

Οι ασκήσεις παραδίδονται στο γραφείο του διδάσκοντος την Πέμπτη **20-06-2013**, ώρες 14:15-16:00. Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι **ατομικές**.

Άσκηση 1:

Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

- (a) Έστω ένα ορθό και ισοσκελές τρίγωνο $T(b)$ με κορυφές τα σημεία $\mathbf{x}_1 = (0, 0)$, $\mathbf{x}_2 = (b, 0)$, και $\mathbf{x}_3 = (0, b)$. Υποθέστε ότι το τρίγωνο αυτό υποβάλλεται σε έναν 2-D γεωμετρικό μετασχηματισμό affine ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix},$$

δηλαδή με καινούργιες κορυφές $\mathbf{x}'_i = \mathbf{A} \mathbf{x}_i$, $i = 1, 2, 3$, όπου \mathbf{A} είναι ο πίνακας του μετασχηματισμού. Με τι είναι ίσο το εμβαδόν του μετασχηματισμένου τριγώνου;

Έστω επίσης ένα δεύτερο ορθό και ισοσκελές τρίγωνο $T(c)$ με κορυφές τα σημεία $\mathbf{x}_4 = (0, 0)$, $\mathbf{x}_5 = (c, 0)$, και $\mathbf{x}_6 = (0, c)$ που υπόκειται και αυτό στον ίδιο μετασχηματισμό, δηλαδή οι μετασχηματισμένες κορυφές του είναι οι $\mathbf{x}'_i = \mathbf{A} \mathbf{x}_i$, $i = 4, 5, 6$. Αποδείξτε ότι ο λόγος των εμβαδών των δύο μετασχηματισμένων τριγώνων ισούται με τον λόγο των εμβαδών των δύο αρχικών τριγώνων.

- (b) Έστω ο 2-D γεωμετρικός μετασχηματισμός ομοιότητας (similarity) της ειδικής μορφής

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & 0 & t_x \\ 0 & s & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix},$$

δηλαδή που δεν περιέχει περιστροφή. Έστω επίσης N σημεία $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$, $i = 1, \dots, N$ τα οποία μετασχηματίζονται στα σημεία $\mathbf{x}'_i = [x'_i, y'_i]^T$ με βάση την παραπάνω εξίσωση. Ποιες πρέπει να είναι οι σχέσεις των παραμέτρων του μετασχηματισμού, s και t_x, t_y , με τα σημεία \mathbf{x}_i , ώστε ο μέσος όρος των μετασχηματισμένων σημείων \mathbf{x}'_i να είναι το διάνυσμα $[0, 0]^T$, και η μέση Ευκλείδεια απόσταση των μετασχηματισμένων σημείων από το $[0, 0]^T$ να ισούται με $\sqrt{2}$;

Άσκηση 2:

Το παρακάτω 2-D φίλτρο με μέγεθος 5×5 pixels έχει σχεδιαστεί γενικεύοντας την προσέγγιση που χρησιμοποιήθηκε για τον σχεδιασμό του φίλτρου Sobel:

$$\frac{1}{192} \begin{bmatrix} -1 & 8 & 0 & -8 & 1 \\ -4 & 32 & 0 & -32 & 4 \\ -6 & 48 & 0 & -48 & 6 \\ -4 & 32 & 0 & -32 & 4 \\ -1 & 8 & 0 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

Εξηγήστε πως ακριβώς έχει προκύψει το συγκεκριμένο φίλτρο, και τι εφαρμογή έχει σε επεξεργασία εικόνας.

Άσκηση 3:

Δίνονται οι ακόλουθες τέσσερις εικόνες:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_1 &= \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E & E & E & E & E \\ E & E & E & E & E \\ E & E & E & E & E \end{matrix}, & \mathbf{I}_2 &= \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & E & E \\ 0 & 0 & E & E & E \\ 0 & E & E & E & E \\ E & E & E & E & E \end{matrix}, \\
 \mathbf{I}_3 &= \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}, & \mathbf{I}_4 &= \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & E & E & E & 0 \\ E & E & E & E & E \end{matrix}.
 \end{aligned}$$

Θεωρούμε ότι οι εικόνες συνεχίζονται με κατάλληλη (συνεχόμενη) ένταση εκτός των ορίων τους. Απαντήστε τα παρακάτω ανεξάρτητα ερωτήματα, δίνοντας την εικόνα εξόδου του μετασχηματισμού / φιλτραρίσματος όπου απαιτείται, και θεωρώντας κατάλληλες αρχές αξόνων όπου αυτό απαιτείται.

- Εφαρμόστε οποιοδήποτε φίλτρο ανιχνευτή ακμών (edge detector) στις εικόνες \mathbf{I}_1 και \mathbf{I}_2 .
- Εφαρμόστε τον μετασχηματισμό του Hough για ανίχνευση ευθειών στην εικόνα \mathbf{I}_3 , όπου θεωρούμε ότι οι μόνες πιθανές ευθείες είναι της μορφής $y = b$ ή $y = \pm x + b$.
- Εφαρμόστε τον ανιχνευτή του Harris (Harris corner detector) στην εικόνα \mathbf{I}_4 .
- Δώστε τον πίνακα ενός 2-D γεωμετρικού μετασχηματισμού που όταν εφαρμοστεί στην εικόνα \mathbf{I}_1 προκύπτει η εικόνα \mathbf{I}_2 .

Άσκηση 4:

Έστω μία εικόνα με $M \times N$ εικονο-στοιχεία (pixels). Θέλουμε να φιλτράρουμε την εικόνα (2-D convolution) με την μάσκα

$$\mathbf{h} = \begin{matrix} E & E & E \\ E & E & E \\ E & E & E \end{matrix}.$$

Περιγράψτε σε ψευδοκώδικα (pseudocode) έναν αποτελεσματικό (γρήγορο) αλγόριθμο που να δίνει την εικόνα εξόδου, και υπολογίστε τον συνολικό αριθμό πράξεων (πολυπλοκότητα) σε σχέση με το μέγεθος της εικόνας εισόδου. Αγνοήστε τις οριακές συνθήκες (boundary conditions) της εικόνας εισόδου.

Άσκηση 5:

Έστω ένα στερεοσκοπικό ζεύγος καμερών (stereo camera pair) με κοινό εσωτερικό πίνακα βαθμονόμησης (intrinsic calibration matrix), focal length ίσο με f , και απόσταση οπτικών κέντρων (baseline) ίσο με d . Υποθέτουμε ότι οι οπτικοί άξονες των δύο καμερών και η

ευθεία που συνδέει τα οπτικά τους κέντρα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Έστω επίσης, οι δύο παράλληλες ευθείες του επιπέδου αυτού, μία για κάθε κάμερα, που ορίζονται να περνούν από το οπτικό κέντρο της αντίστοιχης κάμερας και είναι κάθετες στην ευθεία που συνδέει τα οπτικά τους κέντρα. Θεωρούμε τέλος, ότι ο οπτικός άξονας κάθε κάμερας έχει την ίδια γωνία ως προς την αντίστοιχη ευθεία, $\theta = 45^\circ$, και για τις δύο κάμερες. Για σημεία $(X, 0, Z)$ του επιπέδου αυτού, βρείτε την απόστασή τους, Z , από την ευθεία που περνά από τα οπτικά κέντρα, σε σχέση με τις αντίστοιχες συντεταγμένες x_L και x_R απεικόνισής τους στις δύο κάμερες.