωσης $y'' - 2y' + y = e^x$.
6. Δείξτε ότι η $y = x$ είναι μια λύση της $(1 - x^2)y'' - xy' + y = 0$ και βρείτε, αν αυτό είναι δυνατόν, μια δεύτερη γραμμικά ανεξάρτητη λύση.