Διαφορικές Εξισώσεις
Εισαγωγή

Μανόλης Βάβαλης

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

14 Φεβρουαρίου 2014, Βόλος

Διαδικαστικά Θέματα

- Ο τελικός βαθμός προτείνω να υπολογισθεί ως ο μέσος όρος του βαθμού του τελικού (η της επαναληπτικής εξέτασης) και του μέσου όρου των 4-5 τεστ.

Διαδικαστικά Θέματα

- Ο τελικός βαθμός προτείνω να υπολογισθεί ως ο μέσος όρος του βαθμού του τελικού (η της επαναληπτικής εξέτασης) και του μέσου όρου των 4-5 τεστ.
- Τα τεστ θα δίνονται Δευτέρα 9-10

Διαδικαστικά Θέματα

- Ο τελικός βαθμός προτείνω να υπολογισθεί ως ο μέσος όρος του βαθμού του τελικού (η της επαναληπτικής εξέτασης) και του μέσου όρου των 4-5 τεστ.
- Τα τεστ θα δίνονται Δευτέρα 9-10
- Οι βοηθοί του μαθήματος είναι οι Νασιάκου, Μπατάκα, Μεϊκόπουλος, Βερούλης, Φάιντι και Μάρκου

Διαδικαστικά Θέματα

- Ο τελικός βαθμός προτείνω να υπολογισθεί ως ο μέσος όρος του βαθμού του τελικού (η της επαναληπτικής εξέτασης) και του μέσου όρου των 4-5 τεστ.
- Τα τεστ θα δίνονται Δευτέρα 9-10
- Οι βοηθοί του μαθήματος είναι οι Νασιάκου, Μπατάκα, Μεϊκόπουλος, Βερούλης, Φάιντι και Μάρκου
- Μελετήστε τον ιστοχώρο του μαθήματος

Διαδικαστικά Θέματα

- Ο τελικός βαθμός προτείνω να υπολογισθεί ως ο μέσος όρος του βαθμού του τελικού (η της επαναληπτικής εξέτασης) και του μέσου όρου των 4-5 τεστ.
- Τα τεστ θα δίνονται Δευτέρα 9-10
- Οι βοηθοί του μαθήματος είναι οι Νασιάκου, Μπατάκα, Μεϊκόπουλος, Βερούλης, Φάιντι και Μάρκου
- Μελετήστε τον ιστοχώρο του μαθήματος
- Οι διαλέξεις μεταδίδονται ζωντανά μέσω του *HangoutsOnAir* και αποθηκεύονται στο *youtube*

Διαδικαστικά Θέματα

- Ο τελικός βαθμός προτείνω να υπολογισθεί ως ο μέσος όρος του βαθμού του τελικού (η της επαναληπτικής εξέτασης) και του μέσου όρου των 4-5 τεστ.
- Τα τεστ θα δίνονται Δευτέρα 9-10
- Οι βοηθοί του μαθήματος είναι οι Νασιάκου, Μπατάκα, Μεϊκόπουλος, Βερούλης, Φάιντι και Μάρκου
- Μελετήστε τον ιστοχώρο του μαθήματος
- Οι διαλέξεις μεταδίδονται ζωντανά μέσω του *HangoutsOnAir* και αποθηκεύονται στο *youtube*
- Η διάλεξη της Δευτέρας 17 Φεβρουαρίου αναβάλεται. Θα πραγματοποιηθεί 10-12 την επόμενη Δευτέρα 24 Φεβρουαρίου.

Διαφορική εξίσωσης πρώτης τάξης

$$\frac{dx}{dt} = 0.032x(t)$$

Διαφορική εξίσωσης πρώτης τάξης

$$\frac{dx}{dt} = 0.032x(t)$$

Νόμος του Τραπεζίτη.

Διαφορική εξίσωσης πρώτης τάξης

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Διαφορική εξίσωσης πρώτης τάξης

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Νόμος του Νεύτωνα για την ψύξη ενός σώματος όταν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος χώρου ταλαντώνεται στον χρόνο.

Επίλυση διαφορικών εξισώσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Επίλυση διαφορικών εξισώσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Επιλύω: Βρίσκω x το οποίο εξαρτάται από το t που ικανοποιεί την εξίσωση.

Επίλυση διαφορικών εξισώσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Επιλύω: Βρίσκω x το οποίο εξαρτάται από το t που ικανοποιεί την εξίσωση.

Μαντεψιά!

$$x = x(t) = \cos t + \sin t$$

Επίλυση διαφορικών εξισώσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Επιλύω: Βρίσκω x το οποίο εξαρτάται από το t που ικανοποιεί την εξίσωση.

Μαντεψιά!

$$x = x(t) = \cos t + \sin t$$

Άλλη μαντεψιά!

$$x = \cos t + \sin t + e^{-t}$$

Κλάση λύσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Υπολογιστικές μηχανές

Κλάση λύσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Υπολογιστικές μηχανές

Όλες οι λύσεις

$$x = \cos t + \sin t + Ce^{-t}$$

όπου C είναι μια κάποια σταθερά (ανεξάρτητη του t).

Κλάση λύσεων

$$\frac{dx}{dt} + x = 2\cos t$$

Υπολογιστικές μηχανές

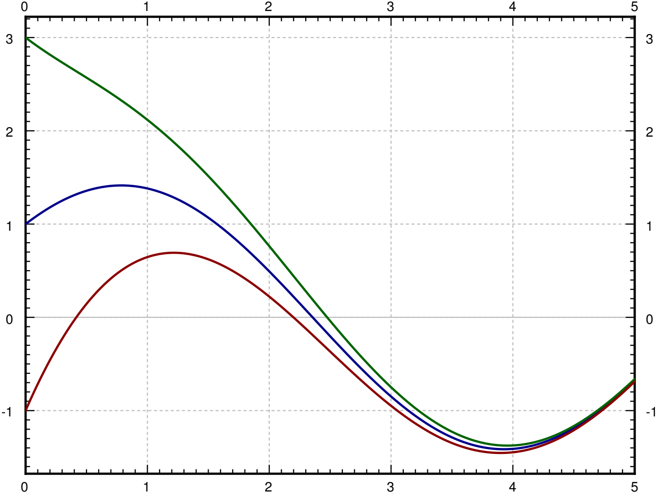
Όλες οι λύσεις

$$x = \cos t + \sin t + Ce^{-t}$$

όπου C είναι μια κάποια σταθερά (ανεξάρτητη του t).

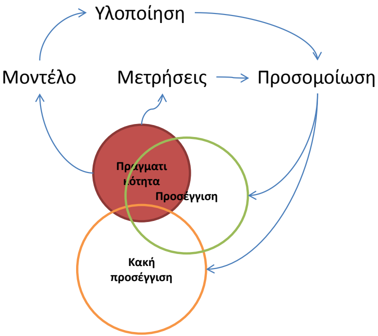
Γιατί πολλές; Όλες; Ποιά; ;;;;;

Κάποιες λύσεις



Σχήμα : Γραφικές παραστάσεις μερικών από τις λύσεις της εξίσωσης $\frac{dx}{dt} + \frac{x}{2} = \cos t$.

Μοντέλα και προσομοιώσεις



Παράδειγμα

Φυσικό πρόβλημα Σε ένα δοχείο με αρκετή τροφή υπάρχουν 100 βακτήρια την χρονική στιγμή 0 και 200 βακτήρια μετά από 10′.

Παράδειγμα

Φυσικό πρόβλημα Σε ένα δοχείο με αρκετή τροφή υπάρχουν 100 βακτήρια την χρονική στιγμή 0 και 200 βακτήρια μετά από 10′.

Μοντέλο (μαθηματικό)

$$\frac{dP}{dt} = kP, k > 0$$

Παράδειγμα

Φυσικό πρόβλημα Σε ένα δοχείο με αρκετή τροφή υπάρχουν 100 βακτήρια την χρονική στιγμή 0 και 200 βακτήρια μετά από 10′.
Μοντέλο (μαθηματικό)

$$\frac{dP}{dt} = kP, k > 0$$

Οι λύσεις

$$P(t) = Ce^{kt}$$

Παράδειγμα

Φυσικό πρόβλημα Σε ένα δοχείο με αρκετή τροφή υπάρχουν 100 βακτήρια την χρονική στιγμή 0 και 200 βακτήρια μετά από 10′.

Μοντέλο (μαθηματικό)

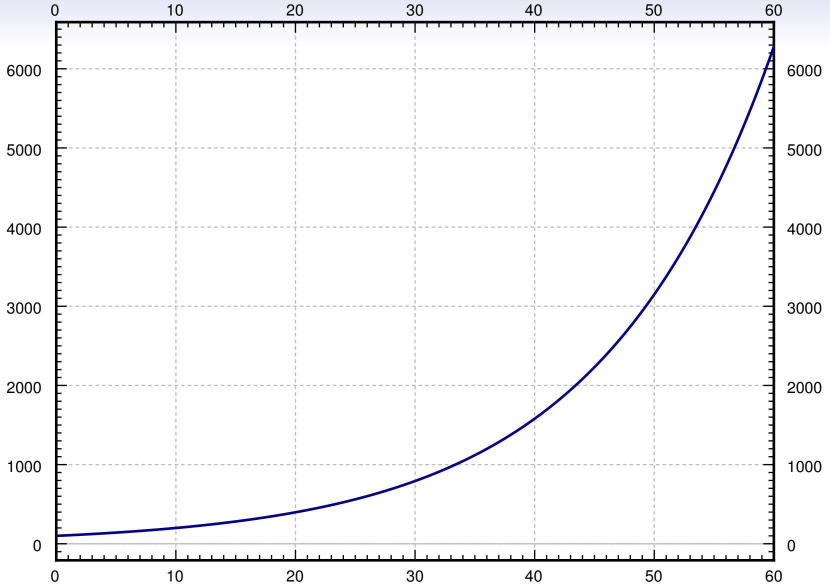
$$\frac{dP}{dt} = kP, k > 0$$

Οι λύσεις

$$P(t) = Ce^{kt}$$

Η λύση

$$P(t) = 100\, e^{(\ln 2)t/10} \approx 100\, e^{0.069t}.$$



Σχήμα : Αύξηση του πληθυσμού των βακτηριδίων τα πρώτα 60 δευτερόλεπτα.

Θεμελιώδεις εξισώσεις

$$\frac{dy}{dx} = ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{kx}.$$

Θεμελιώδεις εξισώσεις

$$\frac{dy}{dx} = ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{kx}.$$

$$\frac{dy}{dx} = -ky,$$

Θεμελιώδεις εξισώσεις

$$\frac{dy}{dx} = ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{kx}.$$

$$\frac{dy}{dx} = -ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{-kx}.$$

Θεμελιώδεις εξισώσεις

$$\frac{dy}{dx} = ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{kx}.$$

$$\frac{dy}{dx} = -ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{-kx}.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2y,$$

Θεμελιώδεις εξισώσεις

$$\frac{dy}{dx} = ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{kx}.$$

$$\frac{dy}{dx} = -ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{-kx}.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2y, \qquad \Rightarrow y(x) = C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx).$$

Θεμελιώδεις εξισώσεις

$$\frac{dy}{dx} = ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{kx}.$$

$$\frac{dy}{dx} = -ky, \qquad \Rightarrow y(x) = Ce^{-kx}.$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2y, \qquad \Rightarrow y(x) = C_1\cos(kx) + C_2\sin(kx).$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = k^2y, \qquad \Rightarrow y(x) = C_1e^{kx}+C_2e^{-kx} \ (= D_1\cosh(kx)+D_2\sinh(kx)).$$