21-06-2013 **Τελική Εξέταση** Ομάδα **A**

Ονομα/νυμο: **Υπογραφή:**

AM: **Εξάμηνο:** **Αριθμός διφύλλων:**

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: *Ανοιχτές σημειώσεις μαθήματος. Κλειστά κινητά.*

Θέμα 1: (20%) Δίνεται η ακόλουθη εικόνα με αρχή των αξόνων (0,0) το εικονο-στοιχείο pixel της κάτω αριστερής της γωνίας, οριζόντιο άξονα των x και κατακόρυφο άξονα των y:

$$\mathbf{I} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E & E & E & E & E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad .$$

Εφαρμόστε τον μετασχηματισμό του Hough για ανίχνευση ευθειών στην εικόνα αυτή, θεωρώντας ότι οι μόνες πιθανές ευθείες είναι της μορφής $y = b$ ή $y = \pm x + b$. Εξηγήστε αναλυτικά.

Θέμα 2: (20%) Δίνονται τα ακόλουθα σημεία στον 2-D χώρο:

$$\mathbf{x}_1 = [\,0\,,0\,]^{\mathrm{T}} \,, \;\; \mathbf{x}_2 = [\,1\,,0\,]^{\mathrm{T}} \,, \;\; \text{και} \;\; \mathbf{x}_3 = [\,2\,,1\,]^{\mathrm{T}} \,.$$

Βρείτε την ευθεία που περιγράφει καλύτερα τα δεδομένα αυτά με βάση τον αλγόριθμο RANSAC (RANdom Sample Concensus), χρησιμοποιώντας σφάλμα ελάχιστων τετραγώνων για την αξιολόγηση των διαφόρων λύσεων. Εξηγήστε αναλυτικά. Υπενθυμίζουμε ότι ο αλγόριθμος αυτός εξετάζει για διάφορους συνδυασμούς σημείων το πόσο καλά περιγράφει τα δεδομένα του προβλήματος το μοντέλο που προκύπτει, και επιλέγει ανάμεσά τους το καλύτερο μοντέλο.

Θέμα 3: (20%) Έστω έξι παραδείγματα εκπαίδευσης μίας κλάσης εικόνων που περιγράφονται από τα 2-D χαρακτηριστικά:

$$\mathbf{x}_1 = [\,1\,,0\,]^{\mathrm{T}},\; \mathbf{x}_2 = [\,2\,,1\,]^{\mathrm{T}},\; \mathbf{x}_3 = [\,2\,,-1\,]^{\mathrm{T}},\; \mathbf{x}_4 = [\,-1\,,0\,]^{\mathrm{T}},\; \mathbf{x}_5 = [\,-2\,,1\,]^{\mathrm{T}},\; \text{και}\; \mathbf{x}_6 = [\,-2\,,-1\,]^{\mathrm{T}}.$$

Έστω επίσης δύο εικόνες δοκιμής που περιγράφονται από τα 2-D χαρακτηριστικά:

$$\mathbf{x}_{\mathrm{ts}_1} = [\,2\,,2\,]^{\mathrm{T}} \quad \text{και} \quad \mathbf{x}_{\mathrm{ts}_2} = [\,6\,,1\,]^{\mathrm{T}} \,.$$

Βρείτε ποια από τις δύο εικόνες δοκιμής βρίσκονται πιο κοντά στην κλάση των εικόνων εκπαίδευσης με βάση το DFFS (distance from feature space). Εξηγήστε αναλυτικά. Υπενθυμίζουμε ότι το DFFS ορίζεται ως η απόσταση σημείου από την προβολή του σε χώρο μικρότερης διάστασης, με βάση τον μετασχηματισμό PCA των σημείων του συνόλου εκπαίδευσης.

Θέμα 4: (20%) Έστω οι δύο εικόνες με αρχή των αξόνων (0,0) στα εικονο-στοιχεία (pixels) των κέντρου των εικόνων, οριζόντιο άξονα των x προς τα δεξιά και κατακόρυφο άξονα των y προς τα πάνω:

$$\mathbf{I}_1 = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & B & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad , \quad \text{και} \quad \mathbf{I}_2 = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Δώστε τον πίνακα ενός 2-D γεωμετρικού μετασχηματισμού που όταν εφαρμοστεί στην εικόνα $\mathbf{I}_1$ προκύπτει η εικόνα $\mathbf{I}_2$. Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε μετασχηματισμό ομοιότητας (similarity) της μορφής

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & -b & t_x \\ b & a & t_y \end{bmatrix} \ .$$

Θέμα 5: (20%) Έστω δύο κάμερες με παράλληλους οπτικούς άξονες, κάθετους στην ευθεία που συνδέει τα οπτικά τους κέντρα. Η αριστερή κάμερα έχει focal length ίσο με $2\,f$ και η δεξιά κάμερα έχει focal length ίσο με f. Τα οπτικά τους κέντρα επίσης απέχουν απόσταση (baseline) ίση με d. Για σημεία $(X, 0, Z)$ του επιπέδου που ορίζεται από τους δύο παράλληλους οπτικούς άξονες, βρείτε την απόστασή τους, Z, από την ευθεία που περνά από τα οπτικά κέντρα, σε σχέση με τις αντίστοιχες συντεταγμένες x_L και x_R απεικόνισής τους στις δύο κάμερες, όπως επίσης και την απόστασή τους, X, από τον αριστερό οπτικό άξονα.

Ονομα/νυμο: **Υπογραφή:**

ΑΜ: **Εξάμηνο:** **Αριθμός διφύλλων:**

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: *Ανοιχτές σημειώσεις μαθήματος. Κλειστά κινητά.*

Θέμα 1: (20%) Δίνεται η ακόλουθη εικόνα με αρχή των αξόνων (0,0) το εικονο-στοιχείο pixel της κάτω αριστερής της γωνίας, οριζόντιο άξονα των x και κατακόρυφο άξονα των y:

$$\mathbf{I} = \begin{array}{ccccc} E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E \end{array} .$$

Εφαρμόστε τον μετασχηματισμό του Hough για ανίχνευση ευθειών στην εικόνα αυτή, θεωρώντας ότι οι μόνες πιθανές ευθείες είναι της μορφής $y = b$ ή $y = \pm x + b$. Εξηγήστε αναλυτικά.

Θέμα 2: (20%) Δίνονται τα ακόλουθα σημεία στον 2-D χώρο:

$$\mathbf{x}_1 = [\,-1\,,0\,]^{\mathrm{T}}\ ,\ \ \mathbf{x}_2 = [\,0\,,0\,]^{\mathrm{T}}\ ,\ \ \text{και}\ \ \mathbf{x}_3 = [\,1\,,1\,]^{\mathrm{T}}\ .$$

Βρείτε την ευθεία που περιγράφει καλύτερα τα δεδομένα αυτά με βάση τον αλγόριθμο RANSAC (RANdom Sample Concensus), χρησιμοποιώντας σφάλμα ελάχιστων τετραγώνων για την αξιολόγηση των διαφόρων λύσεων. Εξηγήστε αναλυτικά. Υπενθυμίζουμε ότι ο αλγόριθμος αυτός εξετάζει για διάφορους συνδυασμούς σημείων το πόσο καλά περιγράφει τα δεδομένα του προβλήματος το μοντέλο που προκύπτει, και επιλέγει ανάμεσά τους το καλύτερο μοντέλο.

Θέμα 3: (20%) Έστω έξι παραδείγματα εκπαίδευσης μίας κλάσης εικόνων που περιγράφονται από τα 2-D χαρακτηριστικά:

$$\mathbf{x}_1=[\,0\,,1\,]^{\mathrm{T}},\ \mathbf{x}_2=[\,1\,,2\,]^{\mathrm{T}},\ \mathbf{x}_3=[\,-1\,,2\,]^{\mathrm{T}},\ \mathbf{x}_4=[\,0\,,-1\,]^{\mathrm{T}},\ \mathbf{x}_5=[\,1\,,-2\,]^{\mathrm{T}},\ \text{και}\ \mathbf{x}_6=[\,-1\,,-2\,]^{\mathrm{T}}.$$

Έστω επίσης δύο εικόνες δοκιμής που περιγράφονται από τα 2-D χαρακτηριστικά:

$$\mathbf{x}_{\mathrm{ts}_1} = [\,2\,,4\,]^{\mathrm{T}}\ \ \ \text{και}\ \ \ \mathbf{x}_{\mathrm{ts}_2} = [\,3\,,2\,]^{\mathrm{T}}\ .$$

Βρείτε ποια από τις δύο εικόνες δοκιμής βρίσκονται πιο κοντά στην κλάση των εικόνων εκπαίδευσης με βάση το DFFS (distance from feature space). Εξηγήστε αναλυτικά. Υπενθυμίζουμε ότι το DFFS ορίζεται ως η απόσταση σημείου από την προβολή του σε χώρο μικρότερης διάστασης, με βάση τον μετασχηματισμό PCA των σημείων του συνόλου εκπαίδευσης.

Θέμα 4: (20%) Έστω οι δύο εικόνες με αρχή των αξόνων (0,0) στα εικονο-στοιχεία (pixels) των κέντρου των εικόνων, οριζόντιο άξονα των x προς τα δεξιά και κατακόρυφο άξονα των y προς τα πάνω:

$$\mathbf{I}_1 = \begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad , \quad \text{και} \quad \mathbf{I}_2 = \begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & B & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Δώστε τον πίνακα ενός 2-D γεωμετρικού μετασχηματισμού που όταν εφαρμοστεί στην εικόνα $\mathbf{I}_1$ προκύπτει η εικόνα $\mathbf{I}_2$. Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε μετασχηματισμό ομοιότητας (similarity) της μορφής

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & -b & t_x \\ b & a & t_y \end{bmatrix} \; .$$

Θέμα 5: (20%) Έστω δύο κάμερες με παράλληλους οπτικούς άξονες, κάθετους στην ευθεία που συνδέει τα οπτικά τους κέντρα. Η αριστερή κάμερα έχει focal length ίσο με f και η δεξιά κάμερα έχει focal length ίσο με $2\,f$. Τα οπτικά τους κέντρα επίσης απέχουν απόσταση (baseline) ίση με d. Για σημεία $(X, 0, Z)$ του επιπέδου που ορίζεται από τους δύο παράλληλους οπτικούς άξονες, βρείτε την απόστασή τους, Z, από την ευθεία που περνά από τα οπτικά κέντρα, σε σχέση με τις αντίστοιχες συντεταγμένες x_L και x_R απεικόνισής τους στις δύο κάμερες, όπως επίσης και την απόστασή τους, X, από τον αριστερό οπτικό άξονα.